

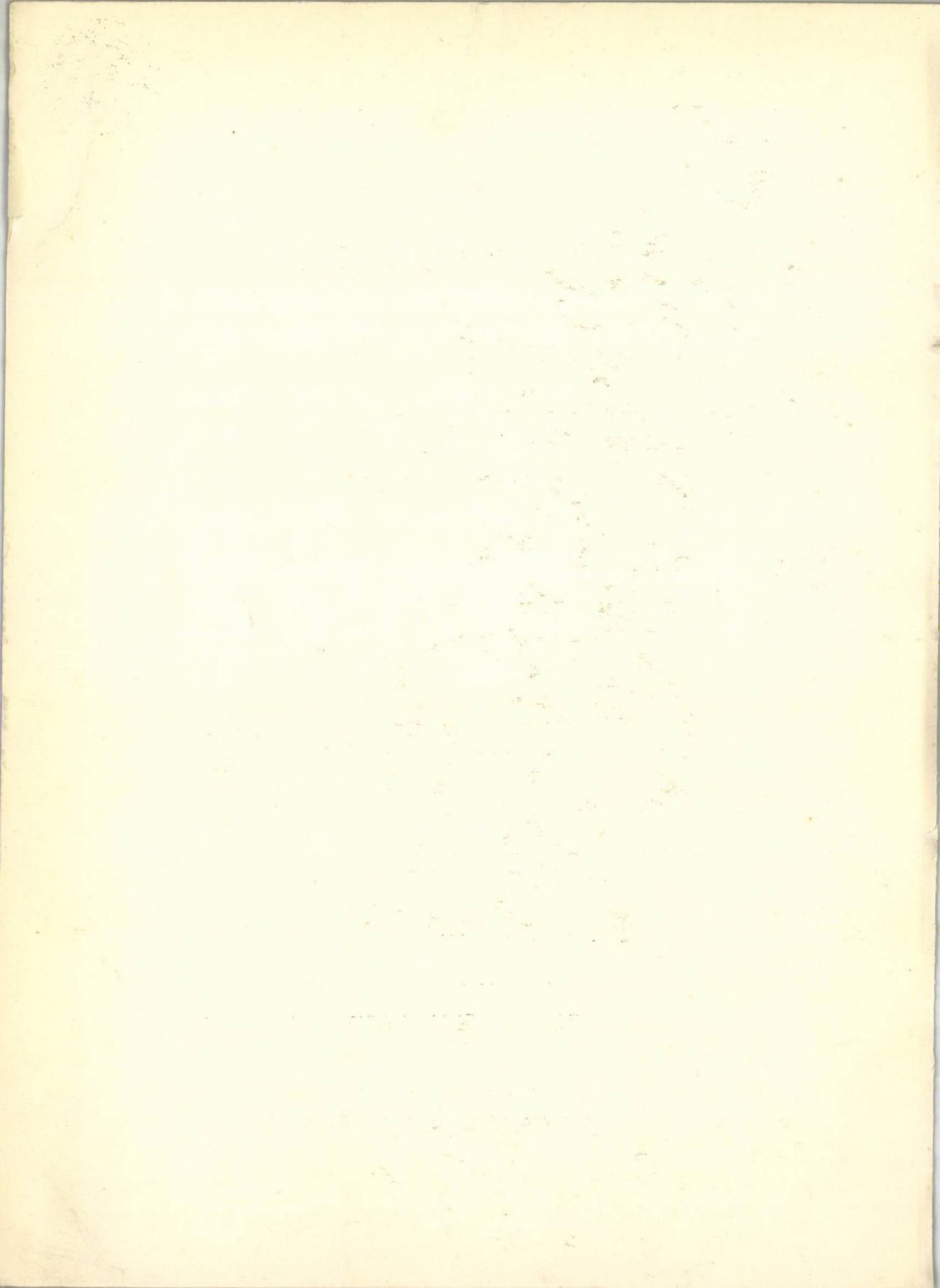
E 4524/2

BULETINUL UNIVERSITĂȚII DIN BRAȘOV

Seria A/I MECANICĂ APLICATĂ
CONSTRUCȚII DE MAȘINI

Vol. XVI • 1974

MECANICĂ APLICATĂ





BULETINUL UNIVERSITĂȚII DIN BRAȘOV

SERIA A/I
Mecanică aplicată — Construcții de mașini
Vol. XVI

L:083013

Mecanică aplicată

1974

COLEGIUL DE REDACTIE

Prof. em. dr. doc. şt. ing. Radu C. Bogdan
(preşedinte), Conf. dr. ing. Florea
Dudiţă (vicepreşedinte), Prof. dr.
Victor Stănescu (vicepreşedinte),
Prof. dr. ing. Gheorghe Ionescu, Prof.
dr. doc. şt. ing. Ioan Deutsch (redac-
tor şef), Prof. dr. ing. Vasile
Andreescu (redactor şef adjunct),
asist. ing. Dietmar Ehrlich (secretar).

COMITETUL DE REDACTIE

Conf. dr. ing. Dan Abăităneci, Sef lucr. dr. ing. Sergiu
Chiriacescu, Sef lucr. dr. ing. Gheorghe Deliu, Conf.
dr. ing. Ioan Drăghici (redactor şef), Conf. dr. ing.
Ioan Goia, Prof. dr. ing. Victor Hoffman, Sef lucr.
dr. ing. Aurel Jula (secretar ştiinţific), Conf. dr.
ing. Simion Popescu (redactor şef adjunct), Prof.
dr. ing. Carol Saal, Prof. dr. ing. Leopold Sauer, Conf.
dr. ing. Vasile Sova, Prof. em. dr. ing. Ioan Stănescu,
Prof. dr. ing. Petre Tudoran, Prof. dr. ing. Marin Untaru,
Prof. dr. ing. Vasile Vulcu.

Materialele au fost primite la redacţie în 20 februarie 1974.

III

S U M A R

MECANICA APLICATA

	Pag.
D.I.MANGERON, S.T.CHIRIACESCU: Controlabilitatea și observabilitatea sistemului Kelvin.....	1
GH.SILAS, M.TOADER: Asupra stabilității unor sisteme dinamice.....	11
D.COSA, I.DEUTSCH: Rigiditatea la încovoiere a barelor de secțiune dreptunghiulară în regim elasto-plastic.....	19
T.REDLOV: Asupra încovoierii barelor drepte cu caracteristici neliniare.....	29
I.CONSTANTINESCU: Analiza stărilor de eforturi unitare dintr-o clasă de structuri axial-simetrice de tip recipient.....	43
G.PRAISLER: Subrutina cîmpului distribuției eforturilor unitare pentru o familie de decupări întărite pe contur, utilizate în structurile dublului fund de la navele maritime.....	53
M.GONCIAR: Influența caracteristicilor geometrice și mecanice ale elementelor elastice de rigidizare asupra calităților torsionale ale barelor elastice cu pereți subțiri.....	65
I.HAJDU, AL.CORNUT, OR.KASZTEL, I.TRIFF: Verificarea experimentală a rezistenței și a stabilității capacului carcasei unei vane plane.....	75
N.URSU: Asupra unei metode de concentrare a maselor sistemelor omogene ce execută vibrații de torsiune, cu conservarea valorilor primelor pulsații proprii.....	85

GH.MIHAIȚA: Calculul aproximativ al frecvențelor vibrațiilor proprii la cadrele din bare cu pereți subțiri de secțiune deschisă.....	95
L.BRINDEU: Metodă directă folosită pentru determinarea condițiilor de stabilitate ale mișcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante.....	105
V.OLARIU: Vibrațiile neliniare cu mai multe grade de libertate ale autovehiculelor.....	115
GH.BUZDUGAN, T.PANA, L.FETCU, K.SCHULLER, E.MIHAILESCU, M.BALAN: Studiul experimental al vibrațiilor în clavier - tura de conducte a unei stații de compresoare de gaz metan.....	129
I.GROSANU: Studiul regimurilor staționare ale unui vibrator folosit pentru înfigerea piloților în sol.....	141
I.SZÉKELY, V.TRAISTA: Sinteza mecanismelor logice cu elemente mecanice cu celule de memorie.....	147
FR.KOVÁCS: Mecanisme pseudospațiale.....	167
FL.DUDITA, GH.DELIU: Mecanisme sferice homocinetice.....	187
E.SILIANU, S.BOBANCU: Mecanism complex cu cruce de malta (Geneva) cu funcționare fără șocuri și productivitate mărită.....	199
S.BOBANCU, A.JULA: Metodă unitară pentru echivalarea cu lanțuri fundamentale a mecanismelor diferențiale - elemente de analiză și sinteză numerică.....	209
A.JULA, S.BOBANCU: Tipuri reprezentative de grafe pentru variantele unor mecanisme planetare de direcție ale vehiculelor pe șenile.....	219
D.MAROS, I.BOCIAN, V.HANDRA-LUCA, A.DALI, R.CRISTU: Abaterile de formă ale melcilor de tip SD față de melcii evolventici și arhimedici.....	227
T.A.VASU: Profile conjugate în angrenarea frontală plană cu raport de transmitere variabil, exprimate în coordonate polare mobile normale.....	243

	Pag.
I.DRAGHICI, S.BOBANCU, E.CHISU: Sistematizarea combinatorică a cuplajelor cu funcții simple.....	249
GH.MILOIU: Stand pentru angrenaje.....	257
I.DRAGHICI, I.ACHIRILOAIE, E.CHISU: O metodă analitică pentru calculul arcurilor multilamelare cu capăt alunecător și sprijinite pe un arc cu un singur braț(Schomäcker).....	269
D.PAVELESCU, M.MUSAT: Cu privire la determinarea ordinei și ponderii influenței parametrilor în procesul de frecare-uzare a unei cuple piston-cilindru.....	281
B.DIMITROV: Influența corozivității mediului lubrifiant asupra frecării și uzurii.....	299

VI

S U M M A R Y

A P P L I E D M E C H A N I C S

	Pag.
D.I.MANGERON, S.T.CHIRIACESCU : Controllability and observability of Kelvin's system	1
GH.SILAS, M.TOADER : On the stability of some dynamic systems	11
D.COSA, I.DEUTSCH : Bending rigidity of right-angle section bars under elasto-plastic working conditions..	19
T.REDLOV : On the bending of straight bars with nonlinear characteristics	29
I.CONSTANTINESCU : Analysis of unitary stress states of a recipient-type axial-symmetric structure class	43
G.PRAISLER : Subroutine of the unitary stress distribution field for a family of cut-outs with hardened contours, used in the double-bottom structures of ships.....	53
M.GONCIAR : The influence of geometrical and mechanical characteristics of elastic rigidifying elements on the twisting stiffness of thin-walled elastic bars..	65
I.HAJDU, AL.CORNUT, OR.KASZTEL, I.TRIFF : Experimental testing of the strenght and stability of a plane valve housing lid	75
N.URSU : On a method of concentrating homogeneous system masses performing torsional vibrations, with the preserving of the first own frequencies values	85
GH.MIHAITA : Approximate calculus of proper vibration frequencies of the frames composed of thin-walled open-section bars	95
L.BRINDEU : Direct method used for the determination of stability conditions for periodic movements of vibrojerking systems	105
V.OLARIU : Nonlinear vibrations with several degrees-of-freedom of motor vehicles	115
GH.BUZDUGAN, T,PANA, L.FETCU, K.SCHULLER, E.MIHAILESCU, : B.BALAN : Experimental study of vibrations in the pipe manifold of a methane gas compressor-station...	129

VII

I.GROSANU : The study of the steady-state conditions of a vibrator used in the ramming of piles into the ground	141
I.SZEKELY, V.TRAISTA : Synthesis of logical mechanism having mechanical elements with memorycells	147
FR.KOVACS : Pseudospacial mechanisms	167
Fl.DUDITA, GH.DELIU : Spherical Homokinetic linkages	187
E.SILIANU, S.BOBANCU : Complex mechanism having Maltese cross, with shockless performance and increased productivity	199
S.BOBANCU, A.JULA : Unitary method for the equalization with fundamental chains of differential gears - elements of numerical analysis and synthesis.....	209
A.JULA, S.BOBANCU : Representative types of Graphs for some variants of planetary of caterpillar vehicles steering systems	219
D.MAROS, I.BOCIAN, V.HANDRA-LUCA, A.DALI, R.CRISTU : Shape deviations of SD-type worms from worms with involute profiles and Archimedic worms.....	227
T.A.VASU : Interlinked profiles in the frontal plane engagement with variable train law, expressed in normal mobile polar coordinates	243
I.DRAGHICI, S.BOBANCU, E.CHISU : Combinatory systematization of simple function joints	249
GH.MILOIU : Testing stand for gears	257
I.DRAGHICI, I.ACHIRILOAIE, E.CHISU : Analytical computing method for multi-blade springs with gliding socket-heads and supported by a single-armed spring (Schomäcker)	269
D.PAVELESCU, M.MUSAT : On the Determination of the Order and Weight of the Influence of Parameters in the Friction-Wear Process in a Piston-Cylinder link.....	281
B.DIMITROV : Influence of Corrosivity of the Lubrifying Medium on Friction and Wear	299

VIII

SOMMAIRE

MÉCANIQUE APPLIQUÉE

	Page
D.I.MANGERON, S.T.CHIRIACESCU: La possibilité de contrôle et d'observation du système Kelvin	1
GH.SILAS, M.TOADER: Sur la stabilité de certains systèmes dynamiques	11
D.COSA, I.DEUTSCH: La rigidité à la flexion des barres à section rectangulaire en régime élasto-plastique	19
T.REDLOV: Sur la flexion des barres rectilignes à caractéristiques non-linéaires	29
I.CONSTANTINESCU: L'analyse des états d'efforts unitaires d'une classe de structures axial-symétriques de type récipient	43
G.PRAISLER: La sous-routine du champ de distribution des efforts unitaires pour une famille de découpages durcis sur le contour, utilisés dans les structures à double fond pour les navires maritimes	53
M.GONCIAR: L'influence des caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments élastiques aptes à produire la rigidité, sur les qualités torsionnelles des barres élastiques à parois minces	65
I.HAJDÚ, AL.CORNUT, OR.KASZTEL, I.TRIFF: La vérification expérimentale de la résistance et de la stabilité pour le couvercle de la carcasse d'une vanne plane	75
N.URSU: Sur une méthode de concentration des masses des systèmes homogènes qui exécutent des vibrations de torsion avec la conservation des valeurs des premières pulsations propres	85

GH.MIHAITA: Le calcul approximatif des fréquences des vibrations propres aux cadres de barres à parois minces de section ouverte	95
L.BRINDEU: Methode directe employée pour la détermination des conditions de stabilité des mouvements périodiques aux systèmes vibropercutants	105
V.OLARIU: Les vibrations non-linéaires à plusieurs degrés de liberté des autovéhicules	115
GH.BUZDUGAN, T.PANA, L.FETCU, K.SCHULLER, E.MIHAILLESCU, B.BALAN: L'étude expérimentale des vibrations dans le clavier de conduites d'une station de compresseurs de méthane	129
I.GROSANU: L'étude des régimes stationnaires d'un vibreur employé pour l'enfoncement des pilotis dans le sol	141
I.SZEKELY, V.TRAISTA: La synthèse des mécanismes logiques à éléments mécaniques à cellules de mémoire	147
FR.KOVÁCS: Mécanismes pseudo-spatiaux	167
FL.DUDITA, GH.DELIU: Mécanismes sphériques homocinétiques ...	187
E.SILIANU, S.BOBANCU: Mécanisme complexe à croix de Malte à fonctionnement sans chocs et à productivité augmenté	199
S.BOBANCU, A.JULA: Méthode unitaire pour l'équivalence à chaînes fondamentales des mécanismes différentiels-éléments d'analyse et de synthèse numérique	209
A.JULA, S.BOBANCU: Types représentatifs de graphes pour les variantes de certains mécanismes planétaires de direction des véhicules sur chenilles	219
D.MAROS, I.BOCIAN, V.HANDRA-LUCA, A.DALI, R.CRISTU: Les déviations de forme des vis sans fin de type S.D. par	

rapport aux vis sans fin en développante et arhimédiques	227
T.A.VASU: Profils conjugués dans l'engrènement frontal plan avec rapport de transmission variable, exprimés dans des coordonnées polaires mobiles normales .	243
I.DRAGHICI, S.BOBANCU, E.CHISU. La systématisation combinatoire des couplages simples	249
GH.MILOIU. Stand pour engrenages	257
I.DRAGHICI, I.ACHIRILOAIE, E.CHISU: Une méthode analytique pour le calcul des ressorts plurilamellaires à bout glissant et appuyés sur un arc à un seul bras (Schomäcker)	269
D.PAVLESCU, M.MUSAT: Concernant la détermination de l'ordre et du poids de l'influence des paramètres dans le processus de frottement-usure d'un accou- plement piston-cylindre	281
B.DIMITROV: L'influence de la corrosivité du milieu lubri- fiant sur le frottement et l'usure	299

XI

INHALTSVERZEICHNIS ANGEWANDTE MECHANIK

	Seite
D.I.MANGERON, S.T.CHIRIACESCU: Möglichkeiten zur Kontrolle und Beobachtung des Kelvin-Systems	1
GH.SILAS, M.TOADER: Über die Stabilität mancher dynamischer Systeme	11
D.COSA, I.DEUTSCH: Biegesteifigkeit der Stäbe mit recht- eckigem Querschnitt in elasto-plastischem Betrieb	19
T.REDLOV: Über die Biegung gerader Stäbe mit nichtlinearen Charakteristiken	29
I.CONSTANTINESCU: Analyse der Belastungszustände einer Klasse axial-symmetrischer Strukturen von rezipientem Typus	43
G.PRAISLER: Subroutine des Feldes der Belastungsverteilung für eine Familie von am Umriss verstärkten Ausschnitten, die in den Strukturen des doppel- ten Bodens bei Seeschiffen verwendet werden...	53
M.GONCIAR: Einfluss der geometrischen und mechanischen Charak- teristiken der elastischen Verstrebelemente auf die Torsionsqualitäten der elastischen dünnwandigen Stäbe	65
I.HAJDU, AL.CORNUT, OR.KASZTEL, I.TRIFF: Experimentale Veri- fizierung der Festigkeit und Stabilität des Gehäusedeckels einer ebenen Wanne	75
N.URSU: Über eine Methode zur Konzentration der Massen homo- gener Systeme, die Drehungsschwingungen bei Werterhaltung der ersten Eigenpulsierungen ausführen	85

GH.MIHAITA: Näherungsberechnung der Frequenzen der Eigen - schwingungen bei Rahmen aus dünnwandigen Stäben mit offenem Querschnitt	95
L.BRINDEN: Direkte Methode zur Bestimmung der Stabilitäts- bedingungen der periodischen Bewegungen der vibroperkutanten Systeme	105
V.OLARIU: Nichtlineare Schwingungen mit mehreren Freiheits- graden der Kraftwagen	115
GH.BUZDUGAN, T.PANA, L.FETCU, K.SCHULLER, E.MIHAILESCU, M. BALAN: Experimentales Studium der Schwingungen im Rohr- verteiler einer Station mit Methangaskompres- soren	129
I.GROSANU: Studium der stationären Zustände eines Vibrators zum Einstossen der Pfähle in den Boden.....	141
I.SZEKELY, V.TRAISTA: Synthese der logischen Mechanismen mit mechanischen Elementen mit Gedächtnis- zellen	147
FR.KOVACS: Pseudospacialgetriebe	167
FL.DUDITA, GH.DELIU: Homokinetische Kugelgetriebe	187
E.SILIANU, S.BOBANCU: Komplexes Malteserkreuzgetriebe(Geneva) mit stossfreiem Betrieb und erhöhter Produk- tivität	199
S.BOBANCU, A.JULA: Einheitliche Methode zur Äquivalenz mit Fundamentalketten der Differentialgetriebe - numerische Analysen - und Synthesenelemente	209
A.JULA, S.BOBANCU: Repräsentative Graphentypen für die Va - rianten von Planetenradgetriebe der Gleis - kettenfahrzeuge	219
D.MAROS, I.BOCIAN, V.HMNDRA-LUCA, A.DALI, R.CHRISTU: Formab - weichungen der Schnecken vom Typus SD gegenüber der evolventischen und archimedischen Schnecken	227

XIII

T.A.VASU: Konjugierte, in normalen, mobilen Polarkoordi - naten ausgedrückte Profile im ebenen Stirn - eingriff mit veränderlichem Getriebeüber - setzungsverhältnis	243
I.DRAGHICI, S.BOBANCU, E.CHISU: Kombinatorische Systema - tisierung der Kupplungen mit einfachen Funk - tionen	249
GH.MILOIU: Stand für Getriebe	257
I.DRAGHICI, I.ACHIRILOAIE, E.CHISU: Analytische Rechen - methode der auf einer Einarmfeder gestützten Vielblattfedern mit gleitendem Ende (Scho - mäcker)	269
D.PAVELESCU, M.MUSAT: Bezüglich der Bestimmung der Anord - nung und des Gewichtes des Parameterein - flusses im Reibungs-Verschleissprozess einer Kolben-Zylinderkupplung	281
B.imitrov: Einfluss der Ätzkraft des Schmiermittels auf die Reibung und auf den Verschleiss	299

CONTROLABILITATEA SI OBSERVABILITATEA SISTEMULUI KELVIN

Dr.Doc., Om de știință emerit D.I. Mangeron, profesor la
Institutul politehnic Iași

Dr.ing. Sergiu T. Chiriacescu, șef de lucrări la Universita-
tea din Brașov.

1. Introducere

În Dinamica mașinilor, numeroase sisteme materiale sînt des-
crise prin intermediul unor modele echivalente de genul celor din
figura 1, în care $J_1 = \text{const.}$ reprezintă momentele de inerție

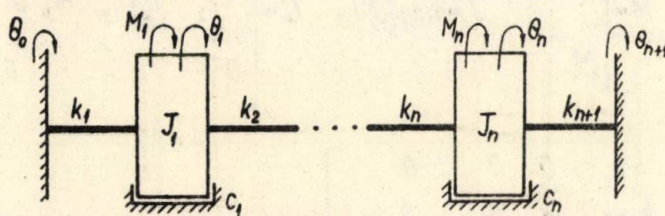


Fig. 1.

ale maselor echivalente, $c_1 = \text{const.}$ coeficienții de amortizare,

$k_1 = \text{const.}$ coeficienții de elasticitate, iar M_1 momentele care acționează asupra maselor cu momentele de inerție J_1 ($i = 1, 2, \dots, n$). Extinzînd noțiunea consacrată în Teoria elasticității, modelul dinamic din figura 1 se poate numi model Kelvin generalizat (sau model Kelvin cu n grade de libertate). Desigur, denumirea se păstrează și atunci cînd momentele de inerție se înlocuiesc prin mase echivalente, momentele M_1 prin forțe, iar deplasările unghiulare θ_1 prin deplasări liniare.

Prin acțiunea funcțiilor de timp $M_1(t)$ (cauzele) masele cu momentele de inerție J_1 capătă deplasările θ_1 (efectele). Intrucît se poate arăta că mărimile M_1 și θ_1 satisfac condiția închiderii prin segmentare [5], modelul Kelvin poate fi conceput ca un sistem multivariabil staționar (sau invariant în timp).

Presupunînd determinate (de multe ori prin identificare experimentală) mărimile J_1 , c_1 , k_1 , dependențele dintre mărimile de intrare (M_1) și cele de ieșire (θ_1) ale sistemului Kelvin se obțin prin aplicarea legii a II-a a lui Newton :

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta = \varepsilon M \quad (1)$$

unde s-a notat :

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}; \quad M = \begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_n \end{bmatrix}; \quad J = \text{diag}[J_i]; \quad C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -c_n c_n \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -k_n k_n + k_{n+1} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \text{diag}[\varepsilon_i]; \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

constantele $\varepsilon_i \in \{-1, 0, 1\}$ permițind a ține seama de sensurile momentelor M_1 , de prezența sau absența acestora.

Se poate arăta [3] că pentru modelul Kelvin cu suportți fixe ($\theta_0 = 0$; $\theta_{n+1} = 0$), considerat ca sistem liniar multivariabil staționar, o reprezentare canonică de stare are forma :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + BM \\ \theta &= Cx,\end{aligned}\quad (2)$$

în care $x = [x_1, x_2, \dots, x_{2n}]^T$ este vectorul de stare, $M = [M_1, M_2, \dots, M_n]^T$ vectorul de intrare, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ vectorul de ieșire, iar matricele :

$$A = \begin{bmatrix} -J^{-1}C & I \\ -J^{-1}K & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1}\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varepsilon} \end{bmatrix}; \quad C = [I \ 0], \quad (3)$$

poartă denumirile de matrice de evoluție, de comandă și, respectiv, de observație.

Ecuațiile (2) permit a da sistemului Kelvin reprezentarea

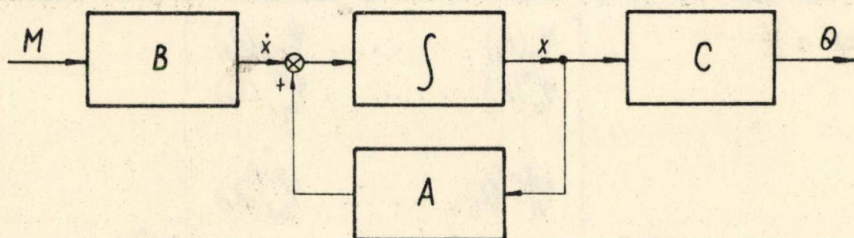


Fig. 2.

bloc din figura 2. Așa cum se poate constata, prin intrarea M se acționează asupra stării x , iar θ reprezintă mărimea prin care starea x a sistemului este observată.

În legătură cu reprezentarea (2) se nasc două întrebări :

- este posibil a trece sistemul dintr-o stare x_0 , corespun-

zind timpului t_0 , într-o stare x_1 , corespunzând timpului t_1 acționând numai asupra întrebărilor ?

- în ce caz se poate determina starea x_0 a sistemului numai prin observarea ieșirilor θ_i într-un interval de timp suficient de lung ?

Răspunsul la aceste probleme este legat de conceptele de controlabilitate, respectiv de observabilitate, în spațiul stărilor introduse în Teoria sistemelor de R.E.Kalman [1, 2, 5] .

2. Criterii de controlabilitate

Există numeroase definiții ale controlabilității în spațiul stărilor [1, 2, 5 etc.] . În conformitate cu una dintre ele un sistem cu reprezentarea canonică (2) este complet controlabil dacă liniile matricei $e^{tA} B$ sînt liniar independente în tot intervalul $[0, \infty]$. Plecînd de aici, în lucrarea [2] este demonstrată o teoremă care arată că reprezentarea (2) este complet controlabilă dacă :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \psi_{11}(\lambda_1) & \dots & \psi_{2n,1}(\lambda_1) \\ \psi_{11}^{(1)}(\lambda_1) & \dots & \psi_{2n,1}^{(1)}(\lambda_1) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \psi_{11}^{(l_1-1)}(\lambda_1) & \dots & \psi_{2n,1}^{(l_1-1)}(\lambda_1) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \psi_{11}(\lambda_q) & \dots & \psi_{2n,1}(\lambda_q) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \psi_{11}^{(l_q-1)}(\lambda_q) & \dots & \psi_{2n,1}^{(l_q-1)}(\lambda_q) \end{bmatrix} = 2n, \quad (4)$$

unde $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$ sînt rădăcinile ecuației caracteristice :

$$|\lambda I - A| = \prod_{r=1}^q (\lambda - \lambda_r)^{l_r} = \Delta(\lambda) = 0; \quad \left(\sum_{r=1}^q l_r = 2n \right); \quad (5)$$

$$\psi_{ir}(\lambda_r) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} \varphi_i(\lambda) \right]_{\lambda=\lambda_r} ; \quad \begin{matrix} (r=1,2,\dots,q) \\ (l=1,2,\dots,2n) \end{matrix} \quad (6)$$

$\varphi_i(\lambda)$ este linia i a matricei $\text{adj} (I\lambda - A)B$, iar $\psi_{ir}^{(k)}$ reprezintă valoarea derivatei de ordinul k ($k = 1, 2, \dots, l_{q-1}$) în raport cu λ , a lui ψ_{ir} pentru $\lambda = \lambda_r$.

În cazul sistemului Kelvin cu reprezentarea (2) are loc **Teorema 1.** Sistemul Kelvin fără valori proprii nule, cu matricea de evoluție dată de (3) și cu ecuația caracteristică (5) este complet controlabil dacă este îndeplinită condiția (4) în care

$$\psi_{ir}(\lambda_r) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} U_i \bar{E} \right]_{\lambda=\lambda_r} ; \quad \psi_{i+n,r}(\lambda_r) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\lambda \Delta(\lambda)} V_i \bar{E} \right]_{\lambda=\lambda_r} ; \quad (i=1,2,\dots,n), \quad (7)$$

iar U_i și V_i sînt liniile matricei

$$\text{adj } U = \text{adj} [\lambda^2 I + \lambda J^{-1}C + J^{-1}K], \quad (8)$$

respectiv ale matricei

$$V = -J^{-1}K \text{adj } U. \quad (9)$$

Demonstrație. Avînd în vedere relațiile (3)

$$[\lambda I - A] = \begin{bmatrix} \lambda I + J^{-1}C & -I \\ J^{-1}K & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

în care caz

$$\Delta(\lambda) = |\lambda I - A| = |\lambda^2 I + \lambda J^{-1}C + J^{-1}K| = |U|. \quad (11)$$

Folosind formula lui Schur [5] se calculează :

$$[\lambda I - A]^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda U^{-1} & U^{-1} \\ -J^{-1}KU^{-1} & \frac{1}{\lambda}(I - J^{-1}KU^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Combinând relațiile (3), (11) și (12) se poate scrie

$$\text{adj}[\lambda I - A]B = [\varphi_1, \dots, \varphi_{2n}]^T = \begin{bmatrix} \text{adj}U\bar{E} \\ \frac{1}{\lambda} [\Delta(\lambda) - J^{-1}K\text{adj}U]\bar{E} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

de unde rezultă

$$\varphi_i = U_i \bar{E}; \quad \varphi_{i+1} = \frac{1}{\lambda} \left[\Delta(\lambda) \frac{\varepsilon_i}{J_i} V_i \bar{E} \right]. \quad (14)$$

Ținând seama de (14) formulele (7) devin

$$\begin{aligned} \psi_{i,r}(\lambda_r) &= \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} U_i \bar{E} \right]_{\lambda = \lambda_r}; \\ \psi_{i+n,r}(\lambda_r) &= \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_i}{J_i} + \frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\lambda \Delta(\lambda)} V_i \bar{E} \right]_{\lambda = \lambda_r}. \end{aligned} \quad (15)$$

Se observă că pentru $\lambda = \lambda_r$ primul termen din ultimele n relații din (15), ca și din derivatele pînă la ordinul $l_r - 1$ inclusiv ale acestora se anulează, ceea ce demonstrează teorema.

Pentru diversele cazuri particulare teorema 1 conduce la o serie de criterii de controlabilitate relativ ușor de aplicat. Astfel, se poate demonstra [3] că dacă sistemul Kelvin are $2n$ valori proprii simple nenule atunci controlabilitatea completă cere ca

$$\text{rang} \begin{bmatrix} U_1(\lambda_1) \dots U_n(\lambda_1) & \frac{1}{\lambda_1} V_1(\lambda_1) \dots \frac{1}{\lambda_1} V_n(\lambda_1) \\ U_1(\lambda_2) \dots U_n(\lambda_2) & \frac{1}{\lambda_2} V_1(\lambda_2) \dots \frac{1}{\lambda_2} V_n(\lambda_2) \\ \dots & \dots \\ U_1(\lambda_{2n}) \dots U_n(\lambda_{2n}) & \frac{1}{\lambda_{2n}} V_1(\lambda_{2n}) \dots \frac{1}{\lambda_{2n}} V_n(\lambda_{2n}) \end{bmatrix} = 2n. \quad (16)$$

Particularizările pot fi continuate, așa cum se procedează în lucrarea [3], prin luarea în considerare a unei matrice de evoluție diagonală, superior sau inferior triunghiulară etc.

3. Criterii de observabilitate

Este cunoscut [1, 2, 5 etc.] că un sistem liniar staționar este complet observabil în spațiul stărilor dacă coloanele matricei Ce^{tA} sînt liniar independente pentru orice $t \in [0, \infty]$. Folosind această definiție, în lucrarea [2] este demonstrată o teoremă potrivit căreia o reprezentare de forma (2) este complet observabilă dacă :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{11}(\lambda_1) \dots \bar{\psi}_{2n,1}(\lambda_1) \\ \bar{\psi}_{11}^{(1)}(\lambda_1) \dots \bar{\psi}_{2n,1}^{(1)}(\lambda_1) \\ \dots \\ \bar{\psi}_{11}^{(l-1)}(\lambda_1) \dots \bar{\psi}_{2n,1}^{(l-1)}(\lambda_1) \\ \dots \\ \bar{\psi}_{11}^{(l_q-1)}(\lambda_q) \dots \bar{\psi}_{2n,1}^{(l_q-1)}(\lambda_q) \end{bmatrix} = 2n, \quad (17)$$

unde $\lambda_1, \dots, \lambda_q$ sînt rădăcinile ecuației caracteristice (5),

$$\bar{\psi}_{ir}(\lambda_r) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} \bar{\psi}_i(\lambda) \right]_{\lambda=\lambda_r}; \quad \begin{matrix} r=1,2,\dots,q \\ i=1,2,\dots,2n \end{matrix}, \quad (18)$$

$\bar{\psi}_i(\lambda)$ este coloana i a matricei $C \text{ adj}[I\lambda - A]$, iar $\bar{\psi}_{ir}^{(k)}(\lambda_r)$

reprezintă valoarea derivatei de ordinul k ($k = 1, 2, \dots, l_{q-1}$), în raport cu λ , a lui $\bar{\psi}_r(\lambda)$ pentru $\lambda = \lambda_r$.

În cazul modelului Kelvin cu reprezentarea (2) are loc

Teorema 2. Sistemul Kelvin fără valori proprii nule, avînd matricea de evoluție dată de (3) și ecuația caracteristică (5) este complet observabilă dacă este îndeplinită condiția (17), unde

$$\bar{\psi}_{ir}(\lambda_r) = \left[\frac{\lambda(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} \bar{U}_i \right]_{\lambda=\lambda_r}; \quad \bar{\psi}_{i+n_r}(\lambda_r) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_r)^{l_r}}{\Delta(\lambda)} \bar{U}_i \right]_{\lambda=\lambda_r}; \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (19)$$

iar $\bar{U}_1$ este coloana 1 a matricei (8).

Demonstrație. Avînd în vedere relațiile (3) și (12) rezultă

$$\text{Cadj} [I\lambda - A] = [\lambda \text{adj } U \quad \text{adj } U] \quad (20)$$

În acest caz :

$$\bar{\varphi}_i(\lambda) = \lambda \bar{U}_i; \quad \bar{\varphi}_{n+i}(\lambda) = \bar{U}_i, \quad (21)$$

iar relațiile (18) devin relațiile (19), teorema fiind astfel demonstrată.

Considerînd, de asemenea, o serie de forme particulare ale matricei de evoluție, din teorema 2 se obțin o serie de criterii mai simple de observabilitate. Astfel, dacă matricea A nu are decît valori proprii simple nenule, se poate demonstra [3] că reprezentarea (2) este complet observabilă atunci cînd este satisfăcută condiția

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda_1 \bar{U}_1(\lambda_1) \dots \lambda_1 \bar{U}_n(\lambda_1) & U_1(\lambda_1) \dots U_n(\lambda_1) \\ \dots & \dots \\ \lambda_{2n} \bar{U}_1(\lambda_{2n}) \dots \lambda_{2n} \bar{U}_n(\lambda_{2n}) & U_1(\lambda_{2n}) \dots U_n(\lambda_{2n}) \end{bmatrix} = 2n \cdot (22)$$

4. Concluzii

Considerînd modelul Kelvin ca un sistem liniar staționar multivariabil, în lucrare au fost prezentate unele forme ale criteriilor de controlabilitate și observabilitate în spațiul stărilor. Consecințele practice ale acestor noi concepte, precum și o serie de alte implicații ale abordării dinamicii sistemelor materiale prin prisma Teoriei sistemelor pot fi urmărite în lucrarea [3].

Intr-o altă formulare, modelul Kelvin poate fi socotit ca un sistem multivariabil neliniar. Diversele aspecte ale analizei acestuia (legate în special de cercetarea stabilității), precum și unele particularități ale sintezei (cu referire la optimizarea mărimilor de ieșire) vor face obiectul unor lucrări viitoare.

Bibliografie

- [1]. Fossard, A. „Commande des systèmes multidimensionnels” Dunod, Paris, 1972.
- [2]. Mangeron, D., Chiriacescu, T.S. „Criterii pentru controlabilitatea și observabilitatea sistemelor liniare invariante în timp” (În curs de publicare), 1974
- [3]. Mangeron, D., Chiriacescu T.S. „Modelul Kelvin considerat ca sistem multivariabil” (Manuscris), 1974.
- [4]. Reza, F. „Spații liniare”. Ed. didactică și pedagogică, București, 1973.
- [5]. Zadeh, L.A., Polak, E., ș.a. „Teoria sistemelor”. Ed. tehnică, București, 1973.

D.I.MANGERON, S.T.CHIRIACESCU

CONTROLABILITATEA SI OBSERVABILITATEA SISTEMULUI KELVIN

Rezumat

Plecînd de la una din definițiile cunoscute, pentru sistemele liniare staționare autorii au propus noi criterii de controlabilitate și de observabilitate în spațiul stărilor [2]. În lucrarea de față sînt prezentate formele unora dintre aceste criterii în cazul modelului Kelvin considerat ca sistem liniar multivariabil invariant în timp.

CONTROLLABILITY AND OBSERVABILITY OF KELVIN SYSTEM

Abstract

Using a well-known definition, for time invariant multivariable systems new complete controllability and complete observability criteria (in the state space) are demonstrated [2]. In this paper, for Kelvin model some peculiar forms of these criteria are presented.

ASUPRA STABILITATII UNOR SISTEME DINAMICE

Prof.em.dr.ing. Gh.Silas

lector ing. M.Toader

Institutul politehnic "Traian Vuia" Timișoara.

Printr-un sistem dinamic înțelegem un model matematic care reflectă o tranziție cauzată în contextul variabilității temporale. Fie X un spațiu metric cu metrica ρ și R mulțimea numerelor reale atunci sistemul dinamic pe X este tripletul (X, R, π) unde

$$\pi: X \times R \rightarrow X$$

care satisface următoarele axiome:

1) $\pi(x, 0) = x, \forall x \in X$, adică π reproduce starea inițială sau că π este o aplicație identică pe X .

2) $\pi(\pi(x, t_1), t_2) = \pi(x, t_1 + t_2), \forall x \in X$ și $t_1, t_2 \in R$ deci aceasta exprimă așa numita axiomă de grup.

3) aplicația π este continuă.

Dintre aplicațiile cele mai des întâlnite ale sistemelor dinamice sînt legate de teoria ecuațiilor diferențiale. Astfel considerînd un sistem de ecuații diferențiale autonom

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

unde $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ și este continuă și presupunând că pentru orice $x \in \mathbb{R}^n$ soluția $\varphi(t, x)$ definită pe $\mathbb{R}$, satisfăcând condiției $\varphi(0, x) = x$, există și este unică, atunci

$$\varphi(t_1, \varphi(t_2, x)) = \varphi(t_1 + t_2, x) \text{ pentru } t_1, t_2 \in \mathbb{R}.$$

Dacă această funcție este continuă în argumentele sale atunci aplicația $\pi: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$

$\pi(x, t) = \varphi(t, x)$ definește pe $\mathbb{R}^n$ un sistem dinamic. Vom considera sistemul dinamic descris de o ecuație diferențială scrisă matricial

$$\dot{x} = A x - b(F - e) \quad (1)$$

unde

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & \dots & \dots & -a_1 \end{pmatrix},$$

iar F este o funcție vectorială de x și de derivatele sale și $e(t)$ o funcție vectorială de timp.

În lucrare se studiază stabilitatea unui sistem dinamic descris de ecuația (1) prin metoda funcției Liapunov.

Această metodă constă în determinarea unei funcții scalare V , astfel ca V să fie pozitiv definită ($V > 0$) aproape peste tot cu excepția originii unde $V = 0$ și a cărei derivată în baza sistemului $\frac{dV}{dt}$ să fie negativ semidefinită ($\frac{dV}{dt} < 0$). Dacă se poate determina o astfel de funcție cu aceste proprietăți enunțate, atunci sistemul este global asimptotic stabil. Pentru cazul sistemelor autonome adică $F = e = 0$ condițiile date de criteriul de stabilitate Liapunov sînt identice cu cele obținute din criteriul Routh - Hurwitz.

Vom considera în primul rînd cazul autonom liniar, apoi vom arăta cum poate fi aplicată metoda și pentru cazul sistemelor autonome neliniare.

În primul caz $F = e = 0$ atunci ecuația (1) se reduce la

$$\dot{x} = A x \quad (2)$$

Vom face următoarea transformare

$$z = W x,$$

unde W este o matrice Vandermande. In acest fel sistemul (2) se transformă în

$$\dot{z} = W A W^{-1} z = D z, \quad (3)$$

unde D este matricea diagonală formată din elementele spectrului valorilor proprii obținute din ecuația caracteristică

$$|A - \lambda I| = 0, \text{ adică}$$

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \text{ iar } W^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Căutăm o funcție Liapunov de forma

$$V = z_t^* z = \sum_{i=1}^n |z_i|^2, \quad (4)$$

unde Z_t^* este matricea transpusă conjugată a matricii coloană z .

Derivata lui V , în baza sistemului (2) este

$$\frac{dV}{dt} = \dot{Z}_t^* z + Z_t^* \dot{z} \quad (5)$$

Din (5) și din (3) obținem că

$$\frac{dV}{dt} = Z_t^* (D_t^* + D) z \quad (6)$$

Deoarece V este pozitiv definită, fiind de forma (4) condiția ca sistemul să fie stabil este ca $(D^* + D)$ să fie negativ semidefinită.

Astfel condiția de stabilitate pentru un sistem liniar este ca valorile proprii ale matricii A a sistemului să aibă părțile reale nepozitive.

Pentru a determina astfel de valori proprii vom face o altă transformare de forma

$$y = Cx \quad (7) \text{ unde elementele matricii } C \text{ sînt reale.}$$

Cu această transformare sistemul (2) devine

$$\dot{y} = C A c^{-1} y = R y \quad (8)$$

Matricea R din acest sistem se numește matricea canonică Routh și este de forma

$$R = \begin{pmatrix} -r_1 & (r_2)^{1/2} & 0 & \dots & 0 \\ -(r_2)^{1/2} & 0 & (r_3)^{1/2} & \dots & 0 \\ 0 & -(r_3)^{1/2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -(r_n)^{1/2} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

unde elementele (r_i) $i = 1, 2, \dots, n$ sînt obținute din determinanții Hurwitz ai sistemului (1) pentru cazul autonom $F = e = 0$, astfel

$$\begin{aligned} r_1 &= \Delta_1 = a_1; \\ r_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = a_2 - \frac{a_3}{a_1}; \\ r_3 &= \frac{\Delta_3}{\Delta_1 \Delta_2} = \frac{a_3}{a_1} - \frac{a_4 - \frac{a_5}{a_1}}{a_2 - \frac{a_3}{a_1}}; \\ &\vdots \\ r_n &= \frac{\Delta_{i-3}}{\Delta_{i-2} \Delta_{i-1}}; \quad i = 4, 5, \dots, n. \end{aligned}$$

Alegem ca funcție Liapunov, de forma

$$V = y_t y = \sum_{i=1}^n y_i^2. \quad (10)$$

Derivata lui V în baza sistemului este atunci

$$\frac{dV}{dt} = \dot{y}_t y + y_t \dot{y}. \quad (11)$$

Tinînd seama de (8), (11) devine:

$$\frac{dV}{dt} = y_t (R_t + R) y. \quad (12)$$

Din (9) se vede că putem avea pentru unul din cazurile particulare

$$\frac{dV}{dt} = -2 r_1 y_1^2 \quad (13)$$

Ca aceasta să fie negativ semidefinită este suficient ca $r_1 > 0$, care reprezintă de altfel și prima condiție de stabilitate obținută din criteriul lui Ruth - Hurwitz. Pentru restul condițiilor ce asigură stabilitatea este necesar să determinăm elementele matricii de transformare C.

Pentru cazul particular $n = 4$, matricea de transformare C este dată de

$$C = \begin{vmatrix} (r_2 r_3 r_4)^{1/2} & 0 & 0 & 0 \\ r_1 (r_3 r_4)^{1/2} & (r_3 r_4)^{1/2} & 0 & 0 \\ r_2 (r_4)^{1/2} & r_1 (r_4)^{1/2} & (r_4)^{1/2} & 0 \\ r_1 r_3 & r_2 + r_3 & r_1 & 1 \end{vmatrix}, \quad (14)$$

care poate fi scrisă ca produsul a două matrici, una diagonală și una triunghiulară, deci

$$C = \begin{vmatrix} (r_2 r_3 r_4)^{1/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (r_3 r_4)^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (r_4)^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ r_1 & 1 & 0 & 0 \\ r_2 & r_1 & 1 & 0 \\ r_1 r_3 & r_2 + r_3 & r_1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Toate elementele matricii de transformare C sînt reale. Din (15) rezultă că toate elementele diagonale sînt reale deci rezultă că $r_2 > 0$, $r_3 > 0$, $r_4 > 0$. Această afirmație este adevărată și în cazul general, deci pentru stabilitate avem

$$r_i > 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Pentru cazul sistemelor autonome neliniare descrise de o ecuație de forma (1) cu $e = 0$ vom avea două etape

1) Prima etapă constă în determinarea matricii de transformare C cu $F = 0$, aceasta este dată de (15). În acest caz căutăm o funcție Liapunov, numită funcția Liapunov pentru partea

liniară, notată cu V_L de forma

$$V_L = y_t^T y, \quad (16)$$

unde $y = Cx$.

Derivata lui V_L în baza sistemului este

$$\frac{dV_L}{dt} = \dot{y}_t^T y + y_t^T \dot{y}. \quad (17)$$

Deoarece matricea Routh de transformare canonică este

$$R = C A C^{-1} \text{ rezultă că } RC = CA$$

unde matricile R și C sînt date de (9) și (14).

Prin înmulțirea ecuației $\dot{x} = Ax - bF$ cu matricea C avem

$$\begin{aligned} C\dot{x} &= CAx - CbF & \text{deci} \\ \dot{y} &= Ry - CbF \end{aligned}$$

și ținînd seama că $Cb = b$ avem:

$$\dot{y} = Ry - bF. \quad (18)$$

Din (17) și (18) avem

$$\frac{dV_L}{dt} = y_t^T (R + R_t) - (b_t y + y_t b) F = -2 y_1^2 - 2 y_n F, \quad (19)$$

unde y_n se obține din matricea C , înmulțind ultima linie a lui C cu matricea x .

2) Determinarea funcției totale Liapunov, depinde de natura lui F . Vom căuta atunci o funcție scalară V_n care să fie pozitiv semidefinită și astfel ca

$$(-2 y_1^2 - 2 y_n F + \frac{dV_n}{dt}) \text{ să fie negativ semidefinită.}$$

Astfel funcția totală Liapunov este

$$V = (V_L + \int_0^t \frac{dV_n}{dt} dt), \quad (20)$$

$\frac{dV_n}{dt}$ este aleasă anulînd acea parte din (19) care nu este negativ semidefinită. Deoarece alegerea lui $\frac{dV_n}{dt}$ se face în acest fel, metoda funcției lui Liapunov se poate folosi numai dacă

$$V_n = \int_0^t \frac{dv_n}{dt} dt \text{ este cel puțin semidefinită.}$$

B I B L I O G R A F I E:

- [1]. L.Cesari "Asymptatic Behavior and Stability Problems
in ordinary Differential Equations"
Springer - Verlag 1959.
- [2]. A.Halanay "Teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale"
Ed.Acad.R.S.R. 1963.
- [3]. M.Jean "Equations Differentielles ordinaires.
Centre de Recherches Physique".
Marsielle. 1970.
- [4]. W.Hahn "Stalulity of watian".
Springer - Verlag 1967.
- [5]. T.Yoshizawa "Stalility Theory bi Liapunov's Secand ".
Method. Mc.Graw-Hill N.Y 1969
- [6]. Gh.Silag "Mecanica. Vibrații mecanice"
Ed.Didactică. 1971.

SILAS Gh. , TOADER M.

ASUPRA STABILITATII UNOR SISTEME DINAMICE

Rezumat

În lucrare se stabilesc rezultatele privind legătura metodei a doua a lui Liapunov cu metoda lui Routh-Hurwitz pentru cazul sistemelor dinamice liniare și neliniare prin introducerea matricii canonice Routh R.

Se arată că condițiile de stabilitate pentru matricea R cu metoda funcției Liapunov coincid cu cele obținute prin criteriul Routh-Hurwitz.

SUR LA STABILITÉ DES QUELQUES SYSTEMES DYNAMIQUES

Résumé

Dans l'ouvrage on établit les résultats concernant la liaison de la deuxième méthode du Liapunov par la méthode du Routh-Hurwitz pour le cas des systèmes dynamiques linéaires et nonlinéaires par l'introduction de la matrice canonique Routh R.

On montre que les conditions de stabilité pour la matrice R par la méthode de la fonction Liapunov coïncident avec les obtenues par le critère Routh-Hurwitz.

RIGIDITATEA LA INCOVOIERE A BARELOR DE SECTIUNE
DREPTUNGHIALARA IN REGIM ELASTO-PLASTIC

Dan Coga - Ioan Deutsch
 Universitatea din Brasov

In lucrarea de față se determină rigiditatea la încovoiere a unei bare de secțiune dreptunghiulară (fig.1), alcătuită dintr-un material, care pe porțiunile (I) și (II) are module de

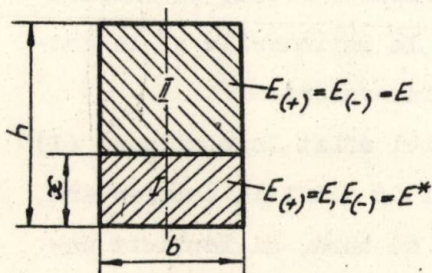


Fig.1

elasticitate diferite după

cum urmează :

$$E_{(+)} = E \text{ și } E_{(-)} = E^*$$

pe porțiunea (I) ;

$$E_{(+)} = E_{(-)} = E$$

pe porțiunea (II).

Alături de grinzile cu secțiune neomogenă se poate ivi această situație la stări de solicitare elastico-plastice ca, spre exemplu, în cazul arcului din fig.2a, solicitat la încovoiere, pe lângă o încărcare de coincidență p ce provoacă plastificarea parțială a secțiunii, de o încărcare suplimentară oarecare P .

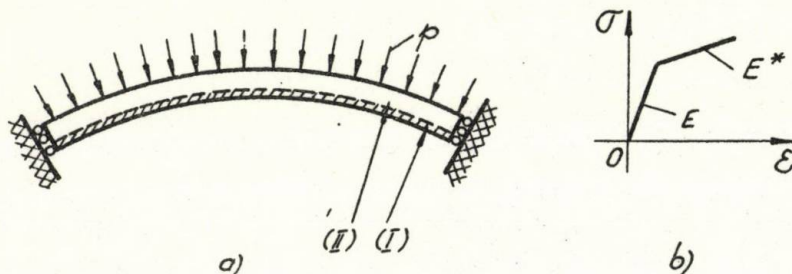


Fig.2

Dacă se acceptă drept curbă caracteristică a materialului o diagramă de tipul celei din fig.2b ; precum și faptul că încărcarea suplimentară, fiind mică, nu modifică sensibil zona plastificată, rezultă că variația stării de efort provocată de acțiunea forței P poate fi obținută printr-un calcul static obișnuit cu condiția ca rigiditatea la încovoiere să fie determinată ținându-se seama de modul diferențiat în care fibrele aflate la intradosul sau extradadosul arcului se comportă la întinderile și la compresiunile suplimentare provenite din încovoieri.

Este evident că, întrucât materialul aflat în porțiunea (I) se comportă într-un fel la întindere și în altul la compresiune, comportarea de ansamblu a unui element de bară, și implicit caracteristica sa de rigiditate, va fi diferită în funcție de sensul de încovoiere, după cum solicitarea (sau variația de solicitare) predominantă a porțiunii (I) va fi de întindere sau de compresiune.

Admițând ca valabilă ipoteza secțiunilor plane și normale pe axa barei (ipoteza lui Bernoulli), prin rigiditate de încovoiere R se înțelege raportul între momentul încovoiător M și

variația de curbura q a elementului de bară, măsurată la nivelul fibrei neutre

$$R = \left| \frac{M}{q} \right| . \quad (1)$$

Plecând de la această relație de definiție vor fi studiate ca două cazuri distincte, în funcție de sensul solicitării, comportările barei din fig.1 la încovoiere dreaptă în planul de simetrie. Studiul va fi făcut pentru bare a căror curbura inițială este nulă, rezultatele obținute rămânând valabile și pentru barele cu curbura inițială mică.

Se consideră că secțiunea barei este dreptunghiulară cu lățimea b și înălțimea h , din care partea inferioară de înălțime x are proprietăți elastice de tip (I) iar restul, de înălțimea $(h-x)$, are proprietăți de tip (II).

Rigiditatea corespunzătoare momentului încovoiător, care întinde fibra superioară a secțiunii, se va nota cu $R(+)$, iar cea corespunzătoare momentului, care comprimă fibra superioară, va fi notată cu $R(-)$.

Notând cu z distanța unui punct N situat la nivelul fibrei neutre pînă la extremitatea inferioară a secțiunii, calculul rigidităților R , fie că este vorba de $R(+)$ sau de $R(-)$, va fi făcut ținîndu-se seama de poziția relativă a punctelor N și P (un punct situat la limita între porțiunile (I) și (II)), după cum $x \leq z$ sau $x > z$.

Se vor utiliza relațiile de echivalență între solicitarea exterioară globală și tensiunile unitare în secțiune,

$$\int \sigma_x dA = 0 \quad ; \quad \int \sigma_y dA = M , \quad (2)$$

prima relație permițînd aflarea poziției fibrei neutre, iar cea

de-a doua calculul efectiv al rigidității.

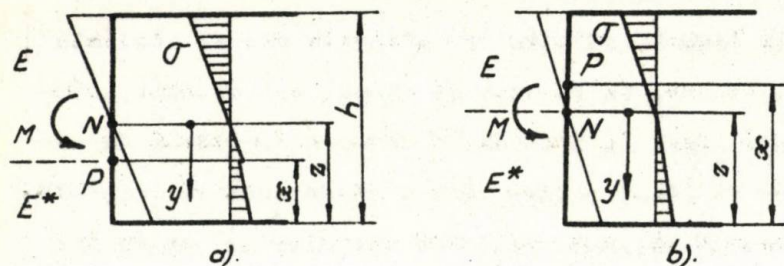


Fig. 3

Calculul rigidității $R(+)$

Cazul A : $x \leq z$ (fig. 3a).

Presupunind cunoscută raza de curbură ρ a barei deformate, alungirea specifică ϵ a unei fibre situată la distanța y de fibra neutră are expresia $\epsilon = y/\rho$. Ținând seama de moduli de elasticitate corespunzători fiecărei porțiuni, prima din relațiile (2)

$$E \int_{z-h}^{z-x} y dy + E^* \int_{z-x}^z y dy = 0 \quad (3)$$

dă după efectuarea integralelor, distanța z a punctului N

$$z = \frac{1}{2} \frac{Eh^2 - (E-E^*)x^2}{Eh - (E-E^*)x} \quad (4)$$

sau, folosind notațiile $x/h = s$, $z/h = t$ și $E^*/E = c$,

$$t = \frac{1}{2} \frac{1-(1-c)s^2}{1-(1-c)s} \quad (4')$$

Această relație este adevărată atâta timp cât $x \leq z$, ceea

ce este echivalent cu satisfacerea condiției

$$s \leq \frac{1}{1 + \sqrt{c}} . \quad (5)$$

Efectuind pe porțiuni calculul celei de-a doua integrale (2) și ținând seama că $|M. \varphi| = R$, rezultă

$$bE \int_{z-h}^{z-x} y^2 dy + bE^* \int_{z-x}^z y^2 dy = R(+). \quad (6)$$

Rigiditatea $R(+)$ poate fi exprimată cu ajutorul rigidității întregii secțiuni $Ebh^3/12$, având un modul de elasticitate unic E , și al unui coeficient adimensional $r(+)$: $R(+)=r(+).Ebh^3/12$.

Coeficientul $r(+)$, pentru cazul în discuție, are expresia

$$r(+)=4 \left[(1-c)(t-s)^3 + (1-t)^3 + ct^3 \right] . \quad (7)$$

Cazul B : $x > z$ (fig.3b).

Procedând ca și în cazul precedent, ținând seama de noua distribuție a modului de elasticitate, se obțin pentru coeficienții t și $r(+)$ expresiile (8) și respectiv (9) :

$$t = \frac{1}{1 + \sqrt{c}} ; \quad (8)$$

$$r(+)=\frac{4c}{(1 + \sqrt{c})^2} . \quad (9)$$

Este de remarcat că pentru $s > 1/(1 + \sqrt{c})$ poziția fibrei neutre și rigiditatea $R(+)$ nu mai depinde de s .

Calculul rigidității $R(-)$

Cazul A : $x \leq z$ (fig.4a).

Intrucât în acest caz fibrele de pe întreaga secțiune lu-

crează cu un singur modul de elasticitate E , rigiditatea $R(-)$

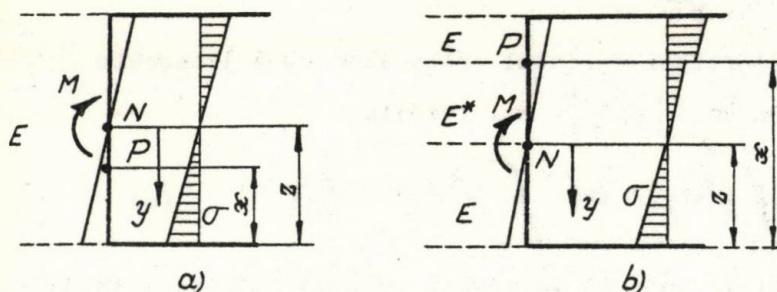


Fig. 4

este egală cu $Ebh^3/12$, iar $t = 0,5$. Coeficientul $r(-)$ este, evident, egal cu unitatea.

Rezultatul este valabil atâta timp cât $x \leq z$, sau, ținând seama de poziția fixă a fibrei neutre, atâta timp cât $s \leq 0,5$.

Cazul B : $x > z$ (fig. 4b) .

Din calculul primei integrale (2)

$$E \int_{z-y}^{z-x} y dy + E^* \int_{z-x}^0 y dy + E \int_0^z y dy = 0, \quad (10)$$

se obține pentru raportul t , care dă poziția fibrei neutre în acest caz, expresia

$$t = \frac{\sqrt{1-(1-c)(2s-1)+(1-c)s-1}}{1-c}. \quad (11)$$

Având valoarea lui t , după efectuarea celei de-a doua integrale (2) și câteva alte transformări elementare, se găsește expresia

$$r(-) = 4 \left[(1-t)^3 + t^3 - (1-c)(s-t)^3 \right]. \quad (12)$$

Toate concluziile obținute pentru cele patru cazuri studiate

sînt conținute în tabelul recapitulativ nr.1

Tabelul nr.1

$0 \leq s \leq \frac{1}{1+\sqrt{c}}$ $t = \frac{1}{2} \frac{1-(1-c)s^2}{1-(1-c)s}$ $r(+)=4 \left[(1-t)^3 + ct^3 + (t-c)(t-s)^3 \right]$	$0 \leq s \leq \frac{1}{2}$ $t = \frac{1}{2}$ $r(-) = 1$
$\frac{1}{1+\sqrt{c}} \leq s \leq 1$ $t = \frac{1}{1+\sqrt{c}}$ $r(+)=\frac{4c}{(1-\sqrt{c})^2}$	$\frac{1}{2} \leq s \leq 1$ $t = \frac{\sqrt{1-(1-c)(2s-1)} + (1-c)t-1}{1-c}$ $r(-)=4 \left[(1-t)^3 + t^3 - (1-c)(s-t)^3 \right]$

Pentru o valoare dată lui c , variația în funcție de s a mărimilor $r(+)$ și $r(-)$ este reprezentată în fig.5.

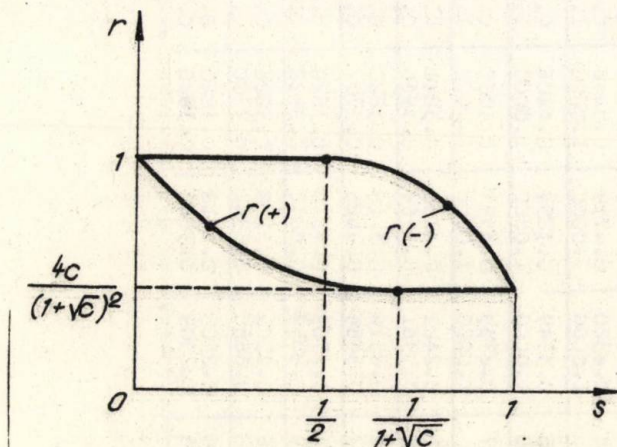


Fig.5

În tabelul nr.2 sînt date pentru diferite valori ale lui s și c valorile coeficienților de rigiditate $r(+)$ și $r(-)$.

Tabelul numeric a fost realizat cu concursul ing.Gh.Pamfil, doctorand la Catedra de mecanică și rezistența materialelor a Universității din Brașov.

Tabel nr.2

$\frac{x}{h}$	$\frac{E^*}{E} \cdot \frac{1}{N_{D,C}}$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
0.0	r(+)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.10	r(+)	0.7440	0.7588	0.7734	0.7879	0.8022	0.8164	0.8304	0.8443	0.8580	0.8716
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.20	r(+)	0.5420	0.5713	0.5999	0.6279	0.6552	0.6818	0.7079	0.7334	0.7583	0.7827
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.30	r(+)	0.3884	0.4320	0.4739	0.5142	0.5530	0.5903	0.6264	0.6611	0.6947	0.7271
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.40	r(+)	0.2773	0.3349	0.3892	0.4406	0.4891	0.5352	0.5789	0.6205	0.6602	0.6980
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.50	r(+)	0.2027	0.2739	0.3394	0.4000	0.4562	0.5087	0.5576	0.6036	0.6468	0.6875
	r(-)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.60	r(+)	0.1585	0.2421	0.3168	0.3841	0.4453	0.5012	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863
	r(-)	0.9959	0.9961	0.9964	0.9966	0.9968	0.9970	0.9973	0.9975	0.9977	0.9979
0.70	r(+)	0.1382	0.2316	0.3118	0.3820	0.4444	0.5010	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863
	r(-)	0.9642	0.9664	0.9686	0.9707	0.9728	0.9749	0.9769	0.9788	0.9808	0.9827
0.80	r(+)	0.1336	0.2309	0.3118	0.3820	0.4444	0.5010	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863
	r(-)	0.8659	0.8752	0.8842	0.8928	0.9011	0.9091	0.9169	0.9244	0.9317	0.9388
0.90	r(+)	0.1336	0.2309	0.3118	0.3820	0.4444	0.5010	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863
	r(-)	0.6368	0.6665	0.6942	0.7200	0.7443	0.7671	0.7888	0.8094	0.8290	0.8477
1.00	r(+)	0.1336	0.2309	0.3118	0.3820	0.4444	0.5010	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863
	r(-)	0.1336	0.2309	0.3118	0.3820	0.4444	0.5010	0.5527	0.6004	0.6448	0.6863

COSA, D., DEUTSCH I.,

RIGIDITATEA LA INCOVOIERE A BARELOR DE
SECTIUNE DREPTUNghiULARA IN REGIM
ELASTO - PLASTIC

Rezumat

În lucrare sînt studiate unele aspecte privind comportarea la încovoiere a unei secțiunii de bară de formă dreptunghiulară alcătuită din material elasto-plastic cu consolidare liniară.

Admițînd că datorită unei solicitări preexistente, o parte din secțiune lucrează în domeniul elastic iar cealaltă în domeniul plastic, sînt determinate poziția fibrei neutre și rigiditatea globală la încovoiere în funcție de caracteristicile materialului, gradul de plastificare a secțiunii și sensul de încovoiere.

BENDING RIGIDITY OF RECTANGULAR SECTION BEAMS
UNDER ELASTO-PLASTIC CONDITION

Abstract

The paper deals with some aspects concerning the bending behaviour of a rectangular beam section of elasto-plastic material with linear reinforcement. Assuming that, owing to a pre-existent stress, part of the section works within the elastic range and the other within the plastic range, one can determine the position of the neuter fibre and the total bending rigidity depending on the metal characteristics, the degree of plastification of the section as well as on the direction of bending.

ASUPRA INCOVOIERII BARELOR DREPTÉ
CU CARACTERISTICI NELINIARE

Prof.ing.Temistocle Redlov
 Universitatea din Bragov

1. Tensiuni rezultate din incovoierea pură dreaptă.

Folosirea din ce în ce mai frecventă în tehnica modernă a pieselor de rezistență, confecționate din materiale ce nu respectă legea lui Hooke, reactualizează problema stabilirii unor relații de calcul, bazate pe o aproximare cât mai bună a curbei caracteristice.

În literatură sînt date diferite soluții aproximative ale problemei menționate, dintre care pot fi amintite :

- relația lui Saint-Venant [1] între tensiunea normală și distanța de la fibra considerată pînă la axa neutră, care conduce la formule de calcul complicate, întrucît ecuația curbei caracteristice a materialului depinde de 6 constante ;

- relația propusă de Bülfinger și Hodgkinson , cunoscută sub numele de legea potențială [2] , căreia i se poate reproșa faptul că nu aproximează bine curba caracteristică în vecinătatea originii, întrucît valoarea modulului de elasticitate în acest

punct devine fie nulă, fie infinită ;

- asimilarea curbei caracteristice cu două arce parabolice, ecuația acesteia depinzând de 4 parametri, în cazul când materialul se comportă diferit la tracțiune și compresiune [3] .

În cele ce urmează se propune aproximarea curbei caracteristice prin două arce sinusoidale, câte unul pentru solicitarea la tracțiune, respectiv compresiune, având aceeași tangentă în origine :

$$\left. \begin{array}{l} \text{- tracțiune } \sigma = \sigma_0 \sin \alpha \varepsilon , \\ \text{- compresiune } \sigma = \sigma'_0 \sin \alpha' \varepsilon , \end{array} \right\} \quad (1)$$

în care σ_0 , σ'_0 , α și α' sînt mărimi constante.

Din condiția de continuitate a derivatei în origine rezultă

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\sigma_0}{\sigma'_0} = \psi ,$$

astfel încît ecuațiile (1) se scriu :

$$\left. \begin{array}{l} \text{- tracțiune } \sigma = \sigma_0 \sin \alpha \varepsilon , \\ \text{- compresiune } \sigma = \psi \sigma_0 \sin \frac{\alpha \varepsilon}{\psi} . \end{array} \right\} \quad (2)$$

Mărimile σ_0 , α și ψ , considerate pozitive, se determină astfel ca ecuațiile (2) să aproximeze curba caracteristică într-o măsură mulțumitoare.

În aceste condiții, un material oarecare este caracterizat din punctul de vedere al corelației (σ, ε) sau (τ, γ) numai prin trei constante specifice.

Cu notațiile din fig.1 se poate scrie în virtutea ipotezei secțiunilor plane :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{1,2}} = \frac{y}{y_{1,2}} , \quad (3)$$

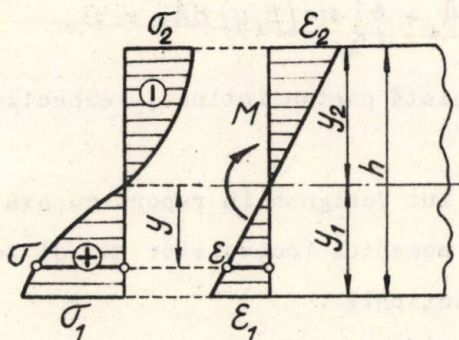


Fig. 1

sau, ținând cont de (2) ,

$$\frac{y}{y_1} = \frac{\arcsin \sigma / \sigma_0}{\arcsin \sigma_1 / \sigma_0} , \quad \frac{y}{y_2} = \frac{\arcsin \sigma / \psi \sigma_0}{\arcsin \sigma_2 / \psi \sigma_0} , \quad (4)$$

de unde

$$\arcsin \frac{\sigma}{\sigma_0} = \beta_1 y \quad , \quad \arcsin \frac{\sigma}{\psi \sigma_0} = \beta_2 y \quad , \quad (5)$$

în care s-a notat :

$$\beta_1 = \frac{\nu_1}{y_1} , \quad \beta_2 = \frac{\nu_2}{y_2} , \quad \nu_1 = \arcsin \frac{\sigma_1}{\sigma_0} , \quad \nu_2 = \arcsin \frac{\sigma_2}{\psi \sigma_0} . \quad (6)$$

Din (5) se obține acum legea de variația a tensiunii normale în funcție de poziția fibrei :

$$\left. \begin{array}{l} \text{- tracțiune } \sigma = \sigma_0 \sin \beta_1 y , \\ \text{- compresiune } \sigma = \psi \sigma_0 \sin \beta_2 y , \end{array} \right\} \quad (7)$$

regăsindu-se astfel proprietatea potrivit căreia diagrama σ are aceeași alură ca și curba caracteristică a materialului.

Poziția axei neutre, în ipoteza încovoierii drepte, rezultă

din ecuația

$$\int_{A_1} \sin(\beta_1 y) dA_1 + \psi \int_{A_2} \sin(\beta_2 y) dA_2 = 0, \quad (8)$$

unde A_1 și A_2 reprezintă partea întinsă, respectiv comprimată, a secțiunii.

Aplicând teorema lui Varignon în raport cu axa neutră, se obține relația dintre momentul încovoietor M și tensiunile din fibrele extreme ale secțiunii :

$$\frac{M}{\sigma_0} = \int_{A_1} y \sin(\beta_1 y) dA_1 + \psi \int_{A_2} y \sin(\beta_2 y) dA_2. \quad (9)$$

Ecuațiile (8) și (9) rezolvă problema, urmînd ca integralele să fie calculate pentru fiecare formă de secțiune în parte.

2. Deformația barei drepte.

Notînd cu ϱ raza de curbură a fibrei neutre (care nu coincide cu fibra medie decît în anumite cazuri particulare), alungirea specifică este dată de cunoscuta relație, valabilă în ipoteza secțiunilor plane :

$$\varepsilon = \frac{y}{\varrho}. \quad (10)$$

Ținînd cont de (2), se obține pentru fibra întinsă :

$$\varepsilon = \frac{1}{\alpha} \arcsin \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{y}{\alpha y_1} \arcsin \frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \frac{\nu_1 y}{\alpha y_1}. \quad (11)$$

Comparînd cu (10), rezultă expresia curburii fibrei neutre :

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\nu_1}{\alpha y_1} = \frac{\beta_1}{\alpha}. \quad (12)$$

În mod similar se găsește expresia echivalentă cu (12) a curburii fibrei neutre în funcție de y_2 și σ_2 :

$$\frac{1}{S} = \frac{\psi}{\alpha y_2} \arcsin \frac{\sigma_2}{\psi \sigma_0} = \frac{\psi \nu_2}{\alpha y_2} = \frac{\psi \beta_2}{\alpha} \quad (13)$$

Notînd cu v ordonata punctului curent al fibrei neutre în raport cu starea nedeformată - presupusă rectilinie - a acestei fibre, cu x abscisa aceluiaşi punct şi alegînd sensul axei v astfel încît derivata d^2v/dx^2 să fie negativă cînd momentul de încovoiere este pozitiv, funcţiile (12) şi (13) devin în cazul micilor deformaţii :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{\beta_1}{\alpha} \quad , \text{ respectiv } \quad \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{\psi \beta_2}{\alpha} \quad (14)$$

Integrarea ecuaţiei diferenţiale aproximative a fibrei neutre deformate, sub una din formele echivalente (14) , este dificilă, mai ales în cazul barei de secţiune variabilă. Problema poate fi soluţionată relativ comod în temeiul analogiei existente între ecuaţia (14) şi ecuaţia diferenţială a curbelor funiculare plane, încărcate continuu cu sarcini paralele. În acest scop se încarcă bara cu o sarcină transversală fictivă, de intensitate $\beta_1 = \psi \beta_2$, echivalată cu un şir de sarcini concentrate adimensionale, evaluate cu aproximaţie,

$$\Delta \Omega_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \beta_1(x) dx , \quad (15)$$

şi se construieşte un poligon funicular al sarcinilor (15), luînd ca distanţă polară mărimea adimensională α . În aceste condiţii, ordonata v este reprezentată, la scara lungimilor, prin segmentul de dreaptă, paralel cu sarcina fictivă, cuprins între poligonul funicular şi latura sa de închidere. Dată fiind însă micimea deplasărilor v , se obţine un poligon funicular extrem de plat,

deci practic greu de utilizat. Neajunsul se înlătură recurgînd la cunoscutul procedeu al micșorării distanței polare de n ori, ceea ce atrage după sine mărirea în aceeași măsură a ordonatelor v (fig.2).

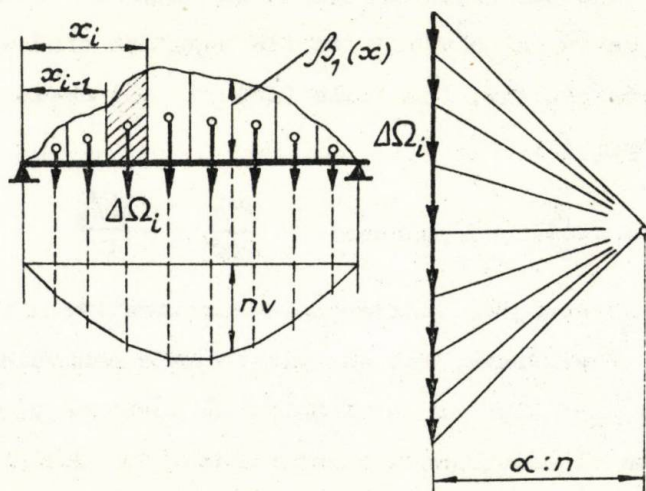


Fig. 2

3. Cazul secțiunii dreptunghiulare.

Notînd cu b lățimea secțiunii - adică lungimea laturii paralele cu vectorul M - rezultă din ecuația (8) :

$$\int_0^{y_1} \sin(\beta_1 y) dy + \psi \int_{y_2}^0 \sin(\beta_2 y) dy = 0,$$

sau, ținînd cont de (6),

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{\psi \nu_1}{\nu_2} \frac{1 - \cos \nu_2}{1 - \cos \nu_1}. \quad (16)$$

Pe de altă parte, în virtutea ecuațiilor (2) și a notațiilor (6) se poate scrie :

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\arcsin(\sigma_1/\sigma_0)}{\psi \arcsin(\sigma_2/\psi\sigma_0)} = \frac{\nu_1}{\psi\nu_2} . \quad (17)$$

Comparînd (16) cu (17) și ținînd cont de (6), se obține acum o relație, cu ajutorul căreia se poate calcula valoarea tensiunii σ_1 , cînd se cunoaște σ_2 , și invers :

$$\psi^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - (\sigma_1/\sigma_0)^2}}{1 - \sqrt{1 - (\sigma_2/\psi\sigma_0)^2}} . \quad (18)$$

Din (17) rezultă poziția axei neutre :

$$\eta_1 = \frac{y_1}{h} = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \psi\nu_2} , \quad \eta_2 = \frac{y_2}{h} = \frac{\psi\nu_2}{\nu_1 - \psi\nu_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1} \psi\eta_1 . \quad (19)$$

În cazul cînd materialul are aceeași curbă caracteristică la tracțiune și compresiune, adică $\psi = 1$, rezultă $\sigma_2 = -\sigma_1$, $\nu_2 = -\nu_1$, $\eta_1 = 1/2$ și $\eta_2 = -1/2$; cu alte cuvinte, axa neutră înjumătățește înălțimea dreptunghiului.

Ecuația (9) devine în cazul secțiunii dreptunghiulare :

$$\kappa = \frac{M}{\sigma_0 W_z} = \frac{6\nu_1}{(\nu_1 - \psi\nu_2)^2} \left[\frac{\sin \nu_1}{\nu_1} - \cos \nu_1 - \frac{\psi^3 \nu_2}{\nu_1} \left(\frac{\sin \nu_2}{\nu_2} - \cos \nu_2 \right) \right] , \quad (20)$$

în care $W_z = bh^2/6$. Ținînd cont de (18), rezultă că mărimea adimensională κ depinde numai de variabilele — de asemeni adimensionale — σ_1/σ_0 și σ_2/σ_0 .

În ceea ce privește mărimea $\beta_1(x)$, necesară calculului deplasărilor, expresia acesteia rezultă din (6) și (19) :

$$\beta_1(x) = \frac{\nu_1 - \psi \nu_2}{h} . \quad (21)$$

Sistemul de ecuații (18) și (20) rezolvă problemele privind dimensionarea, verificarea rezistenței și determinarea momentului admisibil în cazul secțiunii dreptunghiulare. În scopul reducerii volumului de calcule numerice au fost trasate în cele trei plange alăturate familiile de curbe ψ și κ în raport cu sistemul de axe rectangulare σ_1/σ_0 și σ_2/σ_0 . De exemplu, dimensionarea secțiunii se face în modul următor : se caută pe curba ψ , specifică materialului utilizat, punctul de abscisă $\sigma_1/\sigma_0 = \sigma_{at}/\sigma_0$ (sau de ordonată $\sigma_2/\sigma_0 = -\sigma_{ac}/\sigma_0$), citindu-se valoarea tensiunii extreme σ_2 (respectiv σ_1) și determinînd totodată valoarea mărimii κ , ca fiind cota acelei curbe κ , care trece prin același punct ; modulul de rezistență al secțiunii are, așadar, valoarea necesară $W_x = M/\kappa \sigma_0$.

În vederea trasării fibrei neutre deformată, se calculează într-un număr convenabil de secțiuni x_i mărimile $\kappa_i = M_i/\sigma_0 W_{xi}$ și se determină, cu ajutorul graficului, coordonatele σ_1/σ_0 și σ_2/σ_0 ale punctului de intersecție dintre curbele κ_i și curba ψ , proprie materialului utilizat ; relațiile (6) și (21) permit acum găsirea valorilor $\beta_1(x_i)$.

Este de observat că, în trasarea familiei de curbe ψ , s-a luat $\psi_{max} = 1$, ceea ce înseamnă că au fost avute în vedere numai acele materiale, a căror rezistență la tracțiune este cel puțin egală celei la compresiune. Acestor materiale li se poate atribui denumirea generică de „materiale tip cupru”.

În cazul materialelor a căror rezistență la tracțiune este inferioară celei la compresiune, denumite generic „materiale

tip fontă", constanta ψ are valori supraunitare, iar curbele corespunzătoare sînt foarte apropiate între ele. În acest caz crește riscul comiterii unor erori de citire în efectuarea calculului grafic, motiv pentru care s-a renunțat la trasarea curbelor $\psi > 1$. Graficele prezentate pot fi utilizate însă și în cazul materialelor tip fontă, recurgînd la următorul artificiu: se ia în considerare un material fictiv, de tip cupru, care să aibă la tracțiune-compresiune același comportament ca și materialul real în cazul solicitării la compresiune-tracțiune; se determină tensiunile σ_1^* și σ_2^* în fibrele extreme ale piesei fictive, după care se va lua pentru piesa reală $\sigma_1 = -\sigma_2^*$ și $\sigma_2 = -\sigma_1^*$.

Exemplu numeric. Ecuațiile curbei caracteristice sînt:

$$\sigma = 2000 \sin 300 \varepsilon \quad \text{daN/cm}^2, \quad \varepsilon \leq 0,$$

$$\sigma = 1000 \sin 600 \varepsilon \quad \text{daN/cm}^2, \quad \varepsilon \geq 0,$$

constantele materialului fiind așadar

$$\sigma_0 = 1000 \text{ daN/cm}^2, \quad \psi = 2, \quad \alpha = 600.$$

Se consideră un material fictiv de tip cupru, avînd curba caracteristică dată de ecuațiile:

$$\sigma^* = 1000 \sin 600 \varepsilon \quad \text{daN/cm}^2, \quad \varepsilon \leq 0,$$

$$\sigma^* = 2000 \sin 300 \varepsilon \quad \text{daN/cm}^2, \quad \varepsilon \geq 0,$$

adică

$$\sigma_0^* = 2000 \text{ daN/cm}^2, \quad \psi^* = 1/\psi = 0,5,$$

$$\text{Dîndu-se valorile} \quad \alpha^* = \alpha/\psi = 300.$$

$$M = 1200 \text{ daNm}, \quad W_z = 100 \text{ cm}^3,$$

se calculează mărimea

$$\kappa^* = M / \sigma_0^* W_z = 0,60.$$

Coordonatele punctului de intersecție ale curbelor ψ^* și χ^* sînt :

$$\sigma_1^*/\sigma_0^* = 0,611 \quad , \quad \sigma_2^*/\sigma_0^* = -0,493,$$

așa încît

$$\sigma_1^* = 1222 \text{ daN/cm}^2 \quad , \quad \sigma_2^* = -986 \text{ daN/cm}^2 .$$

În bara reală tensiunile extreme au, așadar, valorile :

$$\sigma_1 = +986 \text{ daN/cm}^2 \quad , \quad \sigma_2 = -1222 \text{ daN/cm}^2 .$$

Pentru găsirea poziției axei neutre se calculează valorile:

$$\sin \nu_1 = \sigma_1/\sigma_0 = 0,986 \quad ; \quad \sin \nu_2 = \sigma_2/\psi\sigma_0 = -0,611 ;$$

$$\nu_1 = 1,4033 \quad ; \quad \nu_2 = -0,6573 .$$

Potrivit formulelor (19) rezultă :

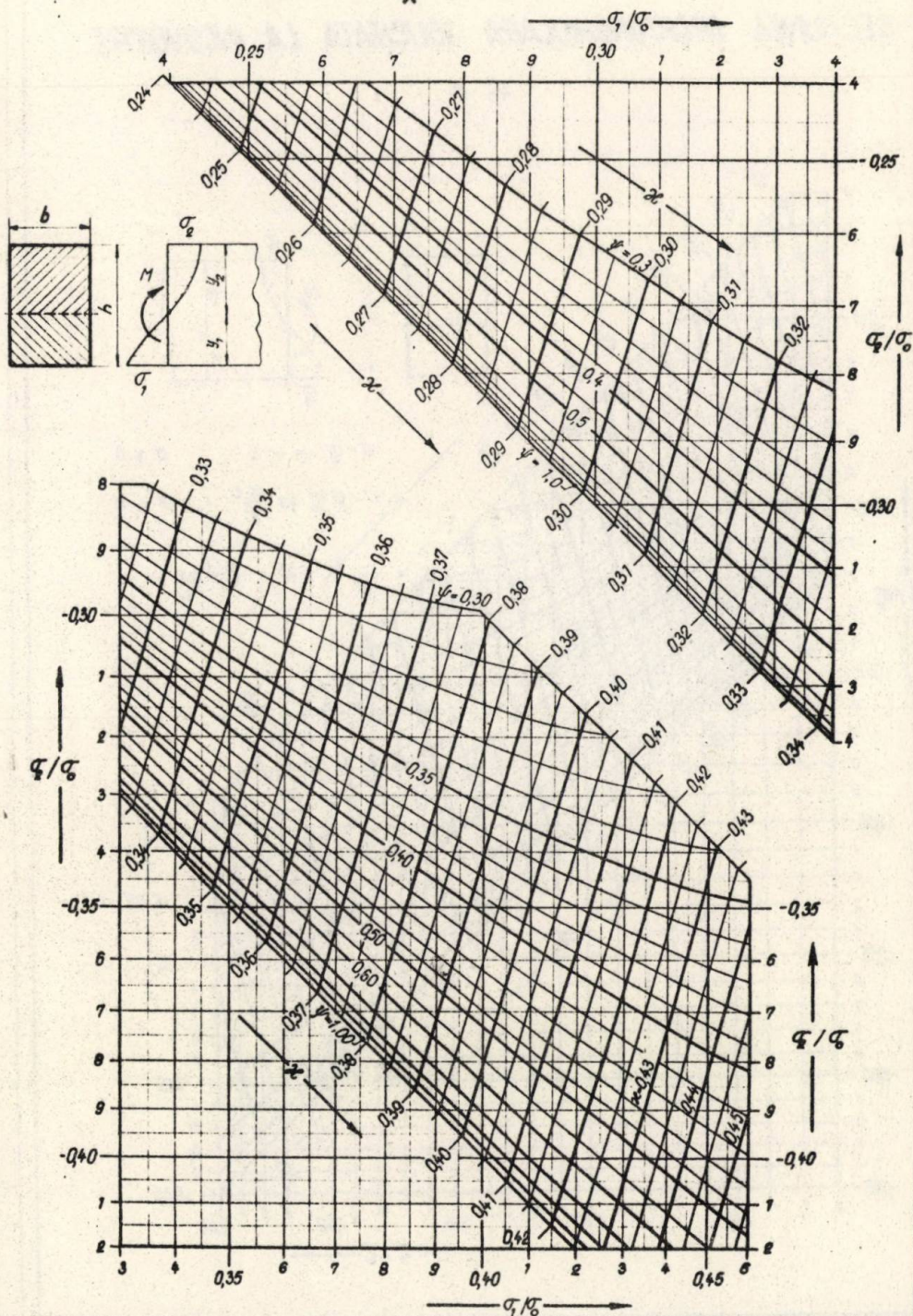
$$y_1 = \frac{\nu_1 h}{\nu_1 - \psi \nu_2} = 0,516 h .$$

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Filonenco-Borodici M.M. : Curs de rezistența materialelor, partea II, Editura tehnică, București, 1952.
- [2]. Filipescu Gh.E. : Statica construcțiilor și rezistența materialelor, Imprimeria națională, București, 1935.
- [3]. Manea Gh., Buzdugan Gh., Freund P. : Metode ameliorate de calcul la încovoiere pentru bare de fontă, cupru și alamă, pe baza curbelor caracteristice ridicate experimental. În : Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr.3-4,1954, p.341-376, Editura Academiei R.S.R., București.

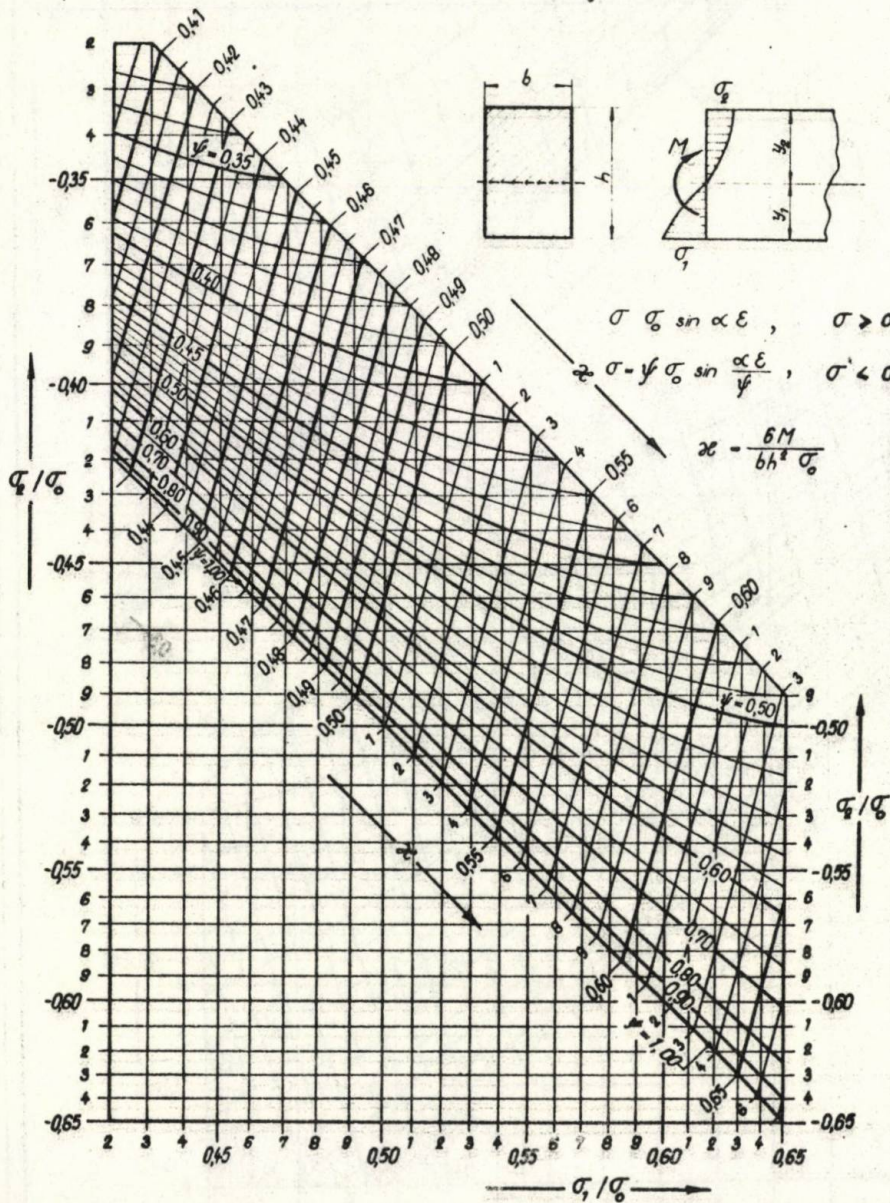
SECTIUNEA DREPTUNGHILARA SOLICITATA LA INCOVOIERE

*



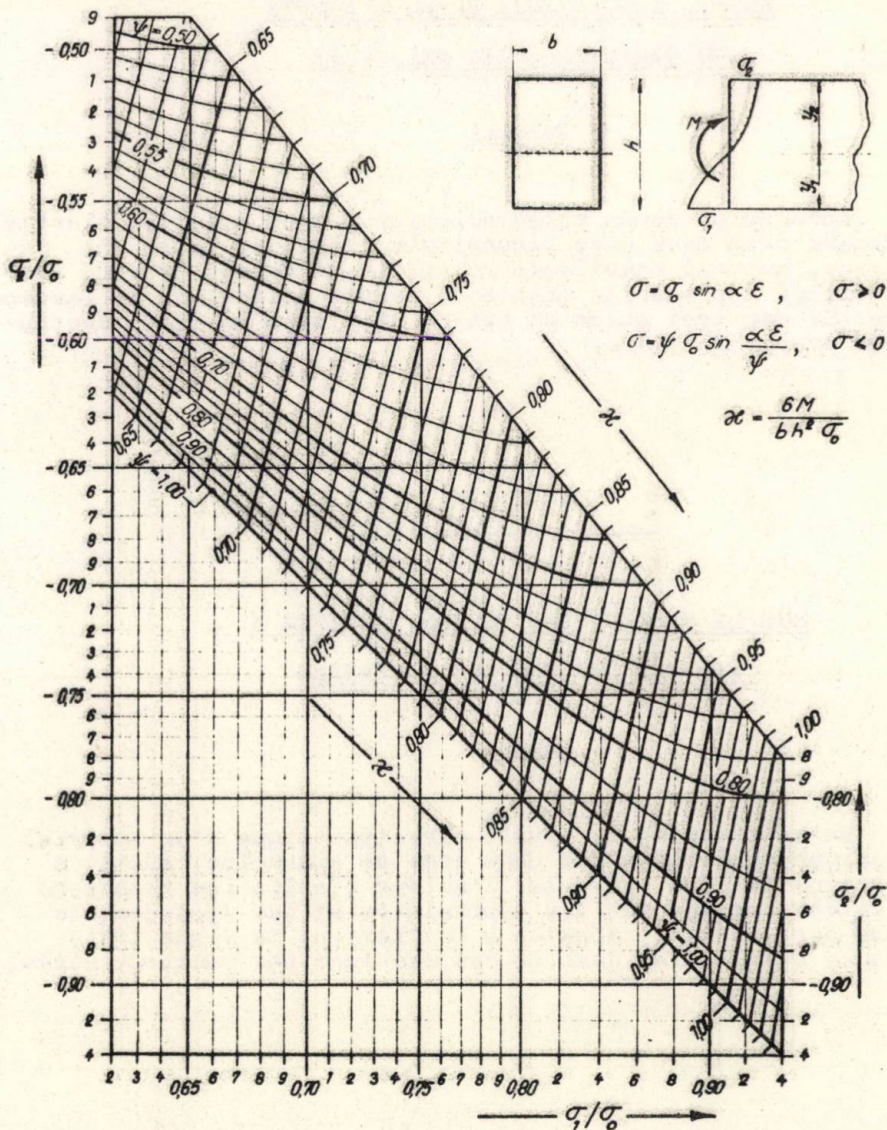
SECTIUNEA DREPTUNGHULARA SOLICITATA LA INCOVOIERE

* *



SECTIUNEA DREPTUNGHILARA SOLICITATA LA INCOVOIERE

* * *



REDLOV T.

ASUPRA INCOVOIERII BARELOR DREPTE

CU CARACTERISTICI NELINIARE

Rezumat

Aproximind curba caracteristică a unui material elastic oarecare prin două arce sinusoidale, tangente între ele în origine, autorul stabileşte relaţiile de calcul privind tensiunile şi deplasările unei bare drepte solicitate la încovoiere. Se dau trei abace ce pot fi utilizate în cazul secţiunilor dreptunghiulare.

SUR LA FLEXION DES POUTRES DROITES À

CARACTÉRISTIQUES NON LINÉAIRES

Résumé

En approximant la courbe caractéristique d'un matériel élastique quelconque par deux arcs de sinuséide, ayant à l'origine la même tangente, l'auteur établit les relations de calcul, concernant les contraintes et les déplacements d'une barre droite, soumise à la flexion. On donne trois abaques utilisables dans le cas des sections rectangulaires.

ANALIZA STĂRILOR DE EFORTURI UNITARE DINTR-O
CLASA DE STRUCTURI AXIAL - SIMETRICE DE TIP RECIPIENT

Dr.ing. I. Constantinescu
 asistent la Institutul politehnic București

Structurile de tip recipient au o largă utilizare în tehnică , formele constructive întâlnite fiind de o mare diversitate. Solici-
 tățile sînt date de presiunea interioară, un câmp de temperatură și
 eventual alte sarcini, provenite din greutatea proprie, rezemări și
 altele.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele studiului stărilor
 de eforturi unitare din structurile de tip recipient cilindric cu
 fund plan, o porțiune de manta în consolă și o diafragmă inelară in-
 terioară sau exterioară. S-au urmărit în special eforturile unitare
 locale maxime din zonele de îmbinare ale diverselor elemente ale re-
 cipientelor și dependența acestora de geometria structurii.

S-au studiat structurile reprezentate în figura 1, solificate
 cu presiunea interioară p . Pentru structura din figura 1.b s-a con-
 siderat și solicitarea dată de o forță inelară

$$P = kpR.$$

(1)

În vederea determinării eforturilor unitare datorate solicitării
 compuse de întindere și încovoiere, s-au scris ecuațiile diferențiale
 în deplasări pentru fiecare element component al structurilor consi-

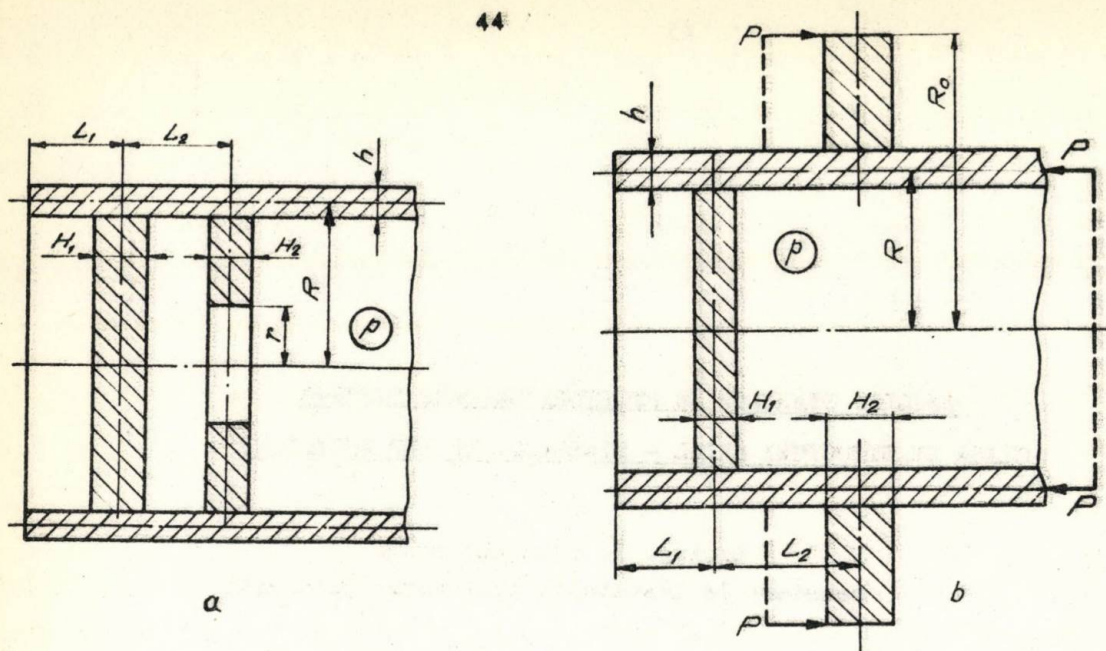


Fig. 1.

derate. In figura 2 sînt reprezentate aceste elemente componente și eforturile de legătură. Fiecare din cele două structuri este formată din 5 elemente : două învelișuri cilindrice scurte (0-1 și 1-2), un înveliș cilindric lung (2-3), o placă circulară și o placă inelară.

Ca urmare a integrării ecuațiilor diferențiale ale celor cinci elemente, s-au introdus 8 constante de integrare. De asemenea s-au introdus eforturile de legătură M_{r1} , M_{r2} , T_{r1} , T_{r2} . Pentru determinarea acestora și a celor 8 constante de integrare, s-au scris condiții la limită, de continuitate și de echilibru [1]. Aceste condiții s-au scris pe suprafețele mediane ale elementelor, la îmbinarea acestora și la capete.

Ecuațiile diferențiale în deplasări, integralele lor și expresiile deplasărilor pentru elementele componente s-au luat din lucrările [2], [3], [4]. Unde a fost cazul s-a aplicat suprapunerea efectelor.

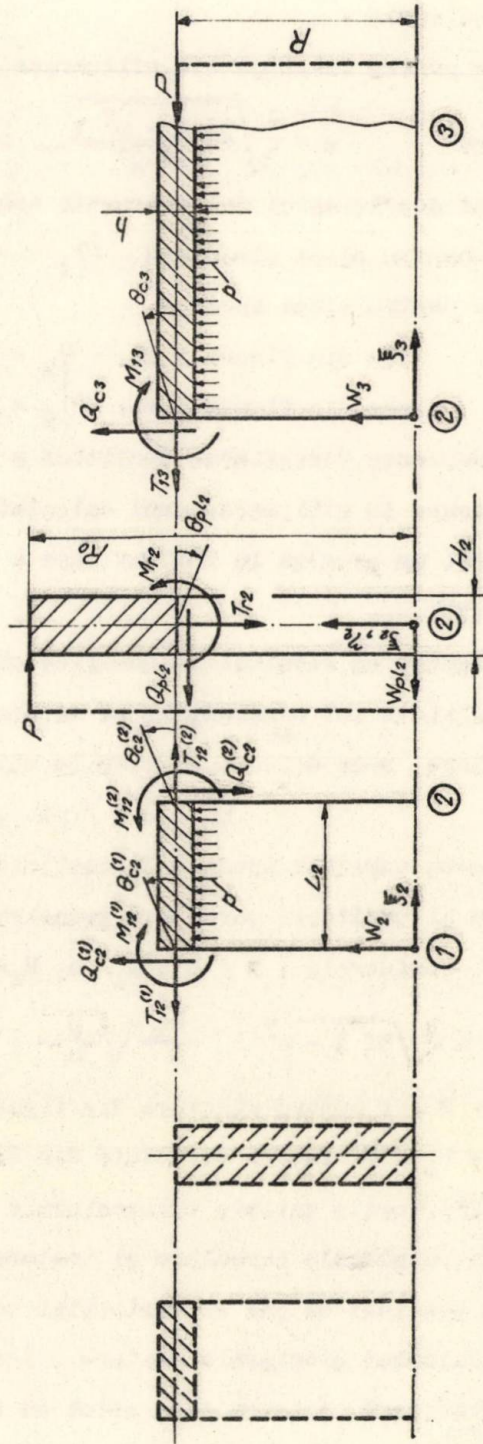
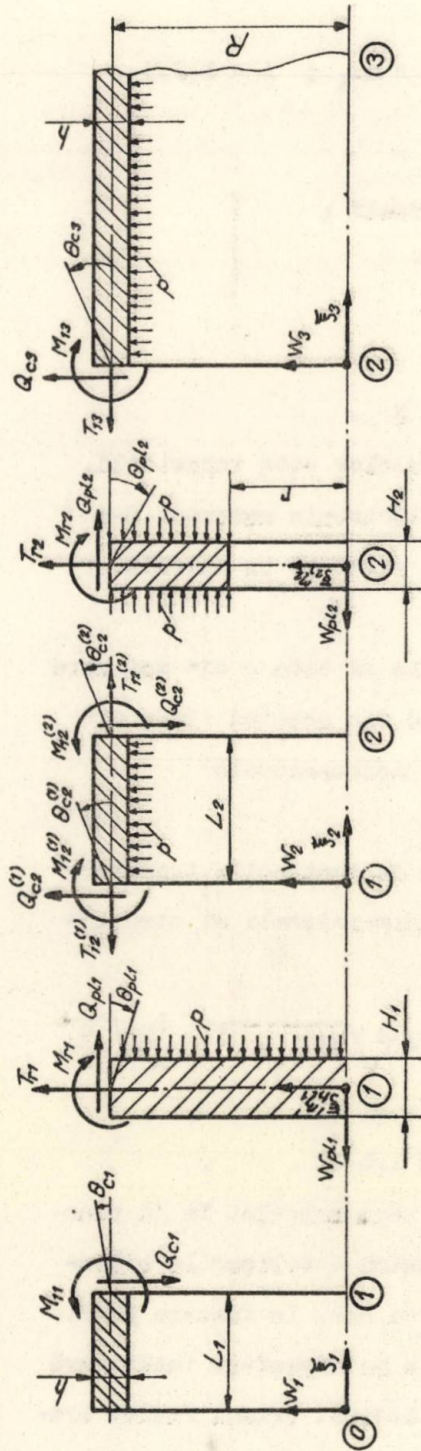


Fig.2.

În vederea simplificării calculelor s-au introdus variabilele adimensionale :

- pentru învelișurile cilindrice $\xi_i = mx_i$; $i = 1, 2, 3$,

în care
$$m = \sqrt[4]{\frac{3(1 - \mu^2)}{p^2 h^2}} ,$$

μ fiind coeficientul de contracție transversală ;

- pentru placa circulară $\eta_1 = \frac{\xi_1}{R}$;

- pentru placa inelară

cea din figura 1.a : $\eta_2 = \xi_2 / r$;

cea din figura 1.b : $\eta_2 = \xi_2 / R$.

Deoarece dezvoltarea analitică a calculelor este imposibilă, s-a recurs la utilizarea unui calculator electronic numeric. S-a elaborat un program în FORTRAN, care a fost rulat pe un calculator IBM 1130.

Pentru ca rezultatele numerice obținute să aibe o cât mai mare generalitate iar concluziile ce se desprind din acestea să fie cât mai clare, s-au definit eforturile unitare adimensionale

$$\bar{\sigma} = \sigma h / pR , \quad (2)$$

care s-au exprimat funcție de coeficientul de contracție transversală μ și următorii parametri geometrici adimensionali ai structurilor considerate : R / h , H_1 / h , H_2 / h ,

$$\lambda_1 = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \cdot \frac{L_1}{R} \sqrt{\frac{R}{h}} ; \quad \lambda_2 = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \cdot \frac{L_2}{R} \sqrt{\frac{R}{h}} ,$$

$\alpha = R / r$ pentru structura din figura 1.a și

$\alpha = R_0 / R$ pentru structura din figura 1.b .

Eforturile unitare adimensionale (2) s-au calculat în 11 puncte pentru plăcile circulare și inelare. Pentru învelișurile cilindrice s-a luat ca pas al variabilei valoarea $h/2$. În fiecare punct s-au calculat eforturile unitare principale pe suprafața interioară și exterioară. Acestea s-au notat cu trei indici. Primul indice ara-

tă direcția efortului unitar: "1" pentru direcția longitudinală, "2" pentru direcția circumferențială, la învelișurile cilindrice și cu "r" și "t" la plăci, pentru direcția radială, respectiv circumferențială. Al doilea indice arată la care element se referă: "1" pentru învelișul 0-1, "2" pentru învelișul 1-2 și "3" pentru învelișul 2-3; pentru plăci "1" pentru placa circulară și "2" pentru cea inelară. Al treilea indice arată dacă este un punct de pe suprafața exterioară (indice "e"), respectiv interioară (indice "i").

În figurile 3--7 s-au reprezentat grafic unele din valorile eforturilor unitare adimensionale.

Astfel figura 3 oferă o imagine de ansamblu a stării de eforturi unitare pentru cele două structuri studiate. Pentru fiecare element al structurilor s-au reprezentat numai două eforturi unitare și anume cele mai mari.

În figura 4 sînt reprezentate variațiile eforturilor unitare maxime funcție de λ_1 și λ_2 pentru structura cu diafragmă interioară. În figurile 5 - 7 s-au reprezentat variațiile eforturilor unitare maxime funcție de coeficientul de contracție transversală μ , de cei 6 parametri adimensionali ($\lambda_1, \lambda_2, \alpha, H_1/h, H_2/h, R/h$) și de k , pentru structura cu diafragmă exterioară.

Din analiza acestor grafice se constată că pentru ambele structuri studiate existența unei porțiuni în consolă a mantalei cilindrice poate duce la micșorări sensibile ale eforturilor unitare maxime, dacă lungimea consolei este corect determinată (fig. 4.a și 5.a). O influență notabilă are asupra stării de tensiune și distanța L_2 (respectiv valoarea parametrului adimensional λ_2) dintre fundul plan și diafragmă. Variații relativ mici ale acestei distanțe duc la modificări importante ale valorilor eforturilor unitare (fig. 4.b și fig. 5.b).

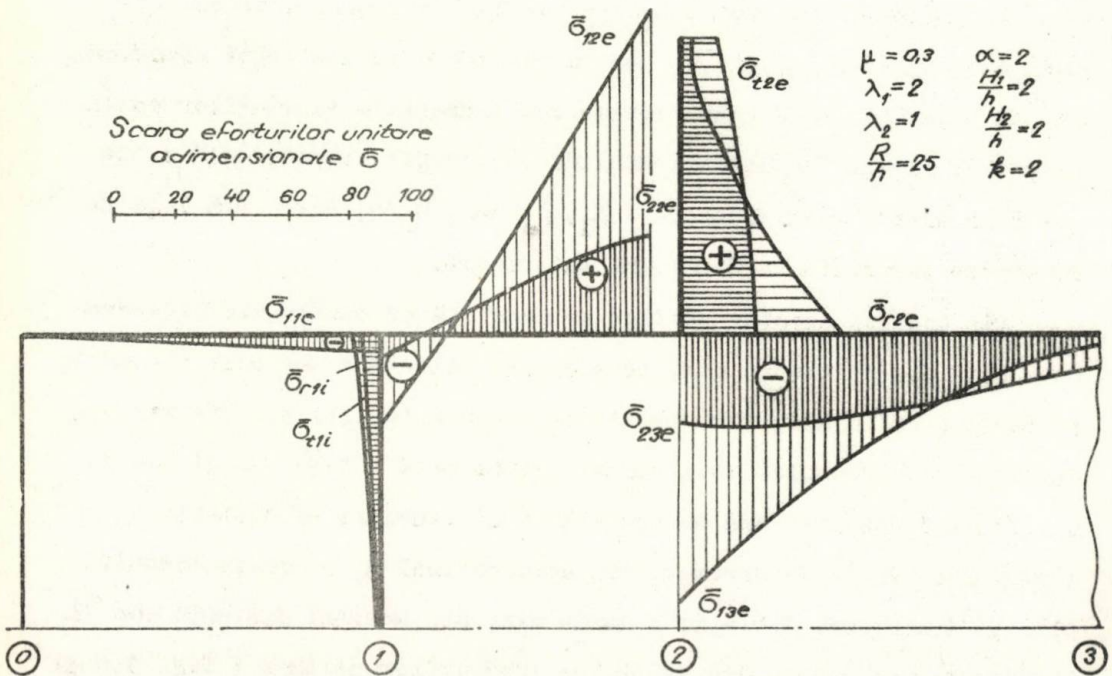
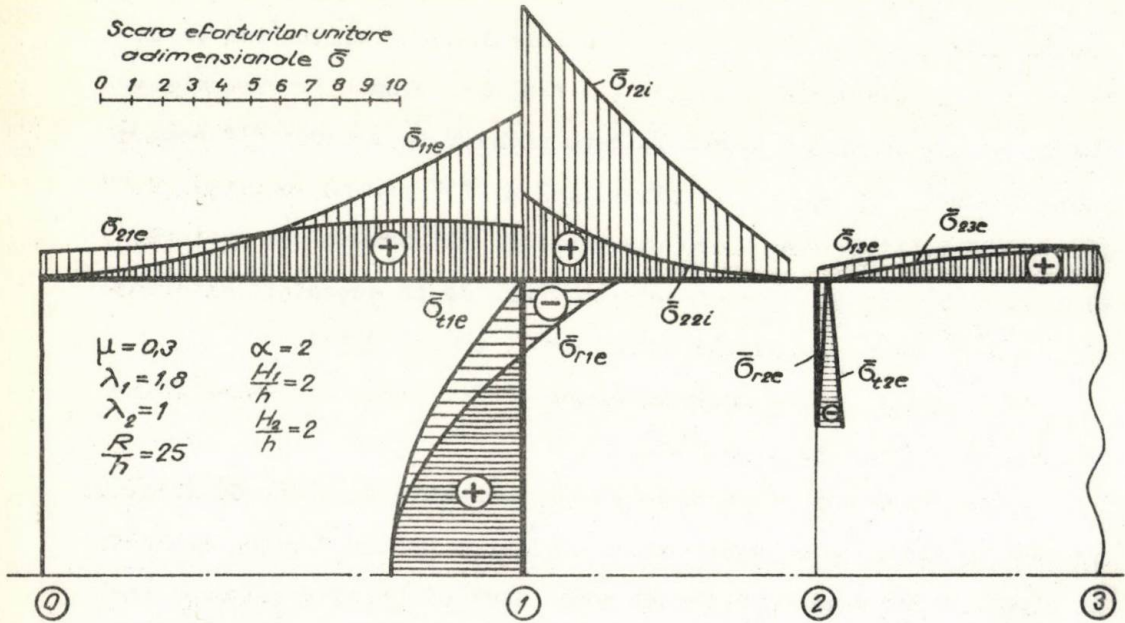


Fig. 3.

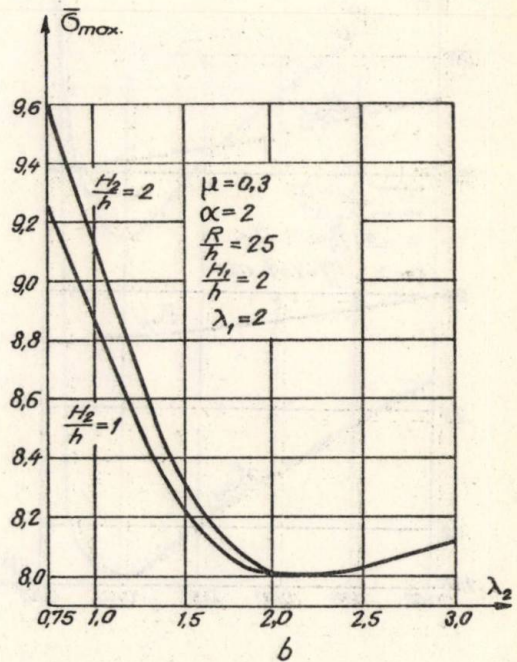
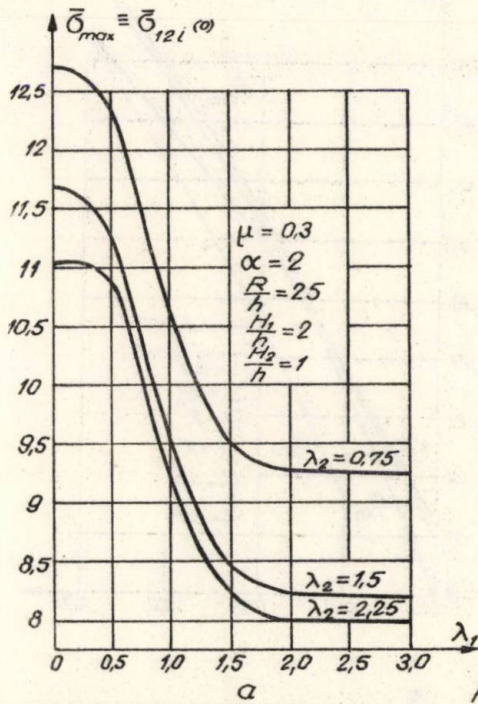


Fig. 4.

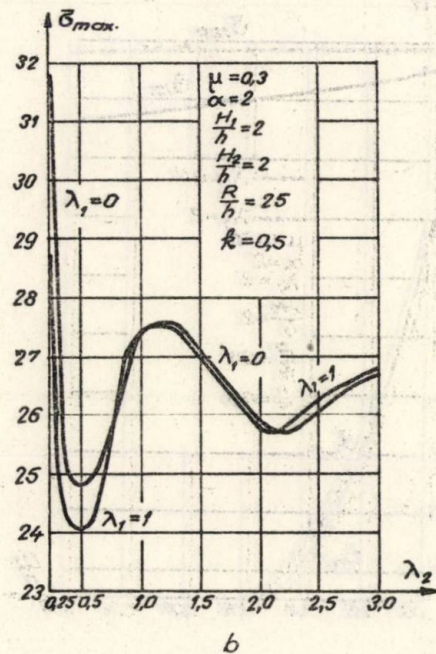
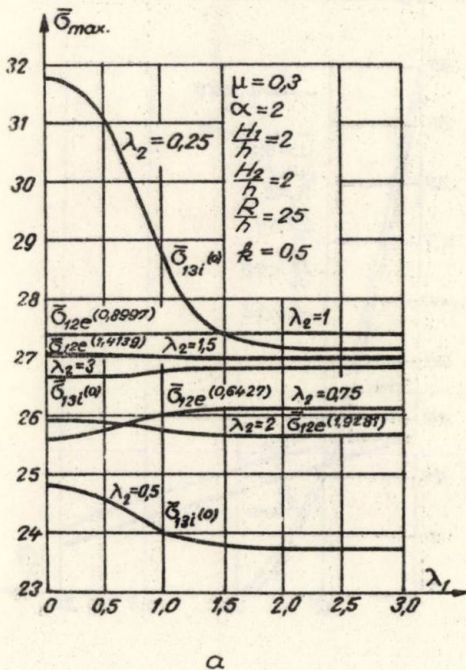


Fig. 5.

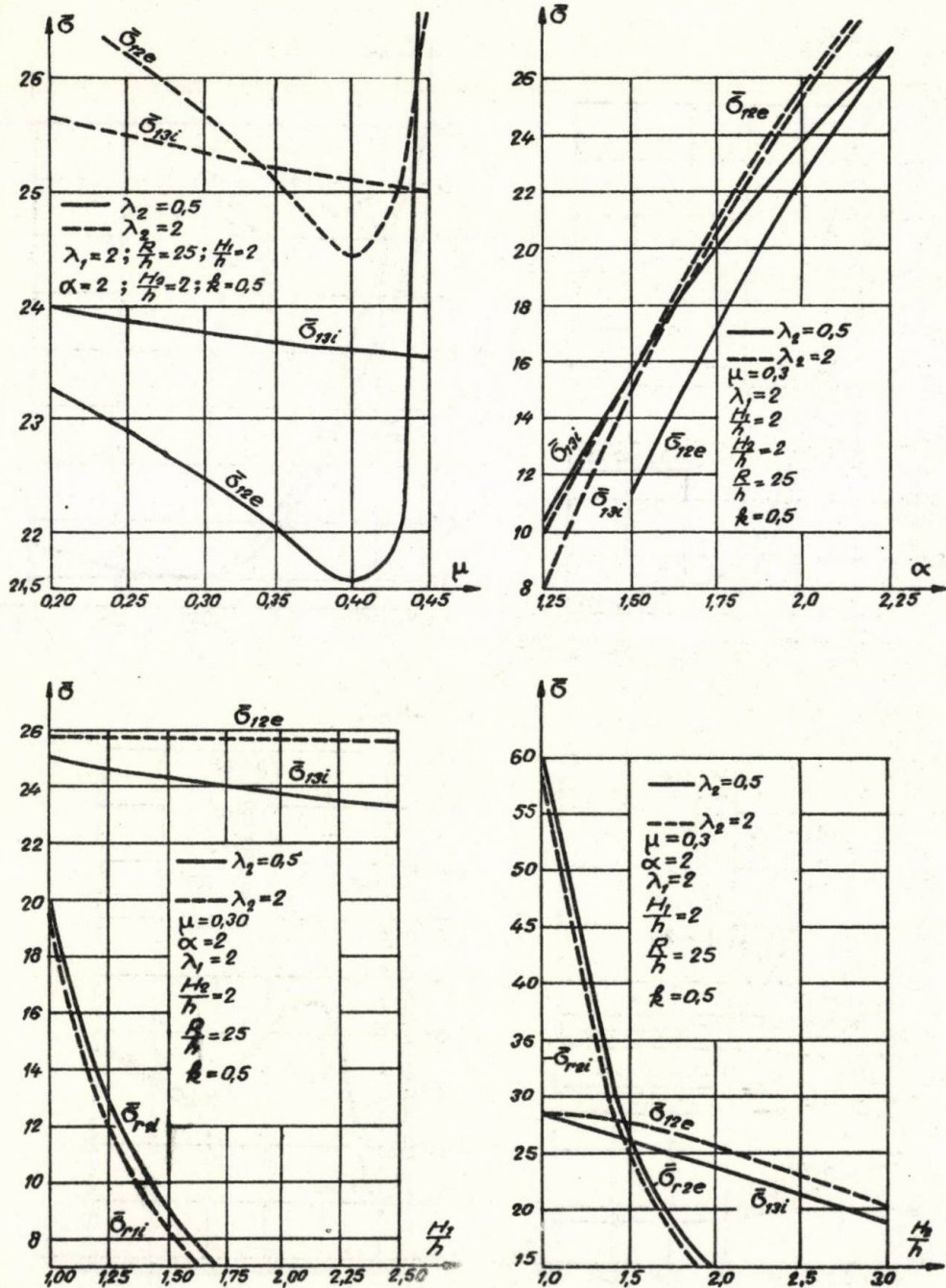


Fig. 6.

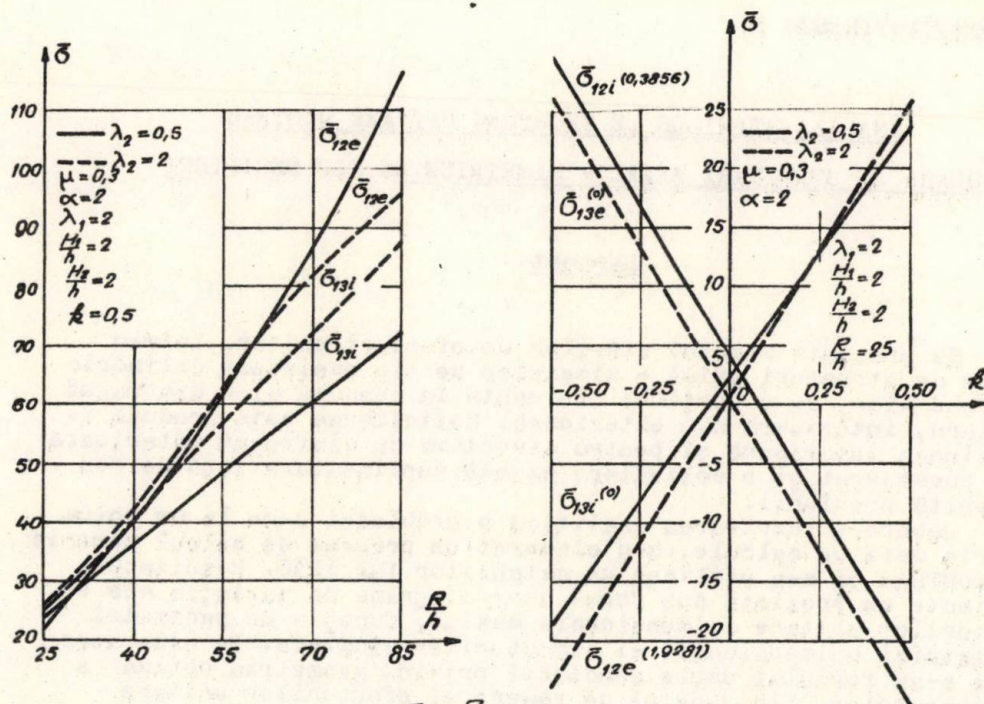


Fig. 7.

Dependența eforturilor unitare de ceilalți parametri este redată sintetic de curbele reprezentate în figurile 6 și 7, pentru structura cu diafragmă exterioară.

Bibliografie

- [1]. Constantinescu, I., Stări de eforturi unitare în recipiente cilindrice cu fund plan, solicitate cu presiune interioară, teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1972.
- [2]. Timoshenko, S., Woinowsky - Krieger, S., Teoria plăcilor plane și curbe, Editura Tehnică, București, 1968.
- [3]. Ponomarev, S. D., ș. a., Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol II, Editura Tehnică, București, 1963.
- [4]. Buzdugan, Gh., ș. a., Culegere de probleme din rezistența materialelor, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972.

CONSTANTINESCU I.

ANALIZA STĂRILOR DE EFORTURI UNITARE DINTR-O
CLASA DE STRUCTURI AXIAL - SIMETRICE DE TIP RECIPIENT

Rezumat

Se prezintă studiul stărilor de eforturi unitare într-o clasă de structuri axial - simetrice de tip recipient cilindric cu fund plan, cu o porțiune din manta în consolă și o diafragmă inelară, interioară sau exterioară. Solicitarea este produsă de presiunea interioară și pentru structura cu diafragmă exterioară s-a considerat și o solicitare axială suplimentară față de cea datorită presiunii.

Deoarece rezolvarea analitică a problemei duce la un volum foarte mare de calcule, s-a elaborat un program de calcul numeric în FORTRAN și s-a utilizat un calculator IBM 1130. Rezultatele obținute se prezintă sub forma unor diagrame de variație ale eforturilor unitare adimensionale maxime, funcție de parametri geometrici adimensionali ai structurilor studiate. Pe baza acestora s-au formulat unele concluzii privind geometria optimă a recipientelor, din punctul de vedere al eforturilor unitare maxime.

DIE ANALYSE DES SPANNUNGSZUSTANDES IN EINER KLASSE
VON AXIAL-SYMMETRISCHEN STRUKTUREN DES TYP "BEHÄLTER"

Zusammenfassung

Es wird das Studium des Spannungszustandes für eine Klasse von axial-symmetrischen Strukturen des Typs zylindrischer Behälter mit ebenem Boden und einem hervorstehenden Teil des Mantels und einem ringförmigen inneren oder äusseren Diafragma, beschrieben. Die Belastung wird durch Innendruck erzeugt. Für die Struktur mit äusserem Diafragma wurde dem Innendruck eine zusätzliche axiale Belastung überlagert.

Da die analytische Lösung des Problems einen grossen Arbeitsumfang voraussetzt, wurde dafür ein Programm in FORTRAN geschrieben und ein IBM 1130 - Rechner verwendet. Die erhaltenen Ergebnisse fallen als Diagramme an, welche die Veränderung der dimensionslosen Höchstspannungen in Abhängigkeit von der Änderung der dimensionslosen geometrischen Kennwerte der Struktur wiedergeben. Auf Grund dieser Diagramme konnten einige Schlussfolgerungen über die optimale Geometrie der Behälter aus dem Gesichtspunkte der Höchstspannungen gezogen werden.

SUBROUTINA CIMPULUI DISTRIBUTIEI EFORTURILOR UNITARE
PENTRU O FAMILIE DE DECUPARI INTARITE PE CONTUR,
UTILIZATE IN STRUCTURILE DUBLULUI FUND DE LA
NAVELE MARITIME.

Ing. GEORGETA PRAISLER șef lucrări
 la Catedra de Mecanică și Rezistența materialelor
 Institutul Politehnic Galați.

1. Introducere.

În cazul decupărilor de tipul celor folosite în structurile dublului fund (Fig.1) cu rol de ușurare și acces este necesar să se studieze coeficientul de concentrare a eforturilor unitare. Aceste decupări sînt întărite pe contur cu o platbandă. Valoarea optimă a secțiunii transversale a acestei platbande în funcție de decuparea folosită (respectiv raportul a/r_c) și de solicitarea dată (de întindere după o direcție de simetrie sau cealaltă), iată problema care se impune spre rezolvare, în scop de proiectare, într-un număr de variante, care să acopere toată gama de situații întîlnite în practică.

S-au făcut următoarele ipoteze cu privire la întărirea de-

cupării: este neîntreruptă (de jur împrejurul decupării), simetrică (în raport cu planul plăcii), ceea ce elimină orice încovoiere a plăcii datorită eforturilor aplicate la infinit, uniformă (de secțiune transversală constantă) și compactă (dimensiunile secțiunii ei transversale sînt mici în comparație cu dimensiunile decupării), ceea ce conduce la observația că se poate admite că singurul efort care lucrează în secțiunea ei transversală este forța axială.

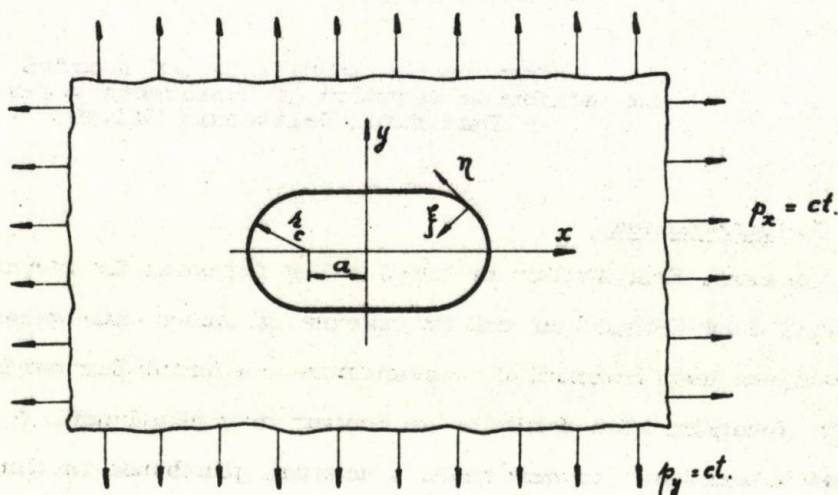


Fig. 1

2. Formule de bază.

Rezolvarea problemei s-a făcut cu ajutorul metodei variabilelor complexe. Pentru aceasta s-a realizat mai întîi transformarea conformă, a domeniului z exterior decupării în domeniul ζ exterior unui cerc unitar, sub forma polinomului

$$z = R \sum_{k_1=0}^4 c_{2k_1-1} \zeta^{1-2k_1} \quad (1)$$

căruia i s-au păstrat un număr finit de termeni, suficient pentru a asigura acuratețea transformării și care în același timp nu în-
carcă inutil volumul de calcul.

Constantele R și c_{2k_1-1} depind de valoarea raportului a/r_c care caracterizează decuparea și au fost determinate cu ajutorul metodei polinomului de interpolare a lui Lagrange, respectiv cu ajutorul unui program de calcul rulat la calculatorul I.B.M.-360, pentru $a/r_c = 0; 0,5; 0,8; 1$.

Dacă $x = XR$ și $y = YR$ sînt coordonatele unui punct de pe con-
turul decupării corespunzător punctului $\zeta = e^{i\theta}$ de pe cercul uni-
tar, atunci, din relația (1)

$$\begin{aligned} X &= \sum_{k_1=0}^4 c_{2k_1-1} \cos(1-2k_1)\theta; \\ Y &= \sum_{k_1=0}^4 c_{2k_1-1} \sin(1-2k_1)\theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Funcția de tensiuni a lui Airy

$$F = \bar{z} \phi_0(z) + z \overline{\phi_0(z)} + \chi_0(z) + \overline{\chi_0(z)}; \quad (z = x + iy, \bar{z} = x - iy), \quad (3)$$

este exprimată în funcție de potențialele complexe $\phi_0(z)$ și $\chi_0(z)$ (și valorile lor conjugate $\overline{\phi_0(z)}$, $\overline{\chi_0(z)}$).

Funcția (3) permite determinarea stării plane de eforturi u-
nitare (cu ajutorul relațiilor Kolosov-Muskhelishvili [1]). Pentru

aceasta se pun potențialele complexe sub forma

$$\begin{aligned}\phi_0(z) = \phi(\xi) &= R(\alpha \xi + a_0 + a_1 \xi^{-1} + a_2 \xi^{-2} + \dots) ; \\ \psi_0(z) = \psi(\xi) &= R(\beta \xi + b_0 + b_1 \xi^{-1} + b_2 \xi^{-2} + \dots) ,\end{aligned}$$

unde α și β se determină în funcție de eforturile la infinit. Celelalte constante se determină cu ajutorul condițiilor la limită scrise pe conturul decupării [2], [3]. Astfel din condiția de echilibru a unui element de pe conturul întărit, împreună cu elementul de placă corespunzător, se exprimă $\psi_0(z)$ în funcție de $\phi_0(z)$, iar din condiția de echilibru a unui element din întăritura decupării se determină relația cu care se poate afla $\phi_0(z)$, adică coeficienții a_n și b_1 . Această relație satisfăcută într-un număr de puncte de pe conturul decupării, egal cu numărul coeficienților (se păstrează un număr finit) conduce la următorul sistem de ecuații algebrice liniare:

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2} b_1 - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{31} [a_n (1+nQ) \sum_{k_1=0}^4 (2k_1-1) c_{2k_1-1} \cos(n+1-2k_1)\theta] + \\& + \sum_{n=1,3,\dots}^5 [a_n \sum_{k_1=2}^4 (2k_1-1-n) c_{2k_1-1} \cos(2k_1-1-n)\theta] - \\& - \left\{ \frac{1}{8} (p_x + p_y) \sum_{k_1=0}^4 c_{2k_1-1} [1+(2k_1-1)Q] \cos 2k_1\theta + \right. \\& \left. + \frac{1}{8} (p_y - p_x) (2 \cos 2\theta - c_1) \right\} = 0 .\end{aligned}\tag{4}$$

De notat că

$$Q = \frac{2P}{P^{3/2}/K + (1+\mu)(\dot{X}\ddot{Y} - \dot{Y}\ddot{X})}, \quad P = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2, \quad K = \frac{A}{Rt},$$

unde A este secțiunea transversală a întăriturii iar t grosimea plăcii.

Odată determinați coeficienții b_1 și a_n se pot calcula componentele efortului unitar pe conturul decupării (ξ și η fiind direcțiile normalei și tangentei la contur) cu relațiile:

$$\frac{P}{8}(\sigma_\xi + \sigma_\eta) = -\frac{1}{8}(p_x + p_y) \sum_{k_1=0}^4 (2k_1-1) c_{2k_1-1} \cos 2k_1\theta + \\ + \sum_{n=1,3,\dots}^{31} \left[a_n \sum_{k_1=0}^4 (2k_1-1) c_{2k_1-1} \cos (n+1-2k_1)\theta \right]; \quad (5)$$

$$\sigma_\xi = \frac{Q}{2P} (\dot{X}\ddot{Y} - \dot{Y}\ddot{X}) (\sigma_\xi + \sigma_\eta); \quad (6)$$

$$\sigma_{\xi\eta} = \frac{4}{P} \left\{ -\frac{1}{8}(p_x + p_y) \sum_{k_1=0}^4 2k_1 c_{2k_1-1} \sin 2k_1\theta - \right. \\ - \frac{1}{2}(p_y - p_x) \sin 2\theta + \\ + \sum_{n=1,3,\dots}^{31} \left[a_n \sum_{k_1=0}^4 (2k_1-1)(n+1-2k_1) c_{2k_1-1} \sin (n+1-2k_1)\theta \right] - \\ - \sum_{n=1,3,\dots}^5 \left[a_n \sum_{k_1=2}^4 (2k_1-1-n)^2 c_{2k_1-1} \sin (2k_1-1-n)\theta \right] \Big\} - \\ - \frac{Q}{2P} (\sigma_\xi + \sigma_\eta) (\dot{X}\ddot{X} + \dot{Y}\ddot{Y}). \quad (7)$$

După cum se vede aceste relații au o formă ideală pentru folosirea unui calculator numeric.

3. Detalii de programare.

Valorile parametrilor folosiți la programare sînt: trei valori ale parametrului care caracterizează forma decupării, $a/r_c = 0,5; 0,8; 1$; o valoare a coeficientului lui Poisson, $\mu = 0,3$; zece valori ale coeficientului care caracterizează întărirea, $K = 0; 1/6; 1/3; 1/2; 2/3; 5/6; 1; 5/4; 3/2; 2$, pentru două cazuri de solicitare, cazul $p_x=0, p_y=1$ și cazul $p_x=1, p_y=0$ (Total = 3.1.10.2 = 60 cicli).

Cele trei componente ale efortului unitar de pe conturul decupării σ_F, σ_T și σ_{FT} au fost calculate în 17 puncte și folosite pentru calculul eforturilor unitare σ_1 și σ_2 .

4. Coeficientul de concentrare a eforturilor unitare (k).

S-au adoptat trei criterii diferite pentru calculul coeficientului de concentrare a eforturilor unitare: criteriul efortului unitar principal maxim (k_I), criteriul efortului unitar tangențial maxim (k_{II}), criteriul energiei de deformare (k_{III}). Rezultatele numerice sînt prezentate grafic în fig.2,3 și 4.

Observația generală care se poate face la examinarea acestor curbe este că toate prezintă un minim. Aceasta înseamnă că există în toate cazurile o întăritură de valoare optimă, peste care o creștere a secțiunii ei transversale conduce la o creștere a lui k . Cea mai mică valoare posibilă (k_{min}) a fost studiată în corela-

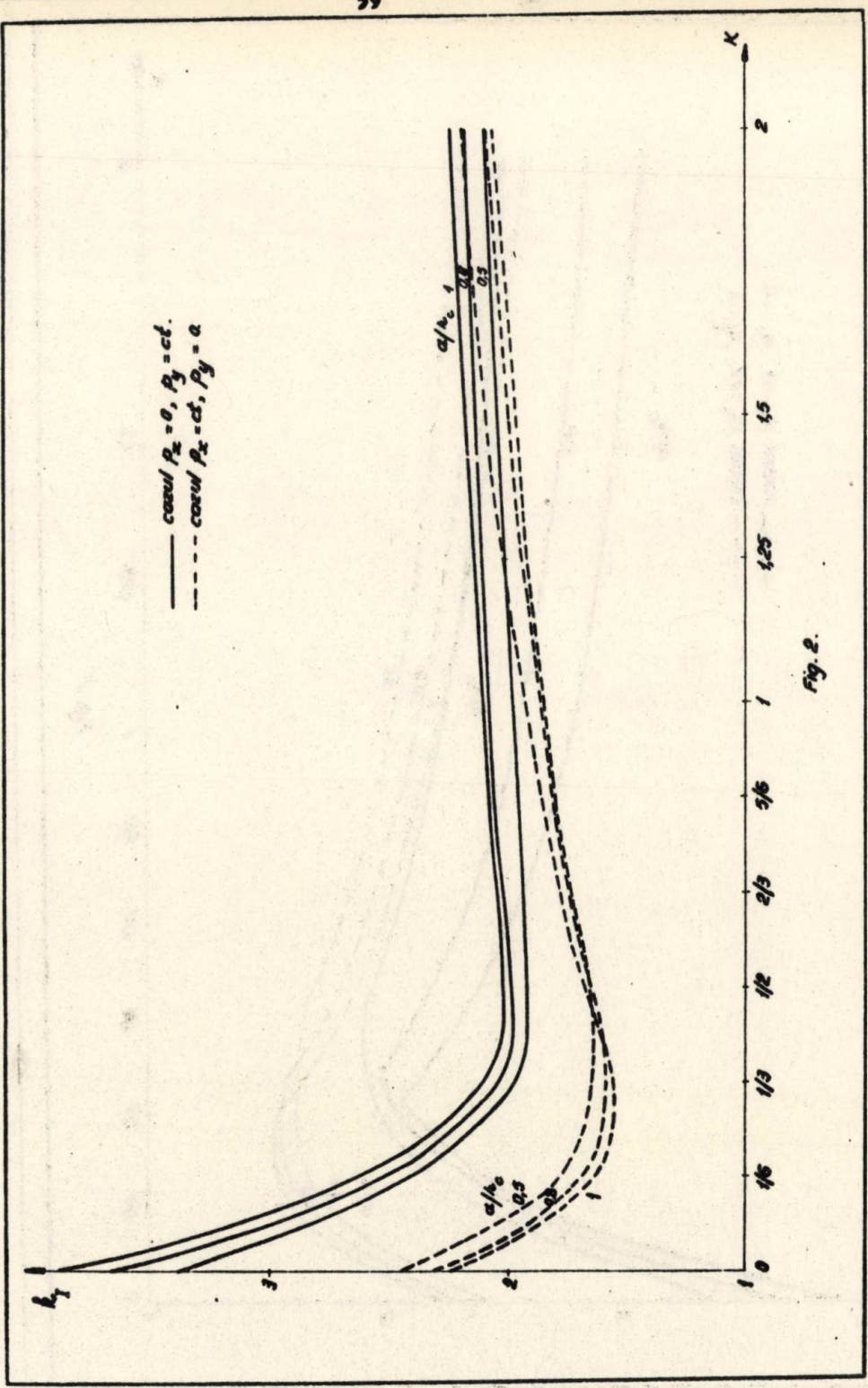
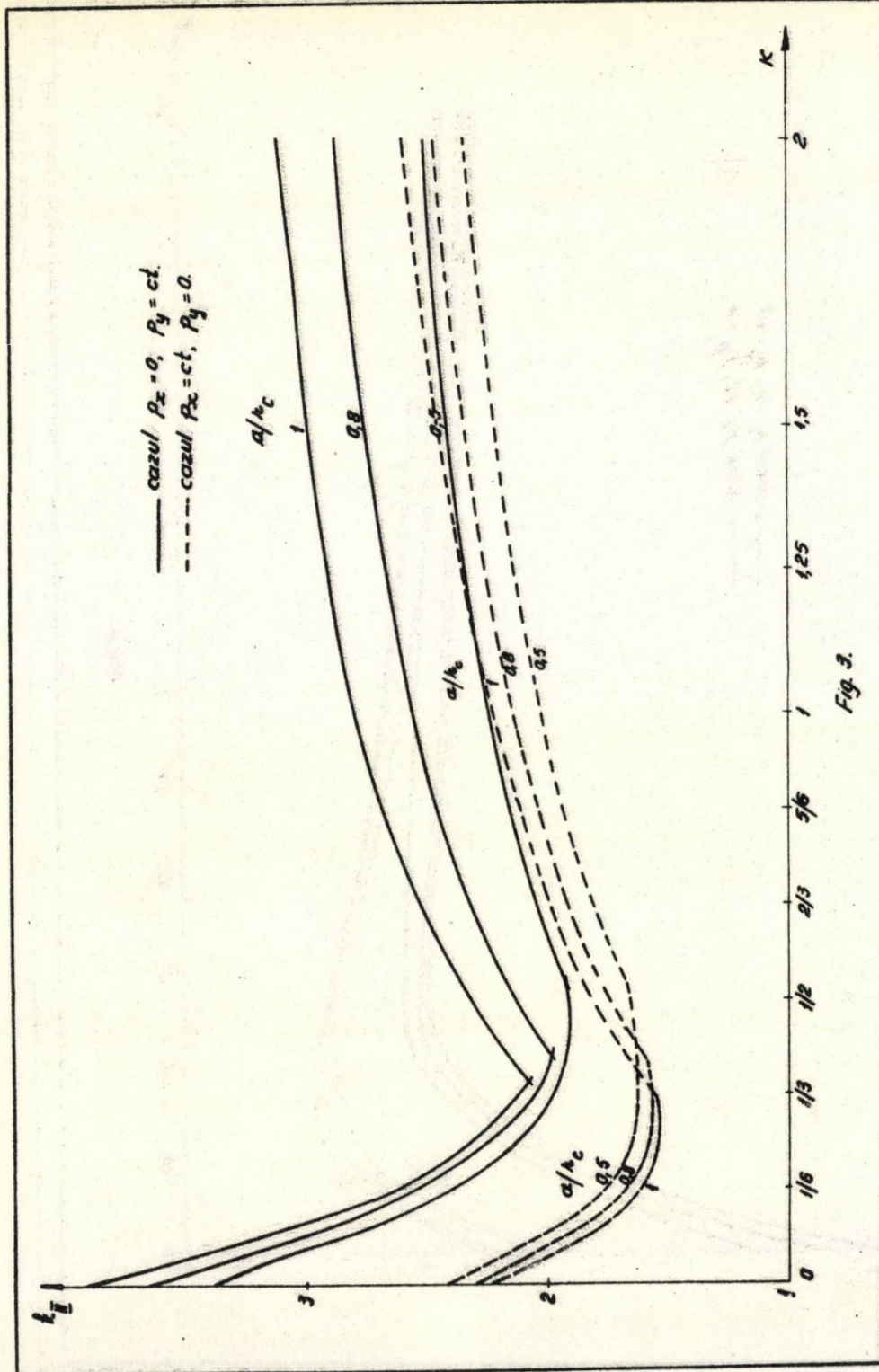


Fig. 2.



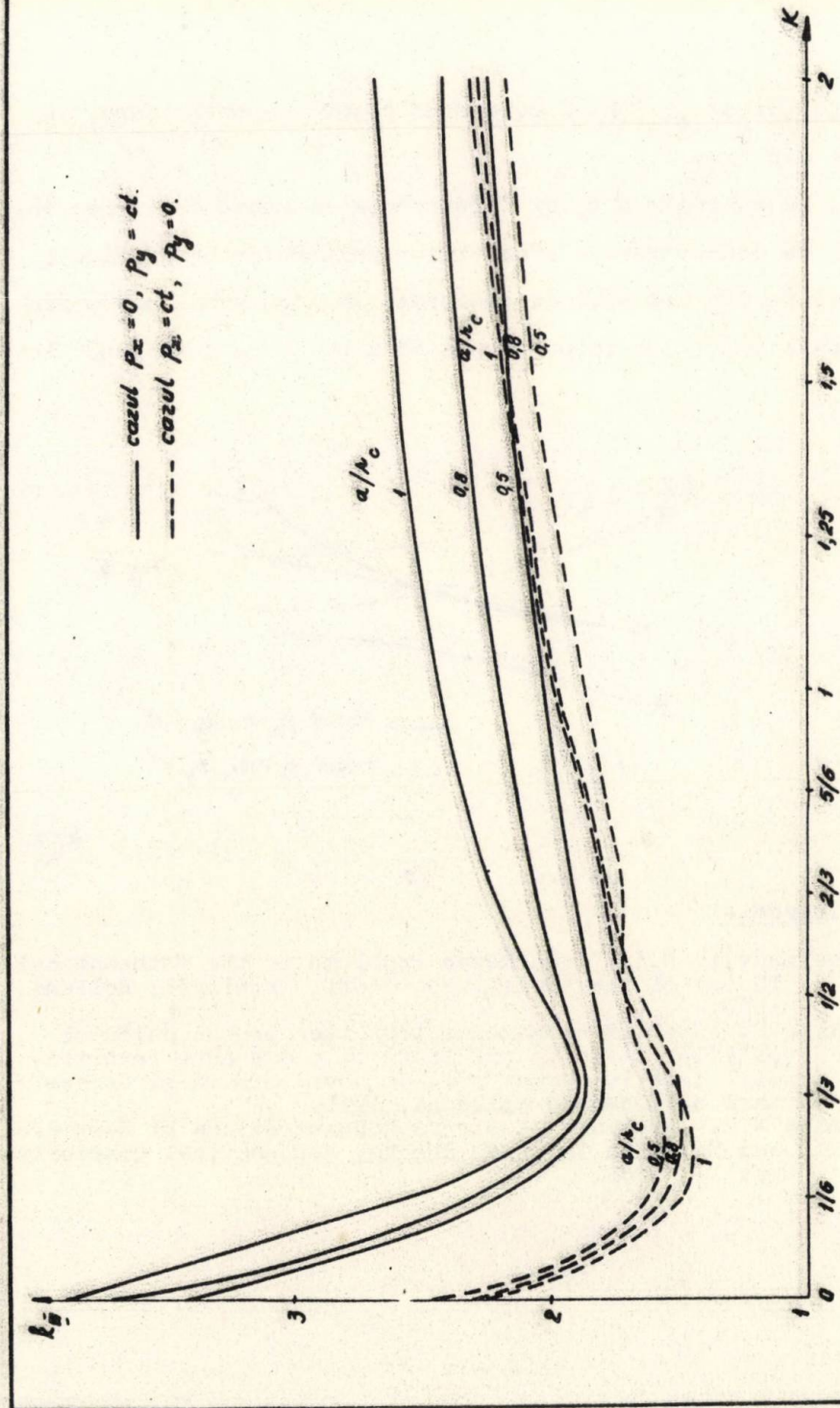
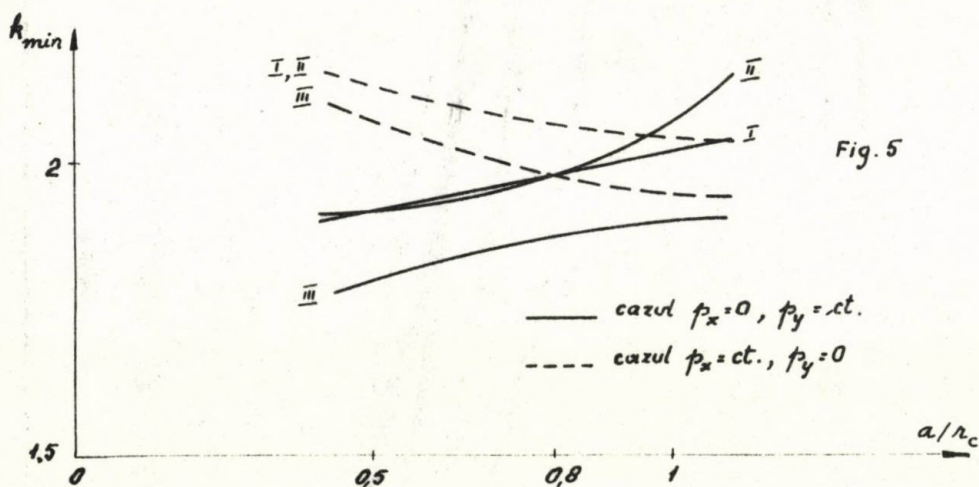


Fig. 4.

ție cu raportul a/r_c , pentru cele două cazuri de solicitare, în diagramele din fig. 5.

Deci, cu valorile a/r_c și K cunoscute se poate determina coeficientul de concentrare a eforturilor unitare de pe graficele obținute; sau, așa cum este de preferat, alegînd numai parametrul a/r_c se poate determina valoarea optimă a lui K ce corespunde lui $k_{\min}$.



Bibliografie

- [1]. Muskhelishvili N.I.- Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff, Groningen, Holland, 1953.
- [2]. Praisler G.- Stabilirea bazelor teoretice pentru calculul plăcilor infinite prevăzute cu o decupare întărită, utilizate la structurile de nave, Studii și Cercetări de Mecanică Aplicată, 1973.
- [3]. Wittrick W.H.- Analysis of Stress Concentrations at Reinforced Holes in Infinite Sheets, Aeronautical Quarterly, vol XI, 1960.

PRAISLER G.

SUBROUTINA CIMPULUI DISTRIBUTIEI EFORTURILOR UNITARE PENTRU
O FAMILIE DE DECUPARI INTARITE PE CONTUR, UTILIZATE IN
STRUCTURILE DUBLULUI FUND DE LA NAVELE MARITIME.

Rezumat

O soluție analitică, folosind metoda variabilelor complexe, este dată pentru problema distribuției eforturilor unitare în cazul decupării, întărite pe contur, utilizate pentru ușurare și acces în structurile dublului fund. Rezultatele numerice sînt obținute pentru o gamă largă de parametri, incluzînd trei forme diferite ale decupării, zece valori ale întăriturii și două cazuri de solicitare (întindere uniformă la infinit după o direcție de simetrie a decupării sau cealaltă).

SUBROUTINE OF DISTRIBUTION FIELD OF STRESSES FOR A FAMILY
OF REINFORCED HOLES, USED IN DOUBLE BOTTOM STRUCTURE OF
SHIPS.

Summary

An analytical solution, using complex variable methods, is given for the problem of the stress distribution in the case of a hole, reinforced around its boundary, used for relief and access in the double bottom structure. Numerical results were obtained for a wide range of parameters, including three different shapes of the hole, ten amounts of reinforcement and two loading cases (uniform tensions at infinity for a direction of symmetry of the hole or the other).



INFLUENȚA CARACTERISTICILOR GEOMETRICE ȘI MECANICE
ALE ELEMENTELOR ELASTICE DE RIGIDIZARE ASUPRA
CALITĂȚILOR TORSIONALE ALE BARELOR ELASTICE CU
PEREȚI SUBȚIRI

Asist.ing.M.Gonciar
 Universitatea din Brașov

1. Considerații generale

Bara cu pereți subțiri, element frecvent utilizat în domeniul construcțiilor metalice, este studiată în literatura de specialitate ([7], [10]) - cu referire expresă la caracteristicile sale torsionale - în special în situația torsiunii cu deplanare liberă a tuturor secțiunilor sale transversale, precum și în situația torsiunii cu deplanare împiedicată, în secțiunile marginale. Considerații privind torsiunea barelor cu pereți subțiri - în ale căror condiții restrictive de deformare sînt incluse, într-o formă sau alta, condițiile restrictive de deformare - se fac în lucrările [2], [3], [4], [5], [6], [8], [9] și [10]. O dezvoltare deosebită a problemei considerate este făcută în lucrarea [2], în care, pe o bază experimentală, sînt studiate efectele unei serii largi de condiții restrictive de deformare, impuse

la capetele barei ; din lucrarea [1] rezultă oportunitatea unor astfel de considerații în ceea ce privește calculul găsuirilor dreptunghiulare, unul din domeniile în care relațiile prezentate în continuare își găsesc o largă aplicabilitate.

În lucrarea [8] , ca și în [9] și [10] - de altfel - , sînt luate în considerare condiții restrictive de deformare la capetele barei în sensul prezenței unor bimomente - încărcare exterioară - în secțiunile transversale de capăt. Însă calculele dezvoltate în lucrarea [8] iau în considerare o elasticitate nulă a capetelor barei, adică încastrarea. În lucrarea [6] se iau în considerare condiții restrictive de deformare la capetele barei cu pereți subțiri în sensul prezenței unor eforturi (forțe, momente încovoietoare, momente de torsiune) proporționale cu deplasările (liniare, unghiulare) corespunzătoare lor.

În continuare, se prezintă - în formă analitică - un mod sintetic de analiză a influenței pe care o exercită condițiile restrictive de deformare asupra barei elastice cu pereți subțiri torsionate. Aceste condiții, apărute datorită unor legături impuse barei, vor fi studiate-calitativ- cu ajutorul noțiunii de „elasticitate a legăturii”. Corespondentul cantitativ al acestei noțiuni va fi „coeficientul de elasticitate” al legăturii.

2. Stabilirea relațiilor de calcul

Relațiile care vor fi prezentate în continuare se bazează pe cele deduse în lucrarea [5] , în care este studiată o bară cu pereți subțiri, cu profil U , simetric, solicitată la torsiune de momentele M , aplicate la capete (fig.1).

În limitele teoriei tehnice a barelor elastice cu pereți

subțiri [10] și ale ipotezelor Lőve-Kirchhoff de calcul al plăcilor, în lucrarea [5] - utilizându-se notațiile din lucrarea [7] - se deduc relațiile bimomentelor de la capetele barei :

$$B_1 = -\frac{M}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{GI_t} (ch \alpha l - 1) + \beta_2 sh \alpha l + \frac{\alpha}{GI_t} \frac{\phi_2}{\beta_i} (ch \alpha x_1 - 1) \right] \left[\phi_{12} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\beta_i} \right]^{-1}, \quad (1)$$

$$B_2 = \frac{M}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{GI_t} (ch \alpha l - 1) + \beta_1 sh \alpha l + \frac{\alpha}{GI_t} \frac{\phi_1}{\beta_i} (ch \alpha x_2 - 1) \right] \left[\phi_{12} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\beta_i} \right]^{-1}, \quad (2)$$

unde :

$$\beta_j = \frac{3}{ab G_j h_j^3} \quad (j = 1, 2, i) \quad , \quad (3)$$

$$\phi_{12} = (\beta_1 + \beta_2) ch \alpha l + \beta_1 \beta_2 \frac{GI_t}{\alpha} sh \alpha l + \frac{\alpha}{GI_t} sh \alpha l, \quad (4)$$

$$\phi_1 = \frac{\alpha}{GI_t} sh \alpha x_1 + \beta_1 ch \alpha x_1 \quad \text{și} \quad (5)$$

$$\phi_2 = \frac{\alpha}{GI_t} sh \alpha x_2 + \beta_2 ch \alpha x_2. \quad (6)$$

Relațiile (1) și (2) sînt suficiente pentru studiul torsiunii barei cu pereți subțiri, în versiunea „cu parametri inițiali” [7]. Astfel, se pot deduce valorile unghiurilor specifice de torsiune :

$$\varphi_1' = \frac{M}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{GI_t} (ch \alpha l - 1) + \beta_2 sh \alpha l + \frac{\alpha}{GI_t} \frac{\phi_2}{\beta_i} (ch \alpha x_1 - 1) \right] \frac{\beta_1}{\phi_{12} + \phi_1 \phi_2 \beta_i^{-1}}, \quad (7)$$

$$\varphi_i' = \frac{M}{GI_t} \left[\phi_{12} - \phi_1 - \phi_2 \right] \left[\phi_{12} + \phi_1 \phi_2 \beta_i^{-1} \right]^{-1}, \quad (8)$$

$$\varphi_2' = \frac{M}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{GI_t} (ch \alpha l - 1) + \beta_1 sh \alpha l + \frac{\alpha}{GI_t} \frac{\phi_1}{\beta_i} (ch \alpha x_2 - 1) \right] \frac{\beta_2}{\phi_{12} + \phi_1 \phi_2 \beta_i^{-1}}. \quad (9)$$

Cunoscându-se că valoarea unghiului specific de torsiune, în cazul barei cu pereți subțiri, torsionată, cu deplanări libere în toate secțiunile transversale este :

$$\varphi'(\alpha) = \frac{M}{GI_t} , \quad (10)$$

se pot deduce coeficienții de elasticitate ai legăturilor, definiți ca raport al deplanărilor din cazurile torsiunii cu condiții restrictive de deformare și cel al torsiunii cu deplanare liberă a tuturor secțiunilor transversale ([2] , [3]). Astfel se obține :

$$\chi_1 = \beta_1 \left[ch \alpha l - 1 + \beta_2 \frac{GI_t}{\alpha} sh \alpha l + \frac{\phi_2 (ch \alpha x_1 - 1)}{\beta_i} \right] \left[\phi_{12} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\beta_i} \right]^{-1} , \quad (11)$$

$$\chi_i = (\phi_{12} - \phi_1 - \phi_2) \left(\phi_{12} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\beta_i} \right)^{-1} \quad \text{și} \quad (12)$$

$$\chi_2 = \beta_2 \left[ch \alpha l - 1 + \beta_1 \frac{GI_t}{\alpha} sh \alpha l + \frac{\phi_1 (ch \alpha x_2 - 1)}{\beta_i} \right] \left[\phi_{12} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\beta_i} \right]^{-1} . \quad (13)$$

Valorile acestor coeficienți, în general, sînt pozitive și subunitare ; în cazurile extreme ($\chi_1 - \chi_2 = \chi_i = 1$ sau $\chi_i = 0$, spre exemplu), se definește torsiunea cu deplanare liberă a tuturor secțiunilor transversale sau torsiunea cu deplanare împiedicată (în cazul $\chi_i = 0$, a capătului din stînga).

Considerînd un sistem de axe de coordonate triortogonal drept, cu originea în centrul de greutate al suprafeței secțiunii transversale prin bară, la capătul din stînga al ei, expresiile mărimilor care definesc torsiunea barei cu pereți subțiri sînt :

- în zona $0 < x < x_1$:

$$\varphi_I(x) = \varphi_0 + \varphi_t(x) + \varphi_{\omega_I}(x) , \quad (14)$$

$$\varphi'_I(x) = \varphi'_t + \varphi'_{\omega_I}(x) \quad (15)$$

$$B_I(x) = \frac{M}{\alpha} \left[(1 - \gamma_1) \operatorname{sh} \alpha x - \frac{\gamma_1}{\beta_1} \frac{\alpha}{GI_t} \operatorname{ch} \alpha x \right], \quad (16)$$

unde :

$$\varphi_{\omega_I}(x) = \frac{M}{\alpha GI_t} \left[(\gamma_1 - 1) \operatorname{sh} \alpha x - \frac{\gamma_1}{\beta_1} \frac{\alpha}{GI_t} (1 - \operatorname{ch} \alpha x) \right] \quad (17)$$

$$\varphi_t(x) = \frac{Mx}{GI_t}. \quad (18)$$

- în zona $x_1 < x < l$

$$\varphi_{II}(x) = \varphi_0 + \varphi_t(x) + \varphi_{\omega_I}(x_1) + \varphi_{\omega_{II}}(x), \quad (19)$$

$$\varphi'_{II}(x) = \varphi'_t(x) + \varphi'_{\omega_{II}}(x), \quad (20)$$

$$B_{II}(x) = -EI_{\omega} \varphi''_{\omega_{II}}(x), \quad (21)$$

unde :

$$\varphi_{\omega_{II}}(x) = \frac{M}{\alpha GI_t} \left\{ (\gamma_1 - 1) \operatorname{sh} \alpha (x - x_1) + \left[\frac{\gamma_1}{\beta_1} \frac{\alpha}{GI_t} - \frac{\alpha B_I(x_1)}{M} \right] \left[1 - \operatorname{ch} \alpha (x - x_1) \right] \right\} \quad (22)$$

Calculul de rezistență al barei elastice cu pereți subțiri propuse se conduce cu relațiile clasice [10] :

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= M, \quad M_{\omega} = \frac{dB}{dx}, \quad M_t = M - M_{\omega}, \\ \tau_{\omega} &= \frac{B_{\omega}}{I_{\omega}}, \quad \tau_{\omega} = \frac{M_{\omega} S_{\omega}}{h I_{\omega}} \text{ și } \tau_t = \frac{M_t \cdot t}{I_t}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

3. Aplicație numerică

Se consideră bara cu pereți subțiri, materialul din care este confecționată și elementele elastice definite fiind de mărimile : $a = 10 \text{ cm}$; $b = 5 \text{ cm}$; $t = 1 \text{ mm}$; $l = 2 \text{ m}$;
 $G = G_1 = G_2 = 79,3 \text{ MN/m}^2$; $x_1 = 50 \text{ cm}$.

Valorile specifice calculului de rezistență al barei cu pereți subțiri sînt : $I_t = 6,6667 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^4$; $I_\omega = 90,254 \text{ cm}^6$ și $\alpha = 0,0053 \text{ cm}^{-1}$.

Ne propunem studiul variației elasticității legăturilor de la capătul din stînga al barei în funcție de caracteristicile geometrice ale elementelor elastice care impun condițiile restrictive de deformație, deci variația lui χ_1 (11) . Rezultatele sînt reprezentate grafic în figura 2.

Este evident că, la altă scară, mărimea lui χ_1 reprezintă valorile mărimilor φ_1' , B_1 și σ_{ω_1} . Această concluzie rezultă din relațiile :

$$\varphi_1' = \chi_1 \frac{M}{GI_t} ; B_1 = - \frac{\chi_1}{\beta_1} \frac{M}{GI_t} \text{ și } \sigma_{\omega_1} = - \frac{\chi_1}{\beta_1} \frac{M \cdot \omega}{GI_t I_\omega} , \quad (24)$$

deduse relativ simplu din relațiile (11), (14), (16) și (23) din lucrarea de față și relația (12) din lucrarea [5] .

Analog se deduc relațiile :

$$\varphi_2' = \chi_2 \frac{M}{GI_t} ; \varphi_1'(x_1) = \chi_1 \frac{M}{GI_t} \text{ și } B_2 = \frac{\chi_2}{\beta_2} \frac{M}{GI_t} . \quad (25)$$

4. Concluzii

Din aplicația numerică prezentată se desprind o serie de concluzii practice, principale și calitative.

Astfel, considerînd (cum foarte frecvent se procedează în practică, datorită lipsei unor relații de calcul, deduse în lucrarea de față) că o placă de grosime $h_2 = 5 \text{ mm}$ justifică ipoteza unei încastrări perfecte, s-ar face o eroare de 29,2% (în cazul $h_1 = 2,5 \text{ mm}$ și $h_i = 1 \text{ mm}$).

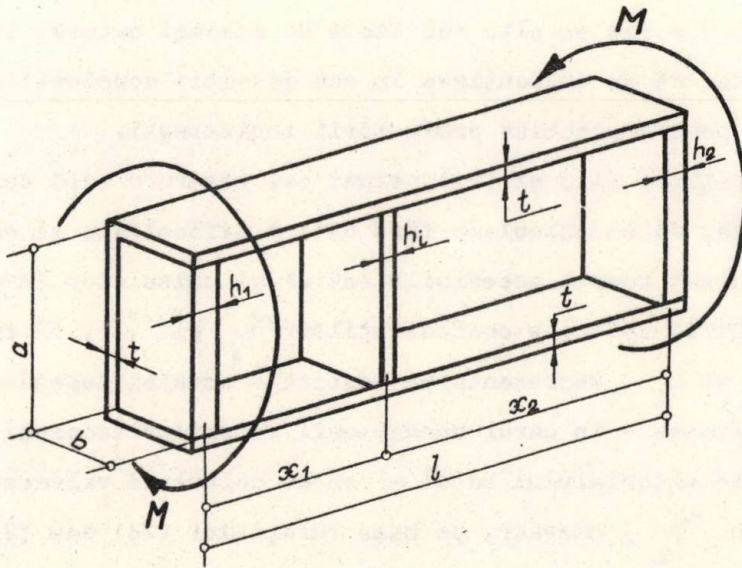


Fig. 1

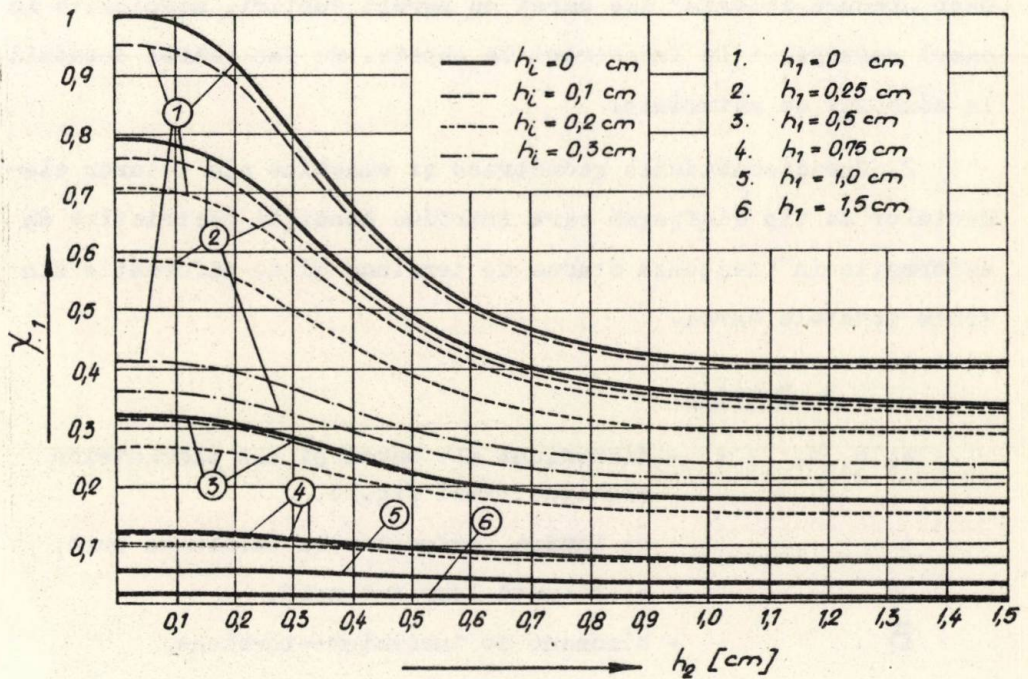


Fig. 2

Se pot desprinde, din analiza reprezentării grafice prezentate, și o serie de alte rezultate de aceeași natură. Considerăm necesar să se evidențieze în mod deosebit concluziile mai importante pentru practica proiectării ingineresti.

1. Relațiile (11) și (13) permit ca, pentru o bară cu pereți subțiri dată, să se calculeze fără nici o dificultate și cu mijloace de calcul foarte accesibile (chiar și calculator PROGRAMA 101 - OLIVETTI) valorile coeficienților γ_1 și γ_2 , în funcție de h_1 , h_2 și h_i . Reprezentarea grafică a acestei dependențe dă posibilitatea - în cazul cunoașterii valorilor tensiunilor admisibile ale materialului barei - să se calculeze valoarea lui γ_1 (sau γ_2) necesar, pe baza relațiilor (24) sau (25). Cu ajutorul graficului prezentat se obțin apoi valorile mărimilor h_1 și h_2 care realizează această stare de tensiune.

Acest mod de abordare a problemei echivalează cu utilizarea unor „resurse interne” ale barei cu pereți subțiri, nefolosite în cazul recurgerii la încastrări la capete. Se fac astfel economii la consumul de materiale.

2. Caracteristicile geometrice și elastice ale tuturor elementelor de tip diafragmă care introduc condiții restrictive de deformare influențează starea de tensiune și de deformare din toate punctele barei.

5. Notatii

$a, b, h, , t$	- dimensiuni ale barei și ale elementelor elastice (vezi fig.1),
t	- ca indice, referitor la torsiunea pură,
x	- coordonată longitudinală,
B	- bimoment de încovoiere-torsiune,
E, G	- module de elasticitate,
I_t	- moment de inerție la torsiune pură a barei,

- I_{ω} - moment de inerție sectorial,
 M - moment de torsiune (solicitare exterioară),
 α - mărime caracteristică de încovoiere-torsiune,

$$\alpha^2 = \frac{GI_t}{EI_{\omega}},$$
 β_k - mărime caracteristică de rigiditate a plăcii
 $(k=1,2,i)$
 φ' - unghi de torsiune specific,
 Φ_i - mărimi de calcul,
 γ_i - coeficienți de elasticitate,
 $1, 2, i$ - ca indici, referitori la secțiunile de capăt, respectiv intermediare.

B I B L I O G R A F I E

- [1]. Deutsch, I., Calculul static al gashiurilor dreptunghiulare, Metalurgia și construcția de mașini, 7, 1960.
- [2]. Deutsch, I., Studiu asupra solicitărilor ramei autocamionului SR-101, Teză de doctorat, Institutul politehnic, București, 1962.
- [3]. Ghelfgat, D.V., Ognokov, U.A., Rami gruzovih avtomobilei, Mashiz, 1959, Moskva.
- [4]. Gonciar, M., Calculul de rezistență al barelor cu pereți subțiri cu profile dublu simetric, solicitate la răsucire cu deplanare limitată în secțiunile de capăt, Buletinul sesiunii CIT 1972 - Brașov, Editura tehnică, București (în curs de apariție).
- [5]. Gonciar, M., Contribuții la studiul torsiunii barelor cu pereți subțiri cu deplanare elastică a secțiunilor transversale, Construcția de mașini (în curs de apariție).
- [6]. Hartmann, A.J., Inelastic flexural-torsional Buckling, Proceedings of the ASCE, EM, 4, 1971.
- [7]. Petre, A., Atanasiu, M., Bare cu pereți subțiri, Editura tehnică, București, 1960.
- [8]. Radaj, D., Dünnwandige Stäbe und Stabssysteme mit allgemeiner Systemlinie und wölbelastischen Lagerung, Der Stahlbau, 1, 1971.
- [9]. Trahair, N.S., Restrained elastic - beams columns, Proceedings of the ASCE, ST 12, 1969.
- [10]. Vlasov, V.Z., Izbrannye trudy, tom.2, Izd.A.N. S.S.S.R., Moskva, 1959.

GONCIAR, M.

INFLUENTA CARACTERISTICILOR GEOMETRICE SI MECANICE
ALE ELEMENTELOR ELASTICE DE RIGIDIZARE ASUPRA
CALITATILOR TORSIONALE ALE BARELOR ELASTICE CU
PERETI SUBTIRI

Rezumat

In lucrare se studiază influența elementelor elastice de rigidizare asupra calităților torsionale a barelor cu pereți subțiri cu profil deschis, cu secțiune constantă.

DER EINFLUSS DER GEOMETRISCHEN UND MECHANISCHEN
EIGENSCHAFTEN DER ELASTISCHEN FESTIGENDEN ELEMENTE
AUF DIE DREHENDEN EIGENSCHAFTEN DER ELASTISCHEN
DÜNNWANDIGEN STÄBE

Zusammenfassung

In der Arbeit wird der Einfluss der elastischen festigenden Elemente auf die drehenden Eigenschaften der dünnwandigen Stäbe mit offenem Profil, mit konstantem Querschnitt studiert.

VERIFICAREA EXPERIMENTALA A REZISTENTEI SI A
STABILITATII CAPACULUI CARCASEI UNEI VANE PLANE

- Dr.ing.I.Hajdu - profesor la Institutul Politehnic
"Traian Vuia" din Timisoara
- Dr.ing.Al.Cornut - sef de lucrări la Institutul
Politehnic "Traian Vuia" din
Timisoara
- Ing.Or.Kasztel - asistentă la Institutul Politehnic
"Traian Vuia" din Timisoara
- Ing.Ioan Triff - inginer principal la Institutul
Politehnic "Traian Vuia" din
Timisoara

Generalități

Vanele plane de dimensiuni mari fac parte din echipamentul agregatelor hidroenergetice. Manevrarea acestor vane se face în interiorul unor carcase metalice, acționarea făcându-se de către un servomotor fixat pe capacul carcasei, tija de acționare fiind dispusă în zona verticală a capacului.

Un astfel de capac trebuie să suporte reacțiunea servomotorului atât la coborîre cît și la ridicarea vanei.

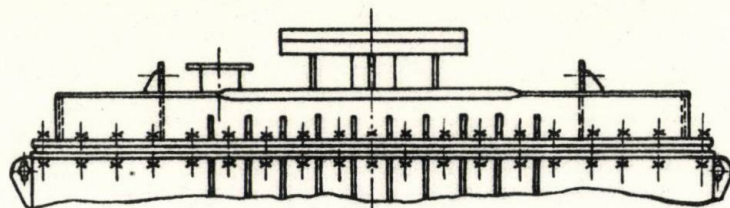


Fig. 1

Capacul examinat, a cărui schiță este dată în fig.1, a fost conceput ca o grindă cu secțiune parțial chesonată, alcătuită din table groase de oțel îmbinate prin sudură și dimensionat pentru sarcina maximă de 90 tone, pentru ambele sensuri ale direcției de deplasare a vanei.

Având în vedere forma complicată a capacului carcasei precum și a ipotezelor simplificatoare admise, rezultatele calculului de rezistență s-au considerat aproximative. Din acest motiv pentru asigurarea fiabilităților capacului s-a considerat util ca prototipul capacului să fie supus, înainte de darea lui în exploatare, unei încercări mecanice adecvate.

2. Planul de încercări

În exploatare la ridicarea vanei capacul va fi solicitat la compresiune de greutatea servomotorului a vanei și a tijei de manevrarea vanei, precum și de forțele de frecare importante între suprafețele de etanșare dintre vană și ghidajele acesteia.

La coborîrea vanei capacul este solicitat la întindere deoarece forțele de frecare sînt dirijate în sus și ele depășesc cu mult greutatea totală a pieselor menționate.

Din cauza dimensiunilor de gabarit relativ mari ale capacului precum și a spațiului redus de care dispun mașinile de încercat pentru așezarea probelor - chiar și cele cu sarcina maximă de 100 tf - dintre cele două tipuri de solicitări (întindere și com-

presiune) necesare pentru o examinare completă a comportării mecanice a capacului în condiții similare cu cele din exploatare a rezultat că nu se poate realiza decât solicitarea la compresiune a capacului.

În esență verificarea experimentală a rezistenței și stabilității capacului la forța de încărcare maximă a urmărit depistarea eventualelor zone slabe ale capacului, a celor în care pentru forța de compresiune $F = 90 \text{ tf}$ se atinge una din următoarele stări limită :

- limita de curgere a materialului prin apariția unor deformății plastice excesive.
- deformății elastice excesive la care buna funcționare a capacului nu mai este asigurată.
- pierderea stabilității unor elemente componente ale capacului sau ale întregului capac.

3. Executarea încercărilor

Încercarea la compresiune a capacului s-a executat la o mașină de încercat universală de 100 tf cu acționare hidraulică.

Ținând cont de faptul că traversa inferioară a mașinii de încercat are o lățime de numai 440 mm, pentru rezemarea capacului în condiții cât mai apropiate de cele din exploatare, între traversa mașinii de încercat și capac s-au interpus două grinzi.

Prima grindă (fig.2), o ramă plană din profil U 24, a fost identică cu rama de la partea superioară a carcasei vanei pe care capacul urmează să fie montat în exploatare.

A doua grindă - o grindă cheson de lungime egală cu cea de a capacului, a fost interpusă între ramă și traversa inferioară a mașinii de încercat (fig.3).

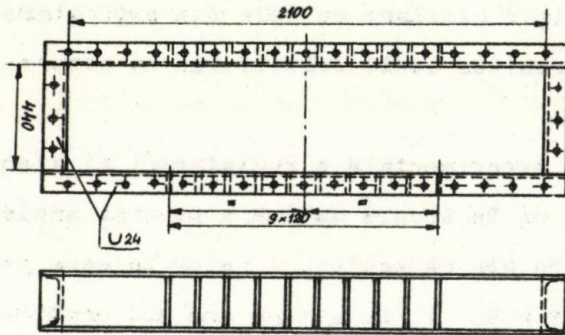


Fig. 2

De asemenea, pentru realizarea unei încărcări centrice a capacului peste flanșa acesteia s-a așezat o flanșă suplimentară prevăzută pe

o parte cu un guler de ghidare iar pe cealaltă parte cu o degajare sferică.

Dimensiunile grinzii cheson au fost astfel stabilite, încât acesta, ținând cont de spațiul disponibil pentru compresiune la mașina de încercat utilizată, să prezinte o rigiditate la încovoiere cât mai ridicată.

Încercările au fost efectuate pentru următoarele moduri de încărcare ce urmăreau pe de o parte aplicarea unor solicitări similitare cu cele din exploatare iar pe de altă parte solicitări mai periculoase decât acestea.

I. Capacul rezemat și fixat cu șuruburi pe întregul său contur de rama din profil U 24.

Aplicarea forței de compresiune pe capac s-a făcut prin intermediul unui inel cu $D/d = 420/400$ mm și grosime de 10 mm.

II. Capacul rezemat ca la modul I aplicarea forței făcându-se prin intermediul unui inel cu $D/d = 219/176$ mm și grosimea de 10 mm.

III. Capacul rezemat și fixat numai parțial pe rama (pe o lungime de 1000 mm) aplicarea forței făcându-se prin intermediul inelului cu $D/d = 420/400$ mm.

IV. Capacul rezemat ca la modul III aplicarea forței făcându-se prin intermediul a 20 cepuri cu guler așezate în găurile prevăzute pentru buloanele de fixare a servomotorului de capac - situate pe un cerc de diametru $D = 570$ mm.

La încărcarea după modul I și II s-a urmărit localizarea zonelor de maximă solicitare. În vederea acestui scop au fost utilizate 60 traductoare tensometrice.

După localizarea acestor zone s-au utilizat în vederea măsurătorilor de la modul II și IV doar un număr de 30 traductori. Modul de plasare a acestor traductori este prezentată în fig.5, de care s-a atașat un disc de egalizare a sarcinii.

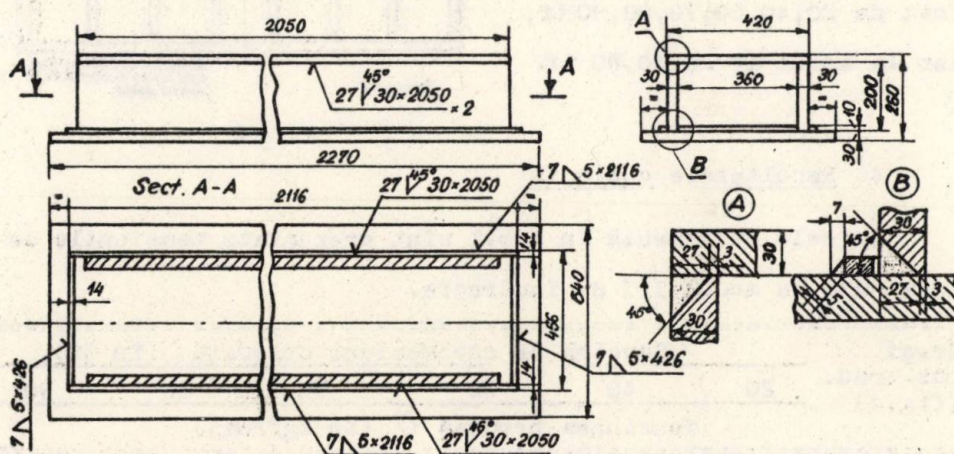
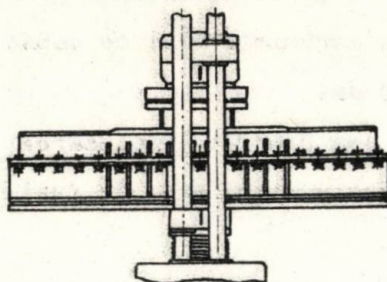


Fig. 3

În figura 4 este prezentată secțiunea transversală prin mijlocul ansamblului, format din capacul carcasei 4, rama 6, grinda cheson 5, flanșa suplimentară 3 și discul 2, montat între cele două traverse 1 și 7 ale mașinii de încercat.

Traductorii rezistivi utilizați au fost de fabricație INCERC București, iar echipamentul tensometric de măsură a fost de fabricație Huggenberger.

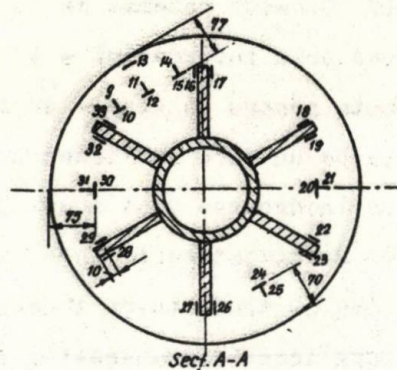
Montarea capacului carcasei în mașina de încercat
universală de 100 tf



Scara 1:10

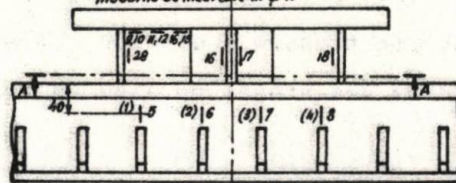
Fig. 4

La modurile I, II, III
treptele de încărcare au
fost de 20, 40, 60, 70, 80, 90 tf,
iar la modul IV 20, 40, 60 tf.



Sect. A-A

Schema de amplasare a inductorilor pentru
modurile de încercare III și IV



Scara 1:6

Numeroarea din paranteză
este pentru inductorii de pe
partea opusă

Fig. 5

4. Rezultatele obținute

În cele ce urmează în tab.1 sînt prezentate tensiunile de-
eterminate la modul III de încărcare.

Nr. și poz. trad. (fig.4)	Sarcina de compresiune aplicată (în tf)					
	20	40	60	70	80	90
Tensiunea produsă σ (în kgf/cm ²)						
1	105	52,5	-42	-84	-105	-126
2	50	-105	-273	-357	-442	535
3	+21	-198	-420	-546	-664	-776
4	120	-21	-157,5	-231	-297	-378
5	-110	-273	-450	-515	-588	-650
6	-364	-724	-1090	-1260	-1440	1595
7	-250	-535	-860	-996	-1165	-1280
8	-50	-168	-325	-378	-442	-500
9	105	94,5	94,5	84	94,5	105
10	116	105	116	126	126	136,5
11	126	136,4	168	178,5	189	210
12	199	230	283	310	336	389
13	168	189	240	260	280	315
14	84	94,5	84	110	105	116
15	116	105	73,5	52,5	21	21

Nr. și poz. trad. (fig. 4)	Sarcina de compresiune aplicată (în tf)					
	20	40	60	70	80	90
	Tensiune produsă σ (în kgf/cmp)					
16	-116	-314	-525	-630	-735	-861
17	-60	-294	-535	-662	-776	-914
18	21	-126	-294	-378	-450	-530
19	21	-136,4	-304	-378	-462	-557
20	166,4	210	+294	325	367	430
21	126	157,5	189	199	220	241
22	0	-168	-336	-420	-494	-576
23	-105	-346	-576	-694	-796	-913
24	189	252	+294	325	357	378
25	126	147	168	178,5	189	210
26	-299	-525	-765	-882	-996	-1090
27	-350	-596	-840	-966	-1090	-1185
28	-105	-262	-408	-484	-560	-620
29	-42	-189	-336	-409	-472	-525
30	84	157,5	230	273	294	336
31	60	90	120	136,5	147	168
32	42	-94,5	-230	-294	-357	-409
33	-63	-230	-408	-504	-588	-672

Pentru modul IV de încărcare este prezentată diagrama de variație a tensiunilor maxime ce au apărut în nervurile de rigidizare a flânsei de placă superioară a capacului (fig. 6).

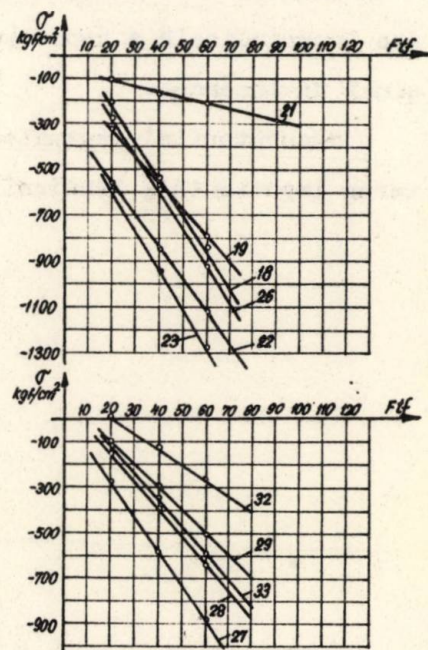


Fig. 6

5. Concluzii

În toate punctele explorate s-a putut observa o creștere proporțională a tensiunilor cu sarcina aplicată, ceea ce dovedește că nu s-a depășit limita de proporționalitate a materialului. De asemenea aceasta evidențiază și faptul că în locurile explorate nu s-a manifestat nici un început de pierdere a stabilității formei inițiale de echilibru. Tensiunile maxime obținute atestă corecta dimensionare a capacului, cele mai solicitate elemente fiind nervurile de rigidizare.

De asemenea în pereții laterali ai capacului tensiunile determinate au fost mari evidențiind totodată o pronunțată asimetrie cauzată de înclinarea axei traversei mașinii în raport cu axa longitudinală a capacului datorită formei constructive a mașinii de încercat.

Măsurătorile efectuate la modul IV de încărcare atestă creșterea importantă a tensiunilor în nervurile de rigidizare.

I.Hajdu, Al.Cornut, O.Kasztel, I.Triff

VERIFICAREA EXPERIMENTALA A REZISTENTEI SI A
STABILITATII CAPACULUI CARCASEI UNEI VANE PLANE

REZUMAT

Sint prezentate principalele probleme ce se pun la reproducerea in laborator a încărcării reale a capacului carcasei unei vane plane.

Pentru executarea încercării unui astfel de capac până la forța de 90 tf la o mașină universală de 100 tf, a fost necesară proiectarea și realizarea unor dispozitive corespunzătoare.

Se descrie soluția adoptată și principalele rezultate obținute.

EXPERIMENTELLES PRUFEN DER FESTIGKEIT UND

STABILITÄT DES GEHÄUSEDECKELS EINES

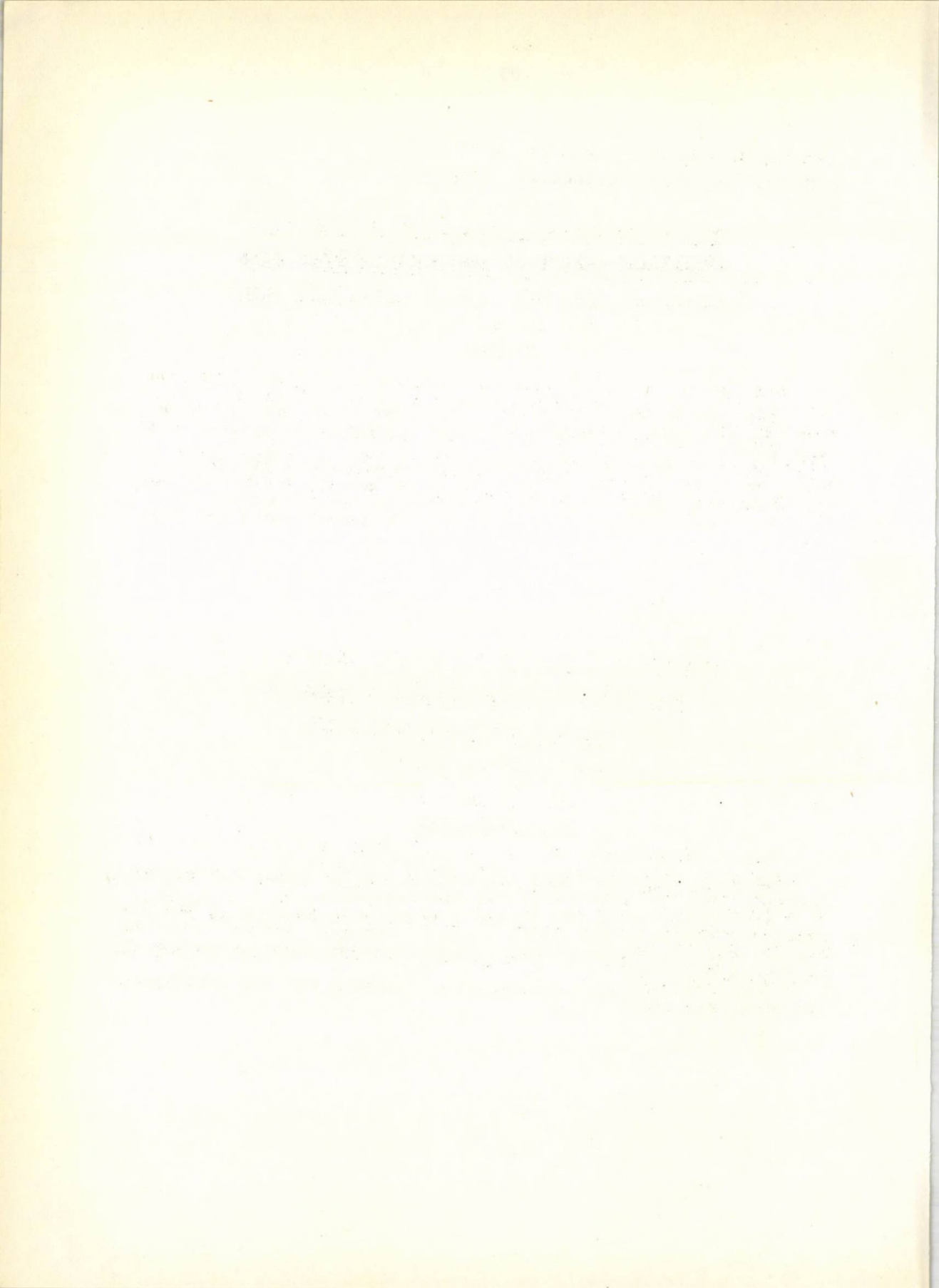
EBENEN VERSCHLUSSORGANS

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden die Probleme der Modellierung im Labor der realen Beanspruchung des Gehäusedeckels wiedergegeben.

Zur Durchführung der Versuche eines solchen Deckels bei einer Belastung von 90 tf mit Hilfe einer universalen Prüfmaschine von 100 tf, mussten dementsprechende Hilfseinrichtungen entworfen und angefertigt werden.

Die Arbeit umfasst die angewandte Lösung und die wichtigsten Versuchsergebnisse.



ASUPRA UNEI METODE DE CONCENTRARE A MASELOR SISTEMELOR
OMOGENE CE EXECUTA VIBRATII DE TORSIUNE, CU CONSERVA-
REA VALORILOR PRIMEI PULSATII PROPRII

Ing. Nicolae Ursu șef de lucrări la Institutul Politehnic Cluj

În cadrul calculului de verificare la vibrații torsionale a arborilor, trecerea de la sistemul mecanic real la cel dinamic echivalent implică stabilirea numărului de rotor, a valorilor momentelor de inerție mecanice a acestora precum și a valorilor constantelor elastice a porțiunilor de arbori.

În prezent această problemă se rezolvă în felul următor: în locul unui grup format din câțiva rotor ai sistemului real se consideră unul singur, al cărui moment de inerție mecanic este egal cu suma momentelor de inerție mecanice a rotorilor înlocuiți, iar constantele elastice a arborilor sistemului echivalent se iau astfel ca rigiditățile arborilor echivalenți să fie egale cu suma rigidităților arborilor reali corespunzători.

În literatura de specialitate nu sînt date indicații cantitative privind alegerea numărului de rotor ai sistemului echivalent menționîndu-se doar că acesta trebuie să fie cît mai mare pentru a se lucra cu o precizie ridicată.

În cele ce urmează se studiază problema determinării caracteristicilor sistemelor echivalente corespunzătoare unor sisteme me-

canice reale cu masă continuă cu respectarea următoarelor condiții : primele pulsații proprii să coincidă iar cele de ordinul m să difere cu mai puțin decât $\frac{100}{m}\%$ din valoarea pulsației de ordinul m a sistemului real.

Sistemele reale se vor considera de o formă particulară : cu secțiunea și cu momentul de inerție mecanic corespunzător elementului de lungime de arbore constant.

Cu toate că problema va fi studiată și rezolvată în aceste condiții particulare, concluziile la care se va ajunge vor fi aplicabile cu o anumită aproximație și în cazul sistemelor mecanice cu caracteristici neomogene.

Sistemele reale cu masă continuă și cele dinamic echivalente cu mase concentrate sînt reprezentate în figurile 1 și 2.

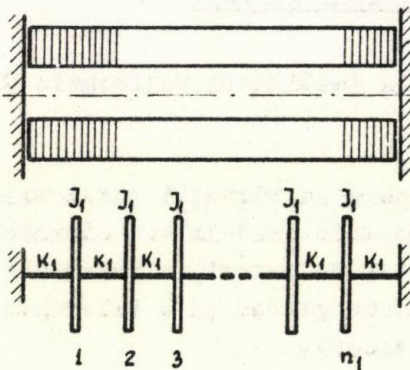


Fig.1

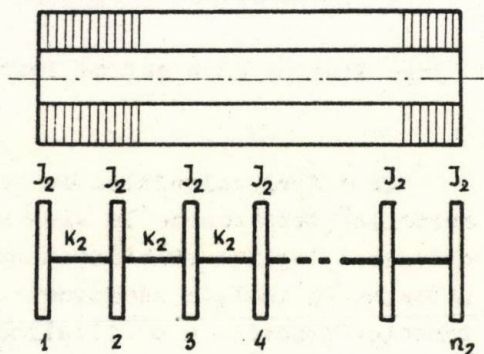


Fig.2.

Sistemele dinamic echivalente se vor considera de asemenea omogene, provenind din sisteme omogene cu masă continuă.

Cazul 1. Sisteme omogene cu capetele fixate.

Pentru arborele cu masă continuă ecuația diferențială a vibrațiilor libere de torsiune este :

$$J \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - G I_p \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

unde I_p - momentul de inerție geometric polar al secțiunii arborelui, J - momentul de inerție mecanic axial al masei arborelui și a celor fixate de acesta, corespunzător unei lungimi unitare,

G - modulul de elasticitate transversal, $u(x,t)$ - unghiul de rotație al secțiunii considerate depinzând de abscisa x și de timpul t .

Aplicând metoda separării variabilelor și impunând condițiile la limită corespunzătoare, rezultă formula de calcul a pulsațiilor:

$$p_1^{cf} = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

Determinarea caracteristicilor J_1 , K_1 , n_1 ale sistemului omogen cu mase discret repartizate astfel ca acest sistem să respecte condițiile impuse este ușurată de faptul că se cunoaște formula de determinare exactă a pulsațiilor proprii, conform [1] pg. 247,

$$p_1^{df} = 2 \sqrt{\frac{K_1}{J_1}} \sin \frac{i\pi}{2(n_1+1)} \quad (i = \overline{1, n_1}) \quad (3)$$

Reprezentarea grafică a valorilor pulsațiilor determinate cu formula (2) este o dreaptă iar cu formula (3) este o sinusoidă, în cazul considerării variației continue a parametrului i .

Dreapta și sinusoida trec prin originea axelor de coordonate, parametrul sistemului echivalent vor fi astfel determinați încât cele două curbe să fie tangente în punctul lor comun și să se respecte condiția privind valoarea diferenței valorilor pulsațiilor de ordinul m . Curbele sînt reprezentate în figura 3.

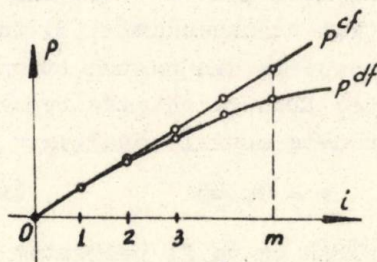


Fig. 3.

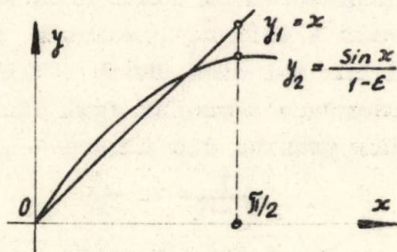


Fig. 4.

Cele două condiții se exprimă cu relațiile :

$$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} = \frac{1}{n_1+1} \sqrt{\frac{K_1}{J_1}} \quad , \quad (4)$$

$$(1 - \varepsilon) \frac{m\pi}{\ell} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} \leq 2 \sqrt{\frac{K_1}{J_1}} \sin \frac{m\pi}{2(n_1+1)} \quad (5)$$

Eliminând necunoscuta K_1/J_1 între (4) și (5) se obține inecuația :

$$(1 - \varepsilon) \frac{m\pi}{2(n_1+1)} < \sin \frac{m\pi}{2(n_1+1)} \quad (6)$$

prin rezolvarea căreia va rezulta numărul minim de rotorii n_1 ai sistemului echivalent care va satisface condițiile impuse.

Utilizând notația

$$x = \frac{m\pi}{2(n_1+1)} \quad (7)$$

și luând semnul egal în inecuația (6) aceasta va fi de forma :

$$x = \frac{1}{1 - \varepsilon} \sin x \quad (8)$$

și se va rezolva cu metoda aproximațiilor succesive, plecând de la o primă aproximație a soluției și anume :

$$x_0 = \pi/2. \quad (9)$$

Procedeul de calcul iterativ este convergent în cazul valorilor variabilei x ce satisfac inegalitatea :

$$\arccos(1 - \varepsilon) < x < \pi - \arccos(1 - \varepsilon). \quad (10)$$

Este interesant de determinat limitele între care poate să varieze parametrul ε astfel ca problema să aibe o soluție corespunzătoare. Se observă că deoarece valoarea lui m este mai mică decât a lui n_1 , soluția x a ecuației transcendente (8) trebuie să fie mai mică decât $\pi/2$, deci funcțiile din partea stângă și dreaptă a semnelui egal din ecuația (8) trebuie să aibe reprezentările grafice din figura 4, respectându-se astfel condiția :

$$\frac{1}{1 - \varepsilon} < \frac{\pi}{2} \quad \text{sau} \quad \varepsilon < 0,365 \quad (11)$$

În programul scris în limbaj FORTRAN ce va fi prezentat parametrul ε variază în domeniul (0,01;0,30). Ecuația transcendentă se rezolvă cu precizia dorită, numărul n_1 al rotorilor sistemului dinamic echivalent la care primele m pulsații proprii diferă cu mai puțin de $\pm 100\%$ de cele ale sistemului real se determină cu relația :

$$n_1 = \text{int} \left[\frac{m\pi}{2x_s} \right] \quad (12)$$

Notînd cu J_t și K_t momentul de inerție mecanic total și constanta elastică totală a sistemului real, după calculul numărului de rotorii se pot stabili și celelalte caracteristici ale sistemului echivalent iar relația (4) se va scrie :

$$\frac{K_1}{J_1} = (n_1 + 1)^2 \frac{K_t}{J_t} . \quad (13)$$

Dacă momentul de inerție al unui rotor se va calcula cu formula

$$J_1 = \frac{J_t}{n_1} , \quad (14)$$

atunci ținînd cont de (13) va rezulta următoarea expresie pentru constanta elastică :

$$K_1 = \frac{(n_1 + 1)^2}{n_1} K_t . \quad (15)$$

Dacă s-ar fi considerat că cele două sisteme au rigidități egale s-ar fi obținut relația :

$$K_1^* = (n_1 + 1) K_t .^* \quad (16)$$

Se observă că va interveni o eroare apreciabilă în calculul valorilor pulsațiilor proprii ale sistemelor echivalente în cazul nerespectării formulei de calcul propuse (15), mai ales în cazul unui număr mic de rotorii.

Cazul 2. Sisteme omogene cu capetele libere.

Formulele de calcul a valorilor pulsațiilor proprii sînt :

$$p_i^{ol} = \frac{(i-1)\pi}{l} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (17)$$

pentru sistemul cu masă continuă și

$$p_1^{dl} = 2 \sqrt{\frac{K_2}{J_2}} \sin \frac{(i-1)\pi}{2n_2} \quad (i=1, n_2) \quad (18)$$

pentru sistemul cu mase discret repartizate.

În figura 5 se prezintă curbele valorilor acestor pulsații proprii în cazul considerării unei variații continue a parametrelor i .

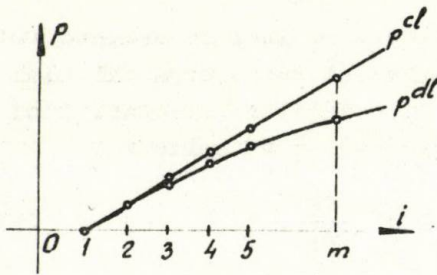


Fig. 5.

Impunând aceleași condiții valorilor pulsațiilor proprii ca și în primul caz vor rezulta relațiile :

$$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} = \frac{1}{n_2} \sqrt{\frac{K_2}{J_2}} \quad (19)$$

$$(1-\varepsilon) \frac{(m-1)\pi}{l} \sqrt{\frac{G I_p}{J}} \leq 2 \sqrt{\frac{K_2}{J_2}} \sin \frac{(m-1)\pi}{2n_2} \quad (20)$$

similare cu relațiile (4) și (5).

În urma efectuării unor calcule se ajunge la ecuația transcendentă :

$$y = \frac{1}{1-\varepsilon} \sin y \quad (21)$$

unde s-a notat

$$y = \frac{(m-1)\pi}{2n_2} \quad (22)$$

Numărul n_2 de rotorii ai sistemului dinamic echivalent se determină cu relația :

$$n_2 = \text{int} \left[\frac{(m-1)\pi}{2y_s} \right] + 1 \quad (23)$$

unde y_s este rădăcina ecuației (21).

Condiția (13) se va scrie sub forma :

$$\frac{K_2}{J_2} = n_2^2 \frac{K_t}{J_t} \quad (24)$$

Momentul de inerție mecanic al unui rotor și valoarea constantei elastice se determină cu relațiile :

$$J_2 = \frac{J_t}{n_2^2}, \quad (25)$$

$$K_2 = n_2 K_t.$$

Dacă s-ar fi considerat că rigiditățile celor două sisteme ar fi egale atunci ar rezulta :

$$K_2^* = (n_2 - 1) K_t \quad . \quad (26)$$

Pentru calculul valorilor n_1 și n_2 în cazul variației parametrilor ϵ și m între limitele (0,01;0,30) respectiv (2;15) s-a elaborat programul ce se prezintă în continuare :

C
C

```

REAL NL,NF
DIMENSION NL(14),NF(14),MT(14)
PI=3.141596
PRINT 1
1 FORMAT('0',53X,26(1H*)/' ',53X,1H*,24X,1H*/' ',53X,1H*,5X,
1'NL = NL(EPS,M)',5X,1H*/' ',53X,1H*,24X,1H*/' ',53X,1H*,5X,
2'NF = NF(EPS,M)',5X,1H*/' ',53X,1H*,24X,1H*/' ',53X,26(1H*)
3'////////',3X,126(1H*)/' ',3X,1H*,9X,1H*,56X,'M',57X,1H*/
4' ',3X,1H*,3X,'EPS',3X,116(1H*))
M=1
DO 100 I=1,14
M=M+1
MT(I)=M
100 CONTINUE
WRITE(108,2) (MT(I),I=1,14)
2 FORMAT(' ',3X,1H*,9X,1H*,14(I6,2X),2X,1H*/' ',3X,126(1H*)/
1' ',3X,1H*,9X,1H*,114X,1H*)
EPS=0.005
DO 200 I=1,65
EPS = EPS+0.005
X1=PI/2.
4 X2=SIN(X1)/(1.-EPS)
IF(ABS(X1-X2).LT.1.E-06) GO TO 3
X1=X2
GO TO 4
3 XO=X2
DO 300 J=1,14
NL(J)=(FLOAT(MT(J))-1.)*PI/2./XO
NF(J)=FLOAT(MT(J))*PI/2./XO-1.
300 CONTINUE
WRITE(108,5) EPS,(NL(J1),J1=1,14),(NF(J2),J2=1,14)
5 FORMAT(' ',3X,1H*,2X,F5.3,2X,1H*,14(2X,F6.2),2X,1H*/' ',3X,
11H*,9X,1H*,14(2X,F6.2),2X,1H*/' ',3X,1H*,9X,114X,1H*)
200 CONTINUE
PRINT 6
6 FORMAT(' ',3X,1H*,9X,1H*,114X,1H*/' ',3X,126(1H*)////////)
STOP
END

```

Calcululele au fost făcute pe calculatorul FELIX C-256 de la

C.T.C.E. Cluj.

Rezultatele obținute în cazul sistemului vibratoriu omogen cu capetele libere, mai des întâlnit în practică, se prezintă sub formă de diagrame în figura 6.

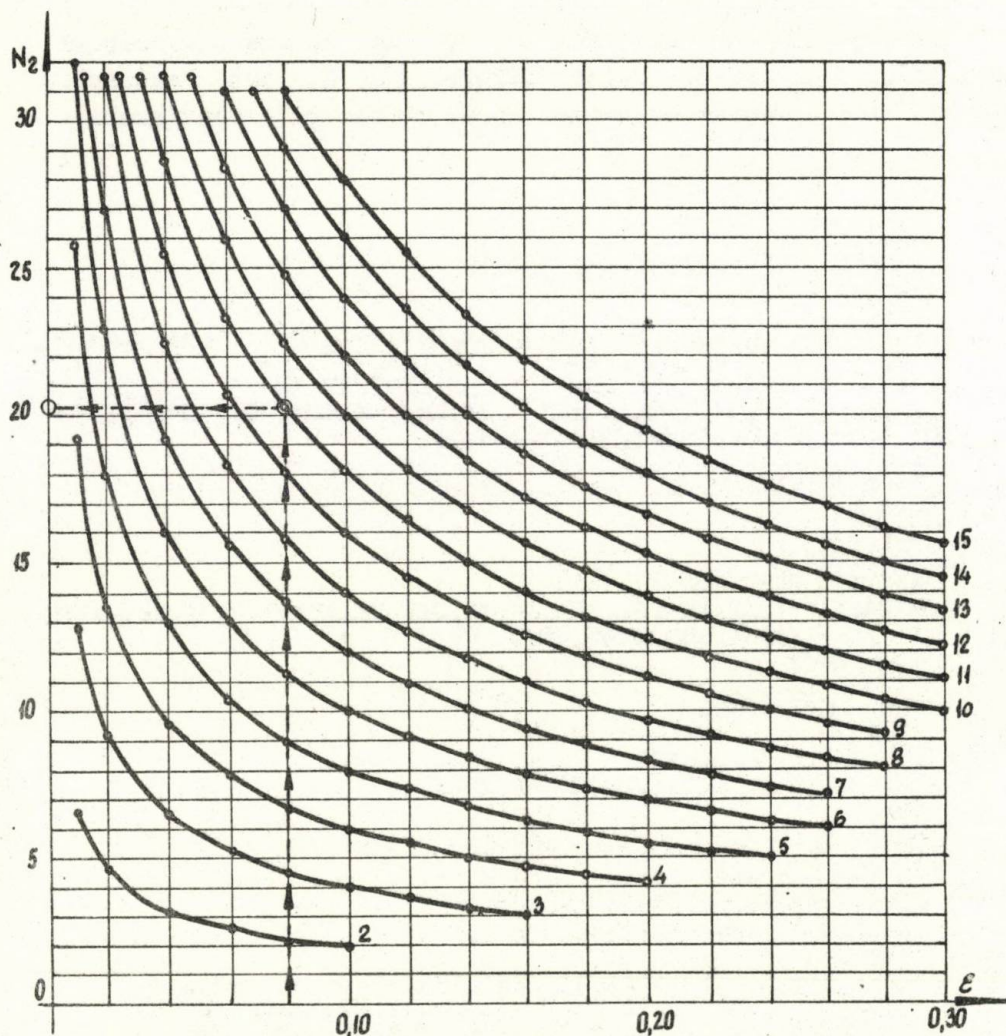


Fig. 6.

Utilizarea diagramelor este extrem de simplă. De exemplu, pentru a găsi numărul de rotoari al sistemului dinamic echivalent la care primele 10 pulsații proprii să difere cu mai puțin de 8%

de cele ale sistemului real cu masă continuă, se ridică o verticală din punctul de pe axa orizontală de abscisă 0.08 până la intersecția cu curba $m=10$. Din acest punct de intersecție se duce o orizontală care intersectează axa ordonatelor în punctul 20,16. Se adoptă valoarea întreagă imediat următoare $N_2=21$ rotorii.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Fan, Y. Cen, On evaluation of natural frequencies for a system of equal inertias and equal spring stiffnesses, Journal of Applied Mechanics, Sept. 1969, pg. 646-647.
- [2]. Rădoi, M., Deciu, E., Voiculescu, D., Elemente de vibrații mecanice, București, Editura tehnică, 1973.
- [3]. Ripianu, A., Mișcările vibratorii ale arborilor dreپți și cottiți, București, Editura Academiei R.S.R., 1969.

Sef de lucrări ing. Nicolae Ursu

ASUPRA UNEI METODE DE CONCENTRARE A MASELOR SISTEMELOR
OMOGENE CE EXECUTA VIBRAȚII DE TORSIUNE, CU CONSERVA-
REA VALORILOR PRIMEI PULSAȚII PROPRII

Rezumat

În lucrare se deduc relațiile pe baza cărora se poate efectua concentrarea maselor în cazul unor sisteme torsionale omogene, astfel încât primele m pulsații proprii ale sistemului nou omogen să aibă o abatere impusă ε față de pulsațiile proprii ale sistemului inițial.

Ст.преподаватель инж.Николае Урсу

О МЕТОДЕ СОСРЕДОТОЧЕНИЯ МАСС ОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ ВЫПОЛНЯЮЩИХ
КРУТЯЩИЕ КОЛЕБАНИЯ, ПРИ СОХРАНЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ ПЕРВЫХ СОБСТ-
ВЕННЫХ ЧАСТОТ

Резюме

В данной работе выводятся формулы на основании которых можно произвести сосредоточение масс однородных крутящих систем таким образом чтобы первые m собственные частоты новой однородной системы имели назначенное отклонение ε относительно собственных частот основной системы.

CALCULUL APROXIMATIV AL FRECVENTELOR VIBRAȚIILOR PROPRII
LA CADRELE DIN BARE CU PERETI SUBȚIRI DE SECȚIUNE DESCHISA

Ing.Gh.Mihăiță, lector la Universitatea din Craiova

Metodele de determinare exactă a frecvențelor vibrațiilor proprii la cadrele din bare cu pereți subțiri de secțiune deschisă sînt legate de calcule deosebit de laborioase, fapt care face să se prefere în locul lor metode aproximative simplificate. În cele ce urmează se prezintă o metodă de acest fel simplificată, bazată pe descompunerea funcțiilor deplasărilor și răsucirii secțiunilor în procesul de vibrație, după formele încovoierii și răsucirii barelor cadrelor în sistemul de bază al metodei deplasărilor sub acțiunea deplasărilor unitare.

Se consideră un cadru din bare cu pereți subțiri de secțiuni deschise oarecare, cu caracteristici geometrice și elastice cunoscute.

Dacă se raportează barele cadrului la cîte un sistem de axe ca în fig.1, cu axa z după axa barei iar axele x și y după direcțiile principale de inerție, energiile cinetică și potențială

pentru cadrul în mișcare vibratorie vor fi

$$E_C = \frac{1}{2} m \int \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 - 2x_0 \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + 2y_0 \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \right. \\ \left. + y^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right)^2 + x^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} \right)^2 + y_0^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + y_0^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t} \right)^2 \right] dz; \quad (1)$$

$$E_P = \frac{1}{2} \int \left[EA \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + EI_y \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 + EI_x \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)^2 + EI_\omega \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + GI_t \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] dz, \quad (2)$$

integralele extinzându-se asupra tuturor barelor cadrului, u, v, w , fiind deplasările centrelor de răsucire în sistemele de axe corespunzătoare, φ rotirea secțiunilor, iar restul notațiilor avînd semnificații cunoscute [5].

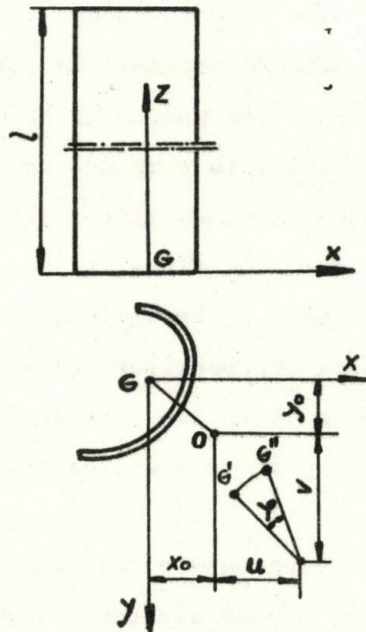


Fig. 1.

Descompunând funcțiile necunoscute ale deplasărilor și rotațiilor în serii de funcții după sistemele fundamentale complete de funcții $Z_i^u(z)$, $Z_i^v(z)$, $Z_i^w(z)$, $Z_i^\varphi(z)$, satisfăcând condițiile la limită pentru deplasări,

$$\begin{aligned} u(z,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} T_k^u(t) Z_k^u(z) ; \\ v(z,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} T_k^v(t) Z_k^v(z) ; \\ w(z,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} T_k^w(t) Z_k^w(z) ; \\ \varphi(z,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} T_k^\varphi(t) Z_k^\varphi(z) \end{aligned} \quad (3)$$

și scriind ecuațiile Lagrange pentru mișcarea vibratorie a cadrului cu funcțiile de timp necunoscute T_i^u , T_i^v , T_i^w , T_i^φ , drept coordonate generalizate, se obțin sistemele de ecuații diferențiale,

$$A \frac{d^2 T}{dt^2} + B T = 0 ; \quad (4)$$

$$C_w \frac{d^2 T_w}{dt^2} + B_w T_w = 0 . \quad (5)$$

În sistemul ecuațiilor diferențiale (4), descriind vibrațiile cuplate de încovoiere - răsucire ale cadrului, T este un hiper-vector infinit

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \end{pmatrix} ,$$

avind drept componente vectorii

$$T_k = \begin{vmatrix} T_k^u(t) \\ T_k^r(t) \\ T_k^\varphi(t) \end{vmatrix},$$

iar A și B hipermatrici infinite

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \vdots \\ A_{21} & A_{22} & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} & \vdots \\ B_{21} & B_{22} & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix},$$

avind ca elemente matricile pătrate de ordinul trei

$$A_{ik} = \begin{vmatrix} a_{ik}^{uu} & 0 & a_{ik}^{u\varphi} \\ 0 & a_{ik}^{rr} & a_{ik}^{r\varphi} \\ a_{ik}^{\varphi u} & a_{ik}^{\varphi r} & a_{ik}^{\varphi\varphi} \end{vmatrix}; \quad B_{ik} = \begin{vmatrix} b_{ik}^{uu} & 0 & 0 \\ 0 & b_{ik}^{rr} & 0 \\ 0 & 0 & b_{ik}^{\varphi\varphi} \end{vmatrix},$$

in care

$$a_{ik}^{uu} = \sum m \int_0^l Z_i^u(z) Z_k^u(z) dz + \sum m \gamma_y^2 \int_0^l \frac{dZ_i^u(z)}{dz} \frac{dZ_k^u(z)}{dz} dz;$$

$$a_{ik}^{rr} = \sum m \int_0^l Z_i^r(z) Z_k^r(z) dz + \sum m \gamma_x^2 \int_0^l \frac{dZ_i^r(z)}{dz} \frac{dZ_k^r(z)}{dz} dz;$$

$$a_{ik}^{\varphi\varphi} = \sum m \gamma_\omega^2 \int_0^l Z_i^\varphi(z) Z_k^\varphi(z) dz + \sum m \gamma_\omega^4 \int_0^l \frac{dZ_i^\varphi(z)}{dz} \frac{dZ_k^\varphi(z)}{dz} dz;$$

$$a_{ik}^{u\varphi} = \sum m \gamma_y \int_0^l Z_i^u(z) Z_k^\varphi(z) dz; \quad a_{ik}^{\varphi u} = \sum m \gamma_y \int_0^l Z_i^\varphi(z) Z_k^u(z) dz;$$

$$a_{ik}^{r\varphi} = - \sum m \gamma_\omega \int_0^l Z_i^r(z) Z_k^\varphi(z) dz; \quad a_{ik}^{\varphi r} = - \sum m \gamma_\omega \int_0^l Z_i^\varphi(z) Z_k^r(z) dz;$$

$$b_{ik}^{uu} = \sum EI_y \int_0^l \frac{d^2 Z_i^u(z)}{dz^2} \frac{d^2 Z_k^u(z)}{dz^2} dz; \quad b_{ik}^{rr} = \sum EI_x \int_0^l \frac{d^2 Z_i^r(z)}{dz^2} \frac{d^2 Z_k^r(z)}{dz^2} dz;$$

$$b_{ik}^{\varphi\varphi} = \sum EI_\omega \int_0^l \frac{d^2 Z_i^\varphi(z)}{dz^2} \frac{d^2 Z_k^\varphi(z)}{dz^2} dz + \sum GI_t \int_0^l \frac{dZ_i^\varphi(z)}{dz} \frac{dZ_k^\varphi(z)}{dz} dz.$$

Sistemul ecuațiilor diferențiale (5) descrie vibrațiile de întindere - compresie ale barelor cadrului, T fiind vectorul infinit al funcțiilor $T_i^w(t)$ iar A_w și B_w matrici pătrate infinite avînd ca elemente

$$a_{ik}^w = \sum m \int_0^l Z_i^w(z) Z_k^w(z) dz ; b_{ik}^w = \sum EA \int_0^l \frac{dZ_i^w(z)}{dz} \cdot \frac{dZ_k^w(z)}{dz} dz.$$

Căutînd frecvențele vibrațiilor libere de încovoiere - răsucire, componentele hipervectorului T din ecuația matricială vor varia armonic, trebuînd să se ia

$$T = T_0 \sin \omega t \quad (6)$$

T_0 fiind un hipervector constant oarecare, iar ω pulsația vibrațiilor libere.

Sistemul (4) cu soluțiile de tipul (6) furnizează următoarea ecuație algebrică pentru determinarea pulsațiilor cadrului

$$|R| = 0, \quad (7)$$

R fiind hipermatrice infinită ale cărei elemente sînt matrici pătrate de ordinul trei

$$R_{ik} = \begin{vmatrix} \gamma_{ik}^{uu} & 0 & \gamma_{ik}^{u\varphi} \\ 0 & \gamma_{ik}^{rr} & \gamma_{ik}^{r\varphi} \\ \gamma_{ik}^{\varphi u} & \gamma_{ik}^{\varphi r} & \gamma_{ik}^{\varphi\varphi} \end{vmatrix}, \quad (8)$$

avînd drept elemente

$$\begin{aligned} \gamma_{ik}^{uu} &= b_{ik}^{uu} - \omega^2 a_{ik}^{uu} ; & \gamma_{ik}^{u\varphi} &= -\omega^2 a_{ik}^{u\varphi} ; \\ \gamma_{ik}^{rr} &= b_{ik}^{rr} - \omega^2 a_{ik}^{rr} ; & \gamma_{ik}^{r\varphi} &= -\omega^2 a_{ik}^{r\varphi} ; \\ \gamma_{ik}^{\varphi u} &= -\omega^2 a_{ik}^{\varphi u} ; & \gamma_{ik}^{\varphi r} &= -\omega^2 a_{ik}^{\varphi r} ; & \gamma_{ik}^{\varphi\varphi} &= b_{ik}^{\varphi\varphi} - \omega^2 a_{ik}^{\varphi\varphi}. \end{aligned} \quad (9)$$

Se adoptă ca funcții de bază $Z_k^u(z)$, $Z_k^v(z)$, $Z_k^\varphi(z)$, ale descompunerilor (3), funcțiile încovoierii - răsucirii barelor cadrului în sistemul de bază al metodei deplasărilor sub acțiunea deplasărilor unitare acționînd pe rînd asupra sistemului de bază.

Dacă n este numărul de necunoscute ale cadrului în calculul după metoda deplasărilor, respectiv gradul de nedeterminare cinematică, urept primele n funcții ale descompunerilor (3) se vor lua funcțiile Z_k^u , Z_k^v , Z_k^p , în sensul arătat, iar restul de termeni ai seriilor neglijându-se, ecuația (7) va deveni o ecuație de grad finit în determinând cu aproximație pulsațiile vibrațiilor libere ale cadrului.

Elementele matricilor B_{ik} și C_{ik} capătă în acest caz o interpretare statică deosebit de simplă care permite calculul lor cu ușurință.

Ținând seama că se poate scrie

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Z_i^u(z)}{dz^2} &= - \frac{M_{yi}(z)}{EI_y} ; \quad \frac{d^2 Z_i^v(z)}{dz^2} = - \frac{M_{xi}(z)}{EI_x} ; \\ \frac{d^2 Z_i^p(z)}{dz^2} &= - \frac{B_{\omega i}(z)}{EI_{\omega}} ; \quad \frac{dZ_i^p(z)}{dz} = \frac{M_{ti}(z)}{GI_t} , \end{aligned} \quad (10)$$

unde M_{yi} , M_{xi} , $B_{\omega i}$, M_{ti} sînt eforturi produse de deplasarea unitară i acționînd în sistemul de bază, coeficienții b_{ik} devin

$$\begin{aligned} b_{ik}^{uu} &= \sum \int_0^l \frac{M_{yi}(z) M_{yk}(z)}{EI_y} dz ; \quad b_{ik}^{vv} = \sum \int_0^l \frac{M_{xi}(z) M_{xk}(z)}{EI_x} dz ; \\ b_{ik}^{pp} &= \sum \int_0^l \frac{B_{\omega i}(z) B_{\omega k}(z)}{EI_{\omega}} dz + \sum \int_0^l \frac{M_{ti}(z) M_{tk}(z)}{GI_t} dz . \end{aligned}$$

În acest fel se pune în evidență faptul că, coeficienții b_{ik}^{uu} , b_{ik}^{vv} , b_{ik}^{pp} , sînt reacțiuni unitare sau coeficienți de influență obișnuiți în metoda deplasărilor, reprezentînd suma reacțiunilor pe direcția legăturilor suplimentare și provocate de încovoarea barelor cadrului în planele principale de inerție și respectiv de răsucirea acestora sub acțiunea deplasării unitare k acționînd pe sistemul de bază.

Totodată, pe baza teoremei reciprocității lucrului mecanic, rezultă,

$$\begin{aligned} Z_i^u(z) &= -R_i^u(z); Z_i^v(z) = -R_i^v(z); Z_i^{\varphi}(z) = -R_i^{\varphi}(z); \\ \frac{dZ_i^u(z)}{dz} &= -R_i^{*u}(z); \frac{dZ_i^v(z)}{dz} = -R_i^{*v}(z); \frac{dZ_i^{\varphi}(z)}{dz} = -R_i^{*\varphi}(z), \end{aligned} \quad (11)$$

unde

- $R_i^u(z)$, $R_i^v(z)$, $R_i^{\varphi}(z)$, sînt reacțiuni pe direcția legăturilor suplimentare i datorită încovoierii barelor în planele principale de inerție și respectiv răsucirii lor, provocate respectiv de o forță unitară aplicată pe axa centrelor de răsucire perpendicular în punctul de coordonate z în direcțiile x și respectiv y și de un moment de răsucire unitar aplicat în punctul de coordonată z .

- $R_i^{*u}(z)$, $R_i^{*v}(z)$, $R_i^{*\varphi}(z)$, sînt reacțiuni pe direcția legăturilor suplimentare i datorită încovoierii barelor în planele principale de inerție și respectiv răsucirii lor, provocate respectiv de un moment concentrat unitar aplicat în punctul de coordonată z pe axa centrelor de răsucire în plane paralele cu planele principale de inerție și de un bimoment de încovoiere - răsucire unitar aplicat barei în secțiunea de abscisă z .

Pe această bază se poate scrie

$$\begin{aligned} a_{ik}^{uu} &= -\int m R_i^u(z) Z_k^u(z) dz - \int m \delta_y^2 R_i^{*u}(z) \frac{dZ_k^u(z)}{dz} dz; \\ a_{ik}^{vv} &= -\int m R_i^v(z) Z_k^v(z) dz - \int m \delta_x^2 R_i^{*v}(z) \frac{dZ_k^v(z)}{dz} dz; \quad (12) \\ a_{ik}^{\varphi\varphi} &= -\int m \delta_0^2 R_i^{\varphi}(z) Z_k^{\varphi}(z) dz - \int m \delta_{\omega}^4 R_i^{*\varphi}(z) \frac{dZ_k^{\varphi}(z)}{dz} dz; \end{aligned}$$

$$\alpha_{ik}^{uv} = - \int m y_0 R_i^u(z) Z_k^v(z) dz ; \alpha_{ik}^{vu} = - \int m y_0 R_i^v(z) Z_k^u(z) dz ;$$

$$\alpha_{ik}^{vv} = - \int m x_0 R_i^v(z) Z_k^v(z) dz ; \alpha_{ik}^{vv} = - \int m x_0 R_i^v(z) Z_k^v(z) dz ,$$

iar termenii

$$\alpha_{ik}^{uu} \frac{d^2 T_k^u}{dt^2} ; \alpha_{ik}^{vv} \frac{d^2 T_k^v}{dt^2} ; \alpha_{ik}^{vv} \frac{d^2 T_k^v}{dt^2} ; \alpha_{ik}^{uv} \frac{d^2 T_k^u}{dt^2} ;$$

$$\alpha_{ik}^{vu} \frac{d^2 T_k^v}{dt^2} ; \alpha_{ik}^{vv} \frac{d^2 T_k^v}{dt^2} ; \alpha_{ik}^{vv} \frac{d^2 T_k^v}{dt^2} ,$$

conținută de ecuațiile vibrațiilor libere capătă interpretarea de reacțiuni pe direcția legăturilor i provocate de forțele de inerție excitate de acțiunea deplasării unitare k pe sistemul de bază.

S-a pus în evidență în acest mod faptul că descompunând funcțiile deplasărilor în procesul de vibrație după funcțiile încovoierii și răsucirii barelor cadrului în sistemul de bază al metodei deplasărilor sub acțiunea deplasărilor unitare termenii primi ai elementelor după diagonalele principale ale matricilor R_{ik} reprezintă reacțiuni unitare sau coeficienți de influență în metoda deformațiilor în sensul obișnuit al staticii construcțiilor iar restul termenilor reprezintă influența forțelor de inerție. Elementele matricilor R_{ik} se cheamă din acest motiv reacțiuni dinamice iar matricile R_{ik} , elemente ale hipermatricei R, matrici ale reacțiunilor dinamice.

Ecuația pulsațiilor vibrațiilor libere ale cadrului se va obține deci conform metodei prezentată, plecând de la sistemul de, bază al cadrului în metoda deplasărilor și determinând reacțiunile dinamice în același mod cum se determină coeficienții de influență în metoda deplasărilor. Pentru aceasta trebuie să se cu-

noască pentru cele două tipuri de bare intervenind în sistemul de bază, dublu încastrată și încastrată - articulată, reacțiunile unitare pe direcția legăturilor din reazime.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Bolotin, V.V. - Dinamiceskaia ustoicivosti uprugih sistem, Moskva, Gostihizdat, 1956.
- [2]. Darkov, A., Kouznetsov, V., Cours de mécanique des constructions, Moscou, Edition MIR, 1968.
- [3]. Gorbunov B.H., Strelbițkaia A.I. - Teoria rasciota ram iz tonkostennih sterjnei, Moskva, 1948.
- [4]. Mazilu, P., - Statica construcțiilor, vol. II, București, Editura tehnică, 1959.
- [5]. Mihăiță, Gh., - Contribuții proprii aduse în domeniul teoriei stabilității dinamice a barelor și sistemelor de bare cu pereți subțiri, Referat de doctorat, Universitatea din Brașov, 1973.
- [6]. Petre, A., Atanasiu, M., - Bare cu pereți subțiri, București, Editura tehnică, 1960.
- [7]. Petre, A., - Teoria aeroelasticității, București, Editura Academiei R.S.R., 1966.

MIHAITA, Gh.

CALCULUL APROXIMATIV AL FRECVENTELOR VIBRATIILOR PROPRII
LA CADRELE DIN BARE CU PERETI SUBTIRI DE SECTIUNE DESCHISA

Rezumat

Se stabilesc la început ecuațiile diferențiale ale vibrațiilor libere ale cadrelor din bare cu pereți subțiri de secțiune deschisă. Apoi, utilizând descompunerea funcțiilor deplasării și răsucirii secțiunilor după funcțiile deplasărilor și răsucirii barelor cadrului sub acțiunea deplasărilor unitare acționând pe sistemul de bază al cadrului în calculul după metoda deplasărilor, aceste ecuații sunt reduse la un sistem de $3n$ ecuații diferențiale de ordinul al doilea cu coeficienți constanți. Ecuația de determinare a pulsațiilor se obține sub forma unei ecuații algebrice de gradul $3n$.

ANNÄHERUNGSBERECHNUNG DER FREQUENZEN DER EIGENSCHWINGUNGEN
BEI RAHMEN AUS DÜNNWÄNDIGEN STÄBEN MIT OFFENEM QUERSCHNITT

Zusammenfassung

Es werden zuerst die Differenzialgleichungen der freien Schwingungen der Rahmen aus dünnwandigen Stäben mit offenen Querschnitt bestimmt. Nachher reduzieren sich diese Gleichungen zu einem $3n$ -Differenzialgleichungssystem zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten, durch Zerlegung der Funktionen der Verschiebung und Drehung der Querschnitte nach den Funktionen der Verschiebungen und Drehungen der Stäbe des Rahmens in der Berechnung nach der Methode der Verschiebungen. Die Gleichung zur Bestimmung der Schwingungen erhält man in Form einer algebraischen Gleichung $3n$ 'ten Grades.

METODA DIRECTĂ FOLOSITĂ PENTRU DETERMINAREA
CONDITIILOR DE STABILITATE ALE MIȘCĂRILOR
PERIODICE ALE SISTEMELOR VIBROPERCUTANTE

Dr.ing. L.Brîndeu, conferențiar la Institutul
 politehnic "Traian Vuia" din Timișoara

Metodele generale ale teoriei vibrațiilor nelineare nu pot fi aplicate la studiul sistemelor vibropercutante datorită discontinuității vitezelor. Totuși este posibil să se adapteze metode cunoscute ale teoriei vibrațiilor la caracteristicile specifice acestor sisteme.

Pe această linie am dezvoltat o nouă metodă directă de scriere a condițiilor de stabilitate în cazul sistemelor vibropercutante cu un grad de libertate [1]. Prin folosirea metodei directe este posibil să se determine condițiile de stabilitate chiar dacă din ecuațiile diferențiale ale mișcării nu se pot calcula efectiv legile mișcării.

În continuare se va extinde metoda directă de scriere a condițiilor de stabilitate la sisteme cu mai multe grade de libertate. Studiul se va face cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange și a funcției legăturii unilaterale [2].

1. Considerații generale

Poziția sistemului vibropercutant, avînd n grade de libertate,

se determină cu ajutorul coordonatelor generalizate $q_i (i=1,2,...,n)$.

Folosind ecuațiile lui Lagrange a fost dată o metodă generală de studiu a mișcării sistemelor vibropercutante [2]. Aici se vor prezenta numai unele elemente, necesare studiului stabilității prin metoda directă [1].

Pentru studiul mișcării este necesar să se determine energia cinetică a sistemului, care în raport cu vitezele generalizate $\dot{q}_i (i=1,2,...,n)$ este o formă patrativă pozitiv definită. Astfel expresia energiei cinetice va fi de forma:

$$E_C = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j; (a_{ij}=a_{ji}), \quad (1)$$

unde coeficienții a_{ij} pot fi funcții de coordonatele generalizate $q_i (i=1,2,...)$. Introducând și forțele generalizate $Q_i (i=1,2,...,n)$, se pot forma expresiile:

$$G_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial q_i} - Q_i \quad (i=1,2,...), \quad (2)$$

ce depind de mărimile $\ddot{q}_j, \dot{q}_j, q_j$ și $t (j=1,2,...,n)$. Deci ecuațiile diferențiale ale mișcării se vor scrie:

$$G_i = 0 \quad (i=1,2,...,n). \quad (2')$$

Ciocnirile care apar în timpul mișcării se studiază presupunând că sistemul este supus la legătura unilaterală.

$$f(q_1, q_2, ..., q_n, t) \geq 0. \quad (3)$$

În intervalul dintre două ciocniri succesive, ce corespund momentelor $t = t_k$ și $t = t_{k+1}$, legile mișcării $q_i = q_i(t) (i=1,2,...,n)$ sînt soluțiile ecuațiilor diferențiale (2') care verifică condițiile inițiale

$$q_i(t_k) = q_{ik}; \dot{q}_i(t_k) = \dot{q}_{ik} \quad (i=1,2,...,n). \quad (4)$$

La sfîrșitul intervalului trebuie să fie satisfăcute condițiile finale:

$$q_i(t_{k+1}) = q_{i,k+1} \quad \dot{q}_i(t_{k+1}) = \dot{q}_{i,k+1} \quad (i=1,2,...,n). \quad (5)$$

În momentele ciocnirilor este valabilă egalitatea (3).

Pentru vitezele de la sfîrșitul ciocnirii s-au stabilit formulele:

$$\dot{q}'_{ik} = \dot{q}_{ik} + (1+R) \frac{A_{ik}}{B_k} \left[\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_j} \right)_k \dot{q}_{jk} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_k \right], \quad (6)$$

A_1 fiind determinantul ce se obține înlocuind coloana 1 din determinantul $|a_{ij}|$ ($i, j=1, 2, \dots, n$) prin $\frac{\partial f}{\partial q_1}, \frac{\partial f}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial q_n}$; iar B determinantul ce se formează din determinantul $|a_{ij}|$ prin adăugarea unei linii și a unei coloane formate din aceleași elemente $\frac{\partial f}{\partial q_1}, \frac{\partial f}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial q_n}$ și 0 [2].

2. Mișcările periodice ale sistemului vibropercutant

Asupra sistemelor vibropercutante acționează obișnuit forțe de excitație periodice a căror perioadă se va nota prin T .

Una din condițiile necesare pentru a se realiza mișcări periodice este ca perioada să fie un multiplu rT ($r=1, 2, \dots$) al perioadei forței de excitație. Cazul întâlnit obișnuit este acela când în timpul unei perioade a mișcării sistemul ajunge o singură dată pe legătură. Dacă prima ciocnire are loc pentru $t = t_0$, atunci momentul ciocnirii de ordin k în mișcarea periodică va fi $t_k = t_0 + kT$.

Pentru ca mișcarea sistemului vibropercutant să fie periodică mai este necesar ca toate ciocnirile să se efectueze în aceleași poziție și vitezele la începutul tuturor ciocnirilor să fie aceleași, adică:

$$q_1(t_k) = q_{1c}, \quad \dot{q}_1(t_k) = \dot{q}_{1c} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

Vitezele de la sfârșitul ciocnirii se calculează cu formulele (6) și rezultă aceleași viteze $\dot{q}_{1c}$ ($i=1, 2, \dots, n$).

Legile mișcării periodice $\bar{q}_i = \bar{q}_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) sînt soluții ale sistemului de ecuații diferențiale

$$\bar{q}_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{E}_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \bar{E}_c}{\partial q_i} - \bar{Q}_i = 0, \quad (8)$$

ce satisfac condițiile (7).

Folosind condițiile finale (5) și egalitatea (3) se pot determina valorile parametrilor $\dot{q}_{1c}, q_{1c}$ și t_0 . Cu aceste valori se determină legile mișcării periodice $\bar{q}_i = \bar{q}_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) între două ciocniri succesive, precum și condițiile de existență a mișcărilor periodice.

3. Stabilitatea mișcărilor periodice

Metoda directă de determinare a condițiilor de stabilitate ale mișcărilor periodice, introdusă în cazul sistemului nelinier cu un grad de libertate [1], se va extinde și la alte sisteme mai generale a căror mișcare se studiază cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange (2^a).

Pentru studiul stabilității, se vor considera mișcări perturbate ale sistemului ce diferă de cea periodică. Acestea se obțin presupunând că de la o anumită ciocnire parametrul mișcării au alte valori decât în mișcarea periodică. Datorită acestor perturbații însă și în intervalul dintre două ciocniri succesive legile mișcării se perturbă. Deci se va considera o soluție a sistemului de ecuații (2') care diferă prin variațiile x_i de legile mișcării periodice $\bar{q}_i = \bar{q}_i(t)$, adică:

$$q_i = \bar{q}_i + x_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

Dacă se fac aceste transformări în ecuațiile (2') și se ține seama de ecuațiile (8), rezultă ecuațiile în variații:

$$\Delta G_i = G_i - \bar{G}_i = 0 \quad (10)$$

În prima aproximație, stabilitatea se studiază considerând perturbațiile $\dot{x}_i$ și x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) mici. După dezvoltările în serie ale funcțiilor G_i și neglijarea termenilor în variații de grad superior unității, ecuațiile (10) devin:

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \bar{G}_i}{\partial \bar{q}_j} \ddot{x}_j + \frac{\partial \bar{G}_i}{\partial \dot{\bar{q}}_j} \dot{x}_j + \frac{\partial \bar{G}_i}{\partial \bar{q}_j} x_j \right) = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

Formal, sistemul de ecuații în variații (11) se obține direct din ecuațiile (2') și în general coeficienții sînt funcții periodice de t cu perioada rT . Dacă sistemul de ecuații (2') este liniar atunci coeficienții din ecuațiile (11) au valori constante.

În metoda directă de studiu, soluția sistemului de ecuații în variații (11) se folosește pentru a găsi relațiile de recurență dintre perturbațiile parametrilor mișcării la două ciocniri succesive.

Ciocnirea de ordin k în mișcarea perturbată va avea loc la momentul $t = t_k + \Delta t_k$, în poziția corespunzătoare coordonatelor $q_{ic} + \Delta q_{ik}$ ($i=1, 2, \dots, n$). Vitezele la începutul acestei ciocniri vor fi $\dot{q}_{ic} + \Delta \dot{q}_{ik}$, iar la sfîrșit $\dot{q}'_{ic} + \Delta \dot{q}'_{ik}$. Dacă aceste mărimi se introduc în formulele (6) se obține:

$$\Delta \dot{q}'_{ik} = \Delta \dot{q}_{ik} + (1+R) \frac{A_{ic}}{B_c} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_j} \right)_c \Delta \dot{q}_{jk} + \sum_{j=1}^n \theta_{ij} \Delta q_{jk} + \theta_{io} \Delta t_k \quad (12)$$

unde:

$$\theta_{ij} = (1+R) \frac{\partial}{\partial q_{jc}} \left\{ \frac{A_{ic}}{B_c} \left[\sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_s} \right)_c \dot{q}_{sc} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \right] \right\};$$

$$\theta_{io} = (1+R) \frac{\partial}{\partial t_o} \left\{ \frac{A_{ic}}{B_c} \left[\sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_s} \right)_c \dot{q}_{sc} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \right] \right\}.$$

Astfel, în intervalul considerat, condițiile inițiale devin:

$$q_i(t_k + \Delta t_k) = q_{ic} + \Delta q_{ik} ; \dot{q}_i(t_k + \Delta t_k) = \dot{q}_{ic} + \Delta \dot{q}_{ik} \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

iar cele finale:

$$q_i(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) = q_{ic} + \Delta q_{i,k+1} ; \dot{q}_i(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) = \dot{q}_{ic} + \Delta \dot{q}_{i,k+1} \quad (i=1, 2, \dots, n). \quad (14)$$

Deoarece în momentul ciocnirii trebuie să fie verificată egalitatea (3) rezultă o ecuație de recurență liniarizată în perturbații

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_j} \right)_c \Delta q_{jk} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \Delta t_k = 0. \quad (15)$$

Ținând seama de forma (9) a legilor mișcării perturbate și că variațiile $\dot{x}_i, x_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) sînt de același ordin de mărime ca și perturbațiile parametrilor mișcării, din condițiile inițiale se obține:

$$x_i(t_k) = \Delta q_{ik} - \dot{q}_{ic} \Delta t_k, \quad \dot{x}_i(t_k) = \Delta \dot{q}_{ik} - \ddot{q}_{ic} \Delta t_k \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (16)$$

iar din cele finale:

$$x_i(t_{k+1}) = \Delta q_{i,k+1} - \dot{q}_{ic} \Delta t_k; \quad \dot{x}_i(t_{k+1}) = \Delta \dot{q}_{i,k+1} - \ddot{q}_{ic} \Delta t_{k+1} \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (17)$$

unde $\ddot{q}_{ic}$ și $\ddot{q}_{ic}$ ($i=1, 2, \dots, n$) se pot calcula cu ajutorul ecuațiilor (2).

Mai întîi se va determina soluția ecuației în variații (11) pentru condițiile inițiale (16). Folosind condițiile finale (17) se obțin ecuațiile de recurență liniare în raport cu perturbațiile parametrilor mișcării, care împreună cu ecuația (15) sînt necesare scrierii condițiilor de stabilitate.

4. Sisteme cu două grade de libertate

Studiul mișcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante cu două grade de libertate este deosebit de dificil, datorită în special volumului mare de calcule necesare determinării condițiilor de stabilitate. Din acest motiv există puține studii complete pentru astfel de sisteme [3].

Cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange și a metodei directe prezentate anterior, se pot determina efectiv condițiile de stabilitate pentru cazul cel mai general de sistem vibropercutant cu două grade de libertate.

Pentru simplificare se vor folosi drept coordonate y_1 și y_2 , coordonatele normale ale sistemului. Astfel energiile cinetică și po-

tențială se pot pune sub forma:

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 \quad (18)$$

și

$$E_p = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2 . \quad (19)$$

Funcția legăturii unilaterale în toate cazurile cunoscute este liniară în raport cu coordonatele. Deci, în coordonate normale, pentru toate cazurile legătura unilaterală se poate scrie:

$$\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \alpha_3 \geq 0 , \quad (20)$$

unde $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sînt mărimi constante.

Dacă se fac notațiile:

$$-\alpha_1 y_1 = q_1 , \quad -\alpha_2 y_2 = q_2 , \quad \alpha_3 = q_0 , \quad \frac{\alpha_2^2 m_1}{\alpha_1^2 m_2} = \mu , \quad (20')$$

expresia energiei cinetice (18) devine

$$E_c = \frac{m_1}{2\alpha_1^2} (\mu \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) , \quad (18'')$$

iar legătura unilaterală:

$$f(q_1, q_2) = q_0 - q_1 - q_2 \geq 0 .$$

Folosind expresiile (18) și (20) din formulele (6) rezultă:

$$\begin{aligned} \dot{q}'_{1k} &= \frac{\mu - R}{1 + \mu} \dot{q}_{1k} - \frac{1 + R}{1 + \mu} \dot{q}_{2k} ; \\ \dot{q}'_{2k} &= -\frac{\mu(1 + R)}{1 + \mu} \dot{q}_{1k} + \frac{1 - \mu R}{1 + \mu} \dot{q}_{2k} . \end{aligned} \quad (21)$$

Ecuatiile în variații (11) pentru acest caz se scriu:

$$\ddot{x}_i + p_i^2 x_i = 0 \quad (i = 1, 2,) \quad (22)$$

unde

$$p_i^2 = \frac{k_i}{m_i} .$$

De asemenea, ecuația (15) corespunzător legăturii unilaterale (20) devine:

$$\Delta q_{1k} + \Delta q_{2k} = 0 . \quad (23)$$

După integrarea ecuațiilor în variații (22) pentru condițiile inițiale (16) cu ajutorul condițiilor finale (17) se obțin celelalte ecuații de recurență liniare în perturbații și apoi condițiile de stabilitate. Se constată însă că prin transformările (20') ecuațiile în variații (22), formulele (21) și ecuația în perturbații

(23) sînt identice cu cele folosite anterior într-un caz particular [3].

Prin urmare, rezultatele calculelor efectuate amănunțit anterior rămîn valabile și în cazul general.

Ecuatia caracteristică a sistemului vibropercutant va fi:

$$\beta^4 + a_1 \beta^3 + a_2 \beta^2 + a_3 \beta + a_4 = 0 \quad (24)$$

unde

$$\begin{aligned} a_1 = & -\frac{1}{1+\mu} \left\{ 2 \left[(\mu-R) \cos p_1 r T - (1-\mu R) \cos p_2 r T \right] - \right. \\ & \left. - (1+R) \left(\frac{1}{p_1} \sin p_1 r T + \frac{\mu}{p_2} \sin p_2 r T \right) \frac{\ddot{q}_{1c} + \ddot{q}_{2c}}{\dot{q}_{1c} + \dot{q}_{2c}} \right\} ; \\ a_2 = & \frac{2(1+R)}{1+\mu} \left(\frac{1}{p_1} \sin p_1 r T \cos p_2 r T + \frac{\mu}{p_2} \cos p_1 r T \sin p_2 r T \right) \frac{\ddot{q}_{1c} + \ddot{q}_{2c}}{\dot{q}_{1c} + \dot{q}_{2c}} - \\ & - \frac{1}{(1+\mu)^2} \left\{ 2 \left[2R(1+\mu)^2 - \mu(1+R)^2 \right] \cos p_1 r T \cos p_2 r T - \mu(1+R)^2 \left(\frac{p_2}{p_1} + \frac{p_1}{p_2} \right) \times \right. \\ & \left. + \sin p_1 r T \sin p_2 r T - (1-\mu R)^2 - (\mu-R)^2 \right\} ; \\ a_3 = & \frac{1}{1+\mu} \left\{ 2R \left[(1-\mu R) \cos p_1 r T + (\mu-R) \cos p_2 r T \right] - (1+R) \left(\frac{1}{p_1} \sin p_1 r T + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\mu}{p_2} \sin p_2 r T \right) \frac{\ddot{q}_{1c} + \ddot{q}_{2c}}{\dot{q}_{1c} + \dot{q}_{2c}} \right\} . \end{aligned} \quad (25)$$

Pentru ca mișcarea periodică considerată să fie stabilă este necesar ca rădăcinile ecuației (24) să fie în modul subunitare. Deci condițiile de stabilitate se obțin cu ajutorul criteriului Schur [4].

BIBLIOGRAFIE

- [1]. L.Brîndeu: Über die Bestimmung der Stabilitätsbedingungen der periodischen Bewegungen eines Stosschwingers mit einem Freiheitsgrad. Bul. Inst. Politehnic din Iași. Secția IV. Mec. tehnică, tom XVII, fasc. 3-4, 1971.
- [2]. Gh. Silag, L. Brîndeu: Behandlung periodischer Bewegungen von Rüttelsystemen mit den Lagrangeschen Gleichungen VDI Berichte, nr. 135, 1969.

- [3]. Gh.Silaş, L.Brîndeu: Stabilitatea mişcărilor periodice ale unui sistem vibropercutant cu două grade de libertate. Bul. St. şi Tehnic al I.P.Timişoara, seria Mat.-Fiz.-Mec.teoretică şi aplicată, tom 15(29), fasc.2, 1970.
- [4]. A.E.Kobrinski: Mehanizmi s uprugimi sviaziami. Izd.Nauka Moskva, 1957.

BRINDEU L.,

METODA DIRECTA FOLOSITA PENTRU DETERMINAREA
CONDITIILOR DE STABILITATE ALE MISCARILOR PERIODICE
ALE SISTEMELOR VIBROPERCUTANTE

Rezumat

La fel ca la sistemele neliniare, se folosesc ecuațiile în variații obținute direct din ecuațiile diferențiale ale mișcării, pentru care se deduc condițiile limită în momentele ciocnirilor din mișcarea periodică. Se determină soluțiile ecuației în variații pentru condițiile inițiale calculate și apoi folosind condițiile finale se obțin ecuațiile de recurență liniare în perturbații necesare scrierii condițiilor de stabilitate.

MÉTHODE DIRECTE UTILISÉE À LA DÉTERMINATION DES
CONDITIONS DE STABILITÉ DES MOUVEMENTS PERIODIQUES
DES SYSTÈMES VIBROPERCUTANT

Résumé

On utilise les équations en variations obtenus d'une manière directe des équations différentielles du mouvement ainsi que aux systèmes non linéaire. On déduit les conditions limites des ces équations dans les moments des coelissions de mouvement périodique. On détermine les solutions de l'équations en variations pour les conditions initiales calculées et puis utilisant les conditions finales on obtient les équations de recurence linéaire en perturbations nécessaires à l'écrit des conditions de stabilité.

VIBRAȚIILE NELINIARE CU MAI MULTE GRADE DE LIBERTATE
ALE AUTOVEHICULELOR

Prof.dr. ing. Virgil Olariu

Majoritatea lucrărilor referitoare la vibrațiile cu mai multe grade de libertate ale autovehiculelor studiază cazul vibrațiilor liniare. Dintre acestea ne atrage atenția în special lucrările [3] și [5], care utilizează un model cu șapte grade de libertate: trei grade de libertate corespunzând mișcării de pompaj, tangaj și ruliu a caroseriei (corpului) autovehiculului iar restul de patru, mișcării pe verticală a roților cu suspensie independentă [5], respectiv mișcării pe verticală și rotației în jurul axei longitudinale a autovehiculului, a celor două punți ale autovehiculului [3].

În prezenta lucrare se va utiliza de asemenea modelul cu șapte grade de libertate (fig.1) conform [5], dar în scopul studiului vibrațiilor neliniare ale autovehiculului.

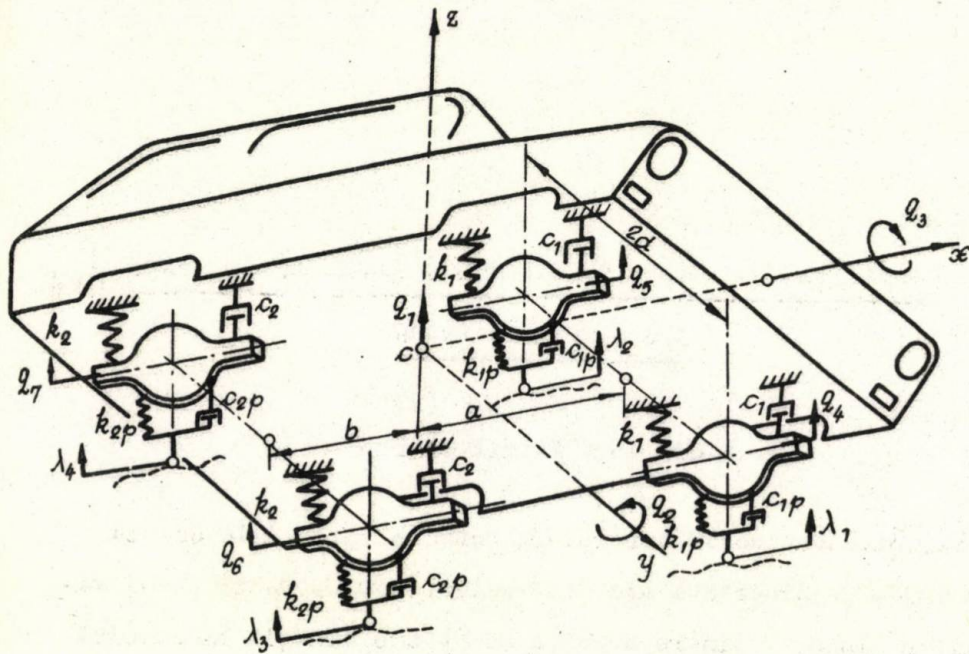


Fig. 1

S-au folosit următoarele notații:

- q_1 - deplasarea pe verticală a caroseriei,
- q_2 - rotația caroseriei în jurul axei transversale,
- q_3 - rotația caroseriei în jurul axei longitudinale,
- $q_4, \dots, q_7$ - deplasările pe verticală ale roților,
- P_i - forțe elastice neliniare,

Y_{11}, Y_{21}, Y_{31} - coeficienții caracteristicilor neliniare ale elementelor elastice,

f - săgeata elementelor elastice,

$P_{1s}, P_{1d}, P_{2s}, P_{2d}$ - forțele elastice de răspuns ale suspensiilor,

$k_1 = (d P_1 / df)$ - rigiditatea elementelor elastice ale suspensiei din față,

$k_2 = (d P_2 / df)_{f=f_s}$ - rigiditatea elementelor elastice ale suspensiei din spate,

$q_{1s}, q_{1d}, q_{2s}, q_{2d}$ - deformațiile elementelor elastice ale suspensiilor,

$R_{1s}, R_{1d}, R_{2s}, R_{2d}$ - forțele disipative ale amortizoarelor,

$P_{1s}, P_{1d}, P_{2s}, P_{2d}$ - forțele elastice ale pneurilor,

$r_{1s}, r_{1d}, r_{2s}, r_{2d}$ - forțele disipative ale pneurilor,

$\lambda_1, \dots, \lambda_4$ - microprofilul căii sub roțile autovehiculelor,

M - masa suspendată,

ρ_1 - raza de inerție a masei suspendate în mișcarea de tangaj,

ρ_2 - raza de inerție a masei suspendate în mișcarea de ruliu,

m_1, m_2 - masele roților din față, respectiv din spate,

a, b - distanța de la verticala trecînd prin centrul de greutate al autovehiculului, la axa din față, respectiv la axa din spate,

$2d$ - ecartamentul autovehiculului.

2. Avînd în vedere că la oscilații neliniare nu se pot suprapune efectele diferitelor grade de libertate ca la cei liniari [5], pentru stabilirea forțelor elastice și disipative se va avea în vedere deformațiile elementelor elastice datorită tu-

turor gradelor de libertate ale modelului ales. Aceste deformații sînt:

$$\left. \begin{aligned} q_{1s} &= q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4, \\ q_{1d} &= q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5, \\ q_{2s} &= q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6, \\ q_{2d} &= q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Admițînd pentru suspensii caracteristici neliniare de formă parabolică [4]:

$P_i = Y_{1i} f + Y_{2i} f^2 + Y_{3i} f^3$, $i = 1, 2$,
se vor obține forțe elastice de răspuns [4]:

$$\left. \begin{aligned} P_{1s} &= k_1 (q_{1s} + C_{21} q_{1s}^2 + C_{31} q_{1s}^3), \\ P_{1d} &= k_1 (q_{1d} + C_{21} q_{1d}^2 + C_{31} q_{1d}^3), \\ P_{2s} &= k_2 (q_{2s} + C_{22} q_{2s}^2 + C_{32} q_{2s}^3), \\ P_{2d} &= k_2 (q_{2d} + C_{22} q_{2d}^2 + C_{32} q_{2d}^3), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

unde [4]:

$$C_{21} = \frac{1}{k_1} (Y_{21} + 3 Y_{31} f_{s1}), \quad C_{31} = \frac{1}{k_1},$$

$$C_{22} = \frac{1}{k_2} (Y_{22} + 3 Y_{32} f_{s2}), \quad C_{32} = \frac{1}{k_2}.$$

Admițînd pentru amortizare forțe disipative proporționale cu pătratul vitezei relative a pistonului se obțin expresiile:

$$\left. \begin{aligned} R_{1s} &= c_1 \dot{q}_{1s}^2, & R_{1d} &= c_1 \dot{q}_{1d}^2, \\ R_{2s} &= c_2 \dot{q}_{2s}^2, & R_{2d} &= c_2 \dot{q}_{2d}^2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_{1s} &= \dot{q}_1 + a\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_4, \\ \dot{q}_{1d} &= \dot{q}_1 + a\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_5, \\ \dot{q}_{2s} &= \dot{q}_1 - b\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_6, \\ \dot{q}_{2d} &= \dot{q}_1 - b\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_7. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

În cazul pneurilor se consideră că atât forțele elastice cât și cele disipative variază liniar, deci:

$$\left. \begin{aligned} p_{1s} &= k_{1p}(q_4 - \lambda_1), \quad p_{1d} = k_{1p}(q_5 - \lambda_2), \\ p_{2s} &= k_{2p}(q_6 - \lambda_3), \quad p_{2d} = k_{2p}(q_7 - \lambda_4), \\ r_{1s} &= c_{1p}(\dot{q}_4 - \dot{\lambda}_1), \quad r_{1d} = c_{1p}(\dot{q}_7 - \dot{\lambda}_2), \\ r_{2s} &= c_{2p}(\dot{q}_6 - \dot{\lambda}_3), \quad r_{2d} = c_{2p}(\dot{q}_7 - \dot{\lambda}_4), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

unde $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ reprezintă microprofilul căii, avînd expresia [5]:

$$\lambda_i = \lambda_0 (1 - \exp(-vt/L_0)), \quad i=1, \dots, 4;$$

deci:

$$\dot{\lambda}_i = \lambda_0 (v/L_0) \exp(-vt/L_0).$$

Considerînd același microprofil sub fiecare roată, sistemul de ecuații care va descrie mișcarea autovehiculului va trebui rezolvat (la calculator) într-un număr de variante egal cu suma combinărilor de $n=4$ elemente, luate succesiv câte $m=1$, $m=2$, $m=3$ și $m=4$, adică:

$$\sum_{m=1}^4 C_4^m = 15.$$

Prin urmare programul de calcul se va rula de 15 ori în condițiile de mai sus, adică admitînd λ_0 , L_0 și v avînd aceleași valori pentru fiecare roată a autovehiculului.

3. Ecuațiile de echilibru dinamic ale automobilului, corespunzătoare modelului cu șapte grade de libertate, sînt:

$$-M\ddot{q}_1 - R_{1s} - R_{1d} - R_{2s} - R_{2d} - P_{1s} - P_{1d} - P_{2s} - P_{2d} = 0 \quad (4)$$

$$M\ddot{\rho}_1^2 \ddot{q}_2 + a(R_{1s} + R_{1d} + P_{1s} + P_{1d}) - b(R_{2s} + R_{2d} + P_{2s} + P_{2d}) = 0 \quad (5)$$

$$M\ddot{\rho}_2^2 \ddot{q}_3 - d(R_{1s} + R_{2s} + P_{1s} + P_{2s}) + d(R_{1d} + R_{2d} + P_{1d} + P_{2d}) = 0 \quad (6)$$

$$-m_1\ddot{q}_4 + R_{1s} + P_{1s} - r_{1s} - p_{1s} = 0 \quad (7)$$

$$-m_1\ddot{q}_5 + R_{1d} + P_{1d} - r_{1d} - p_{1d} = 0 \quad (8)$$

$$-m_2\ddot{q}_6 + R_{2s} + P_{2s} - r_{2s} - p_{2s} = 0 \quad (9)$$

$$-m_2\ddot{q}_7 + R_{2d} + P_{2d} - r_{2d} - p_{2d} = 0 \quad (10)$$

În virtutea expresiilor (1), ..., (5), ecuațiile de echilibru dinamic devin:

$$\begin{aligned} & M\ddot{q}_1 + c_1(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 + c_1(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 \\ & + c_2(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_6)^2 + c_2(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_7)^2 \\ & + k_1 [q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4 + c_{21}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^2 \\ & + c_{31}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^3] + k_1 [q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5 \\ & + c_{21}(q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5)^2 + c_{31}(q_1 + aq_3 - q_5)^3] \\ & + k_2 [q_1 - bq_2 - dq_3 - q_6 + c_{22}(q_1 - bq_3 - q_6)^2 \\ & + c_{32}(q_1 - bq_2 - dq_3 - q_6)^3] + k_2 [q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7 \\ & + c_{22}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^2 + c_{32}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^3] = 0 \quad (11) \\ & M\ddot{\rho}_1^2 \ddot{q}_2 + a \left\{ c_1(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 + c_1(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 \right. \\ & + h_1 [q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4 + c_{21}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^2 \\ & + c_{31}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^3] + k_1 [q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + C_{21}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^2 + C_{31}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^3 \Big\} \\
& - b \left\{ c_2(\dot{q}_1-b\dot{q}_2-d\dot{q}_3-\dot{q}_6)^2 + c_2(\dot{q}_1-b\dot{q}_2+d\dot{q}_3-\dot{q}_7)^2 \right. \\
& + k_2 \left[q_1-bq_2-dq_3-q_6 + C_{22}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^2 \right. \\
& + C_{32}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^3 \Big] + k_2 \left[q_1-bq_2+dq_3-q_7 \right. \\
& : C_{22}(q_1-bq_2+dq_3-q_7)^2 + C_{32}(q_1-bq_2+dq_3-q_7)^3 \Big] \Big\} = 0 \dots \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M \ddot{\varphi}_2^2 \ddot{q}_3 - d \left\{ c_1(\dot{q}_1+a\dot{q}_2-d\dot{q}_3-\dot{q}_4)^2 + c_2(\dot{q}_1-b\dot{q}_2-d\dot{q}_3-\dot{q}_6)^2 \right. \\
+ k_1 \left[q_1+aq_2-dq_3-q_4 + C_{21}(q_1+aq_2-dq_3-q_4)^2 \right. \\
+ C_{31}(q_1+aq_2-dq_3-q_4)^3 \Big] + k_2 \left[q_1-bq_2-dq_3-q_6 \right. \\
+ C_{22}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^2 + C_{32}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^3 \Big] \Big\} \\
+ d \left\{ c_1(\dot{q}_1+a\dot{q}_2+d\dot{q}_3-\dot{q}_5)^2 + c_2(\dot{q}_1-b\dot{q}_2+d\dot{q}_3-\dot{q}_7)^2 \right. \\
+ k_1 \left[q_1+aq_2+dq_3-q_5 + C_{21}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^2 \right. \\
+ C_{31}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^3 \Big] + k_2 \left[q_1-bq_2+dq_3-q_7 + \right. \\
+ C_{22}(q_1-bq_2+dq_3-q_7)^2 + C_{32}(q_1-bq_2+dq_3-q_7)^3 \Big] \Big\} = 0 \dots \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{\varphi}_4 - c_1(\dot{q}_1+a\dot{q}_2-d\dot{q}_3-\dot{q}_4)^2 - k_1 \left[q_1+aq_2-dq_3-q_4 \right. \\
+ C_{21}(q_1+aq_2-dq_3-q_4)^2 + C_{31}(q_1+aq_2-dq_3-q_4)^3 \Big] \\
+ c_{1p}(\dot{q}_4 - \dot{f}_1) + k_{1p}(q_4 - f_1) = 0 \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{\varphi}_5 - c_1(\dot{q}_1+a\dot{q}_2+d\dot{q}_3-\dot{q}_5)^2 - k_1 \left[q_1+aq_2+dq_3-q_5 \right. \\
+ C_{21}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^2 + C_{31}(q_1+aq_2+dq_3-q_5)^3 \Big] \\
+ c_{1p}(\dot{q}_5 - \dot{f}_2) + k_{1p}(q_5 - f_2) = 0 \quad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 \ddot{q}_6 - c_2(\dot{q}_1-b\dot{q}_2-d\dot{q}_3-\dot{q}_6)^2 - k_2 \left[q_1-bq_2-dq_3-q_6 \right. \\
+ C_{22}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^2 + C_{32}(q_1-bq_2-dq_3-q_6)^3 \Big] \\
+ c_{2p}(\dot{q}_6 - \dot{f}_3) + k_{2p}(q_6 - f_3) = 0 \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_2 \ddot{q}_7 - c_2 (\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_7)^2 - k_2 [q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7 \\
& + c_{22}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^2 + c_{32}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^3] \\
& + c_{2p}(\dot{q}_7 - \dot{f}_4) + k_{2p}(q_7 - f_4) = 0
\end{aligned} \tag{17}$$

Introducând notațiile:

$$\begin{aligned}
& c_1/M = h_{10}, c_2/M = h_{20}, k_1/M = \omega_{10}, k_2/M = \omega_{20}; \\
& c_1/(M\rho_1^2) = h_{11}, c_2/(M\rho_1^2) = h_{21}, k_1/(M\rho_1^2) = \omega_{11}, k_2/(M\rho_1^2) = \omega_{21}; \\
& c_1/(M\rho_2^2) = h_{12}, c_2/(M\rho_2^2) = h_{22}, k_1/(M\rho_2^2) = \omega_{12}, k_2/(M\rho_2^2) = \omega_{22}; \\
& c_1/m_1 = h_1, c_2/m_2 = h_2, k_1/m_1 = \omega_1, k_2/m_2 = \omega_2; \\
& c_{1p}/m_1 = h_{1p}, c_{2p}/m_2 = h_{2p}, k_{1p}/m_1 = \omega_{1p}, k_{2p}/m_2 = \omega_{2p};
\end{aligned}$$

ecuațiile de echilibru dinamic (11), ..., (17) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_1 = & -h_{10}(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 - h_{10}(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 \\
& - h_{20}(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_6)^2 - h_{20}(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_7)^2 \\
& - \omega_{10}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4) - \omega_{10}(q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5) \\
& - \omega_{10}c_{21}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^2 - \omega_{10}c_{21}(q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5)^2 \\
& - \omega_{10}c_{31}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4)^3 - \omega_{10}c_{31}(q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5)^3 \\
& - \omega_{20}(q_1 - bq_2 - dq_3 - q_6) - \omega_{20}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7) \\
& - \omega_{20}c_{22}(q_1 - bq_2 - dq_3 - q_6)^2 - \omega_{20}c_{22}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^2 \\
& - \omega_{20}c_{32}(q_1 - bq_2 - dq_3 - q_6)^3 - \omega_{20}c_{32}(q_1 - bq_2 + dq_3 - q_7)^3, \dots (18) \\
\ddot{q}_2 = & -ah_{11}(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 - ah_{11}(\dot{q}_1 + a\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 \\
& + bh_{21}(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 - d\dot{q}_3 - \dot{q}_6)^2 + bh_{21}(\dot{q}_1 - b\dot{q}_2 + d\dot{q}_3 - \dot{q}_7)^2 \\
& - a\omega_{11}(q_1 + aq_2 - dq_3 - q_4) - a\omega_{11}(q_1 + aq_2 + dq_3 - q_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - a \omega_{11} C_{21} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^2 - a \omega_{11} C_{21} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^2 \\
& - a \omega_{11} C_{31} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^3 - a \omega_{11} C_{31} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^3 \\
& + b \omega_{21} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6) + b \omega_{21} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7) \\
& + b \omega_{21} C_{22} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^2 + b \omega_{21} C_{22} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7)^2 \\
& + b \omega_{21} C_{32} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^3 + b \omega_{21} C_{32} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7)^3, \dots \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_3 = & d h_{12} (\dot{q}_1 + a \dot{q}_2 - d \dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 - d h_{12} (\dot{q}_1 + a \dot{q}_2 + d \dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 \\
& + d h_{22} (\dot{q}_1 - b \dot{q}_2 - d \dot{q}_3 - \dot{q}_6)^2 - d h_{22} (\dot{q}_1 - b \dot{q}_2 + d \dot{q}_3 - \dot{q}_7)^2 \\
& + d \omega_{12} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4) - d \omega_{12} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5) \\
& + d \omega_{12} C_{21} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^2 - d \omega_{12} C_{21} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^2 \\
& + d \omega_{12} C_{31} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^3 - d \omega_{12} C_{31} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^3 \\
& + d \omega_{22} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6) - d \omega_{22} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7) \\
& + d \omega_{22} C_{22} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^2 - d \omega_{22} C_{22} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7)^2 \\
& + d \omega_{22} C_{32} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^3 - d \omega_{22} C_{32} (q_1 - b q_2 + d q_3 - q_7)^3, \dots \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_4 = & h_1 (\dot{q}_1 + a \dot{q}_2 - d \dot{q}_3 - \dot{q}_4)^2 + \omega_1 (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4) \\
& + \omega_1 C_{21} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^2 + \omega_1 C_{31} (q_1 + a q_2 - d q_3 - q_4)^3 \\
& - h_{1p} \dot{q}_4 - \omega_{1p} q_4 + h_{1p} \dot{\lambda}_1 + \omega_{1p} \lambda_1, \dots \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_5 = & h_1 (\dot{q}_1 + a \dot{q}_2 + d \dot{q}_3 - \dot{q}_5)^2 + \omega_1 (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5) \\
& + \omega_1 C_{21} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^2 + \omega_1 C_{31} (q_1 + a q_2 + d q_3 - q_5)^3 \\
& - h_{1p} \dot{q}_5 - \omega_{1p} q_5 + h_{1p} \dot{\lambda}_2 + \omega_{1p} \lambda_2, \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_6 = & h_2 (\dot{q}_1 - b \dot{q}_2 - d \dot{q}_3 - \dot{q}_6)^2 + \omega_2 (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6) \\
& + \omega_2 C_{22} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^2 + \omega_2 C_{32} (q_1 - b q_2 - d q_3 - q_6)^3 \\
& - h_{2p} \dot{q}_6 - \omega_{2p} q_6 + h_{2p} \dot{\lambda}_3 + \omega_{2p} \lambda_3, \dots \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\ddot{q}_7 = h_2(\dot{q}_1 - bq_2 + d\dot{q}_3 - q_7)^2 + \omega_2(q_1 - bq_2 + d\dot{q}_3 - q_7) + \omega_2 c_{22}(q_1 - bq_2 + d\dot{q}_3 - q_7)^2 + \omega_2 c_{32}(q_1 - bq_2 + d\dot{q}_3 - q_7)^3 - h_{2p} \dot{q}_7 - \omega_{2p} q_6 + h_{2p} \lambda_4 + \omega_{2p} \lambda_4 \dots \quad (24)$$

4. Pentru rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale neliniare (18), ..., (24) se cunosc metode numerice programate la calculatoare electronice. Aceste metode se aplică, în general, ecuațiilor diferențiale de ordinul întâi de forma:

$$\frac{d}{dt} \bar{u}(t) = \bar{f}(t, \bar{u}(t)) \quad (25)$$

cu condițiile inițiale:

$$\bar{u}(t_0) = \bar{\xi}. \quad (26)$$

Pentru a transforma ecuațiile diferențiale de ordinul doi (18), ..., (24), în ecuații diferențiale de ordinul întâi se introduc noile variabile:

$$\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_{14}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_j(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_j(t) \end{bmatrix}, \quad j=1,2,\dots,7, \quad (27)$$

unde, pentru o grupare convenabilă a noilor variabile, se vor înlocui coordonatele generalizate $q_j(t)$ cu variabilele $u_1(t)$ avînd indici impari, iar vitezele generalizate $\dot{q}_j(t)$ prin variabilele $u_i(t)$, $i=1,2,\dots,14$, avînd indici pari.

În ecuația (25) funcția $\bar{f}(t, \bar{u}(t))$ rezultă din caracteristicile de amortizare și elastice neliniare, perturbațiile și inerția sistemului oscilant, avînd expresia matricială:

$$\bar{f}(t, \bar{u}(t), \lambda(t)) = \begin{bmatrix} f_1(t, u_1(t), u_2(t), \dots, u_{14}(t)) \\ f_2(t, u_1(t), u_2(t), \dots, u_{14}(t)) \\ \vdots \\ f_{14}(t, u_1(t), u_2(t), \dots, u_{14}(t)) \end{bmatrix},$$

iar condițiile inițiale $\bar{u}(t_0) = \bar{\xi}$ sînt de forma:

$$\bar{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_j(t_0) \\ \dot{q}_j(t) \end{bmatrix}, \quad j=1, 2, \dots, 7.$$

În cazul real al vibrațiilor amortizate, efectul condițiilor inițiale se extinde pe o durată relativ scurtă de timp, ceea ce permite alegerea lor arbitrară. Practic condițiile inițiale pot fi considerate nule, în momentul aplicării primei perturbații sistemului elastic, deci:

$$\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_{14} = 0.$$

Integrarea sistemului de ecuații diferențiale neliniare ordinare (25), (26), poate fi condusă după metoda Runge-Kutta [2], care prezintă avantajul pornirii autonome a calculului. Soluția sistemului de ecuații exprimă valoarea, la un moment dat, a elongațiilor vibrațiilor precum și a vitezelor de deplasare a maselor suspendate, corespunzătoare celor șapte grade de libertate ale modelului adoptat. Cu ecuațiile de echilibru dinamic (18), ..., (24) se pot determina accelerațiile maselor suspendate corespunzătoare celor șapte grade de libertate, apoi în virtutea formulelor (1) și (2) se pot calcula reacțiunile normale la roți, respectiv

forțele care solicită elementele elastice ale suspensiilor, iar cu relațiile (3) și (4) se pot determina forțele disipative ale amortizoarelor suspensiilor.

B I B L I O G R A F I E

- [1]. I. Coșereanu, V. Olariu, Fl. Sperchez, M. Tofan. Oscilațiile verticale amortizate ale locomotivei electrice 060-EA. In: Sesiunea de comunicări 22-24 apr. 1971, Institutul de studii și cercetări transporturi, București.
- [2]. K. Moszyński. Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor diferențiale ordinare, Editura tehnică, București, 1973.
- [3]. V. Manea. Considerații asupra problemei oscilațiilor autovehiculelor în mers rectiliniu cu viteza constantă. In: Studii și cercetări de Mecanică aplicată, Nr.6, 1961, p. 1335-1355.
- [4]. V. Olariu, Oscilațiile neliniare verticale ale autovehiculelor grele. In: Construcția de mașini, nr.5, 1971, p.303-307.
- [5]. V.V. Pytiatin. Avtomobil kak sistema, nahodiasiasia pod deistviem sluciainih vozmusheni. In: Avtomobilnii transport, 1, Kiev, 1965.

OLARIU, V.

VIBRATIILE NELINIARE CU MAI MULTE GRADE DE LIBERTATE

ALE AUTOVEHICULELOR

Rezumat

Pe un model cu șapte grade de libertate se studiază vibrațiile neliniare ale autovehiculelor cu suspensii independente.

Ecuațiile diferențiale obținute se prezintă sub forma necesară în vederea rezolvării prin metoda Runge-Kutta.

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ
АВТОМАШИН.

На модели с семью степенями свободы изучаются нелинейные колебания автомашин с независимыми подвесками.

Полученные дифференциальные уравнения представляются в нужной форме в виду решения методом Рунге-Кутты.

STUDIUL EXPERIMENTAL AL VIBRAȚIILOR
IN CLAVIATURA DE CONDUCTE A UNEI STATII
DE COMPRESOARE DE GAZ METAN

Prof.dr.doc.St.Gh.Buzdugan,

Conf.dr.ing. T.Pană

Asist.ing. L.Fetcu

Asist.ing. K.Schuller

Asist.ing. E.Mihăilescu de la
 Institutul politehnic București,

Ing. M. Bălan de la Centrala
 gazului metan - Medias

1. Introducere

În exploatarea stațiilor de compresoare de gaz metan se constată deseori o serie de deficiențe legate de pulsațiile de presiune produse de refularea intermitentă a gazului, vibrațiile conductelor și reazemelor, care devin cu atât mai dăunătoare cu cât se utilizează agregate de putere mai mare, capabile să vehiculeze debite importante la presiuni ridicate.

La noi în țară, există stații de comprimare a gazului metan având montate 3-5 agregate de câte 1000 CP fiecare, cu o presiune de aspirație de $37,5 \text{ daN/cm}^2$ și o presiune de refulare de $51,5 \text{ daN/cm}^2$.

Măsurările* efectuate pe sistemul de conducte de aspirație și

* Determinările experimentale au fost efectuate de un colectiv format din prof.Gh.Buzdugan, conf.T.Pană, asist.L.Fetcu, asist.M.Radeș, asist.K.Schuller și asist.E.Mihăilescu de la Catedra de rezistența materialelor din Institutul politehnic București.

refulare al acestor stații de compresoare au pus în evidență oscilații importante. Valorile obținute pentru amplitudinea deplasărilor și frecvența oscilațiilor într-o stație cu 5 compresoare (fig.1) sînt date în tabelul 1, unde s-au notat direcțiile de măsurare, după cum urmează:

- V - direcția verticală;
- HL - direcția după axa conductelor în planul orizontal;
- HT - direcția orientată perpendicular pe axa conductelor în planul orizontal.

Pentru determinarea cauzelor vibrațiilor conductelor și a parametrilor care le influențează, precum și pentru stabilirea gradului de pericol pe care aceste mișcări vibratorii îl reprezintă pentru siguranța instalației, au fost întreprinse o serie de cercetări experimentale, dintre care prezentăm mai jos o parte.

2. Studiul regimului de vibrații al sistemului de conducte în timpul funcționării compresoarelor

În vederea stabilirii sursei de excitație a vibrațiilor au fost efectuate înregistrări de deplasări și presiune în regim dinamic în diverse puncte pe conducte, studiindu-se influența pe care o au, asupra nivelului vibrațiilor, o serie de factori, cum sînt:

- parametrii de funcționare a unui compresor (turație, presiune de aspirație și de refulare) ;
- regimul de lucru al stației de comprimare (numărul compresoarelor aflate în funcțiune simultan, turațiile diferitelor agregate);
- configurația conductelor de aspirație și refulare (traseu, mod de rezemare).

Toate oscillogramele înregistrate au arătat existența unor vibrații forțate cu caracter strict periodic, obținute prin suprapunerea unor vibrații armonice avînd frecvențe egale cu multipli în-

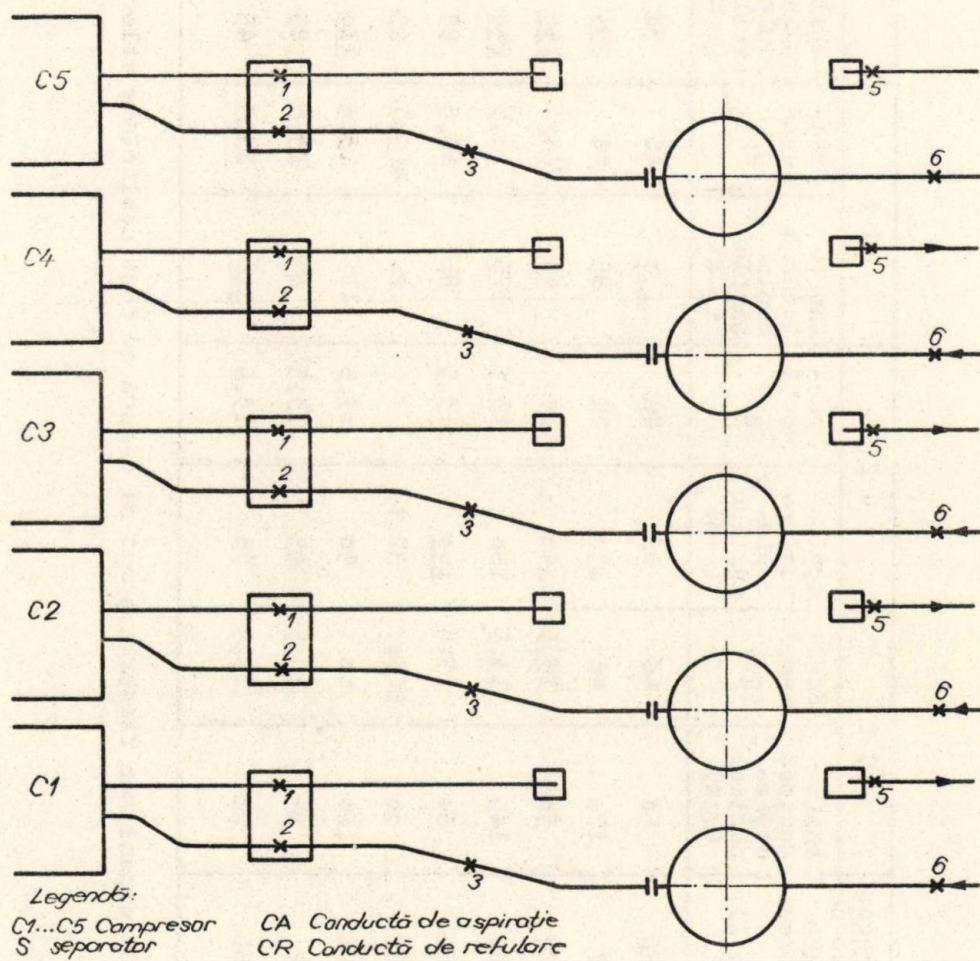
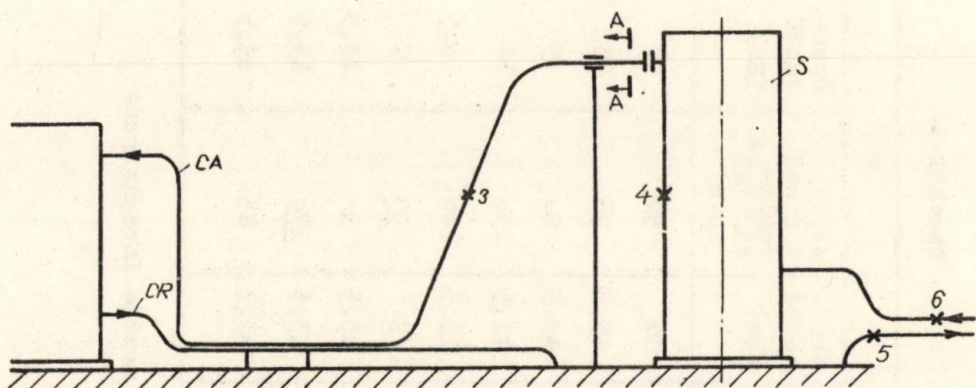


Fig. 1.

Tabelul 1

Agregat punct de măsură și direc- ție (fig.1)	C 1		C 2		C 3		C 4		C 5	
	Ampli- tudinea depla- sărilor* (μ m)	Frec- vență (Hz)	Ampli- tudinea depla- sărilor* (μ m)	Frec- vență (Hz)	Ampli- tudinea depla- sărilor* (μ m)	Frec- vență (Hz)	Ampli- tudinea depla- sărilor* (μ m)	Frec- vență (Hz)	Ampli- tudinea depla- sărilor* (μ m)	Frec- vență (Hz)
1 HL	50	46	65	46	<u>150</u>	46	80	46	90	46
2 V	170	46	150	46	85	46	255	45,5	95	45
2 HT	50	13,5	140	14	40	7(42)	<u>155</u>	43,5	80	45
3 HL	145	13,5	160	13,5	175	13,5	<u>240</u>	41,5	150	14
4 HL	60	13,5	<u>100</u>	13,5	85	13,5	95	13,5	100	13,5
4 HT	30	8(50)	32,5		20	8(50)	25	7	<u>35</u>	7
5 HL	100	68	90	13,5	115	13,5	<u>110</u>	13,5	50	13,5
6 V	85	13,5	95	13,5	85	13,5	85	13,5	<u>170</u>	13,5
6 HL	23	13,5	75	13,5	<u>110</u>	13,5	45	13,5	85	13,5

* Corespunzător fiecărui punct de măsură au fost subliniate valorile maxime înregistrate

tregi ai turărilor agregatelor. A rezultat deci că aceste vibrații sînt întreținute de forțele care apar din funcționarea agregatelor de comprimare (forțe de inerție neechilibrate, forțe perturbatoare gazodinamice).

Pentru a analiza separat efectul celor două componente ale forței de excitație asupra regimului de vibrații al instalației, s-au măsurat oscilațiile la mers în gol și în sarcină, obținîndu-se, în cazul al doilea, creșteri considerabile ale amplitudinii deplasărilor (tabelul 2).

Tabelul 2

Punctul de măsură și direcția mișcării (fig.1)	Funcționare în gol		Funcționare în sarcină	
	Frecvența [Hz]	Amplitudinea deplasării [μm]	Frecvența [Hz]	Amplitudinea deplasării [μm]
1 V	63	12	67,5	40
2 V	56	12	46	80
4 HL	14	8	15	135
5 V	7,35	2	7,5; 37,5; 60	17,7
5 HT	14	2	7,5	16
5 HL	15	2	7,5; 15; 30	32,5
6 V	14	4	15	12,5
6 HT	17,5	7	3,75; 15	60
6 HL	14	4	15	12,5

Excitația conductelor este deci întreținută de forțele gazodinamice provenite din admisia și refularea intermitentă a gazului metan.

În punctul 4 (fig.1) de pe separatorul plasat pe conducta de aspirație amplitudinea deplasării înregistrată a crescut de la $8\mu\text{m}$ pentru mersul în gol, la $135\mu\text{m}$ în cazul mersului în sarcină al com-

presorului.

Pentru a stabili influența turației agregatului de comprimare asupra regimului de vibrații al conductelor, s-au înregistrat oscilogramele deplasărilor și pulsațiile de presiune pentru diverse turații între 375 și 500 rot/min. S-a constatat că nivelul de vibrații crește brusc în jurul valorii de 420 rot/min, rămânând destul de redus pentru celelalte turații.

Din tabelul 3, în care sînt înscrise amplitudinile variațiilor pulsațiilor de presiune, față de valoarea nominală, măsurate pe conducta de refulare a unui compresor, se constată că și acestea cresc sensibil pentru turația de 420 rot/min.

Tabelul 3

Turația compresorului	Pulsații de presiune pe conducta de refulare	
	Frecvența [Hz]	Amplitudinea [daN/cm ²]
390	13	0,07
420	14	0,2
485	16	0,07

Dintre înregistrările efectuate, a atras atenția în mod deosebit oscilograma pentru deplasarea pe direcție verticală în punctul 6 (fig.1), plasat pe conducta de aspirație în aval de separator. Dacă pe celelalte oscilograme se constată prezența mai multor frecvențe, multipli întregi ai turației compresorului (fig.2), cea obținută în punctul amintit are aspectul unei vibrații armonice (fig.3) cu frecvența de 14 Hz (dublul turației compresorului).

Pentru unul din compresoare, s-a modificat configurația conductelor de aspirație și de refulare (fig.4), diferind de cea indicată în figura 1, printr-un sistem de rezemare mai robust (reazeme lungi)

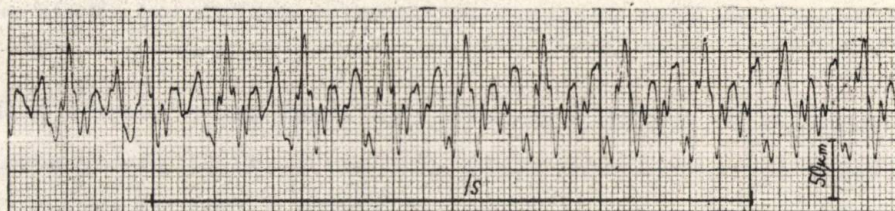


Fig. 2

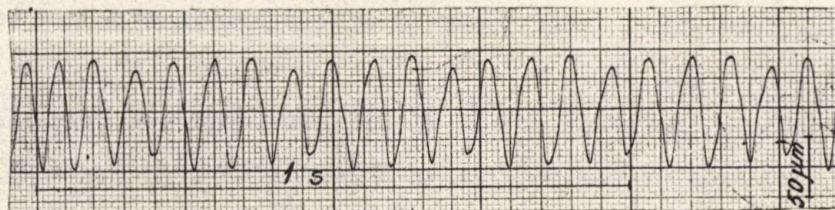


Fig. 3

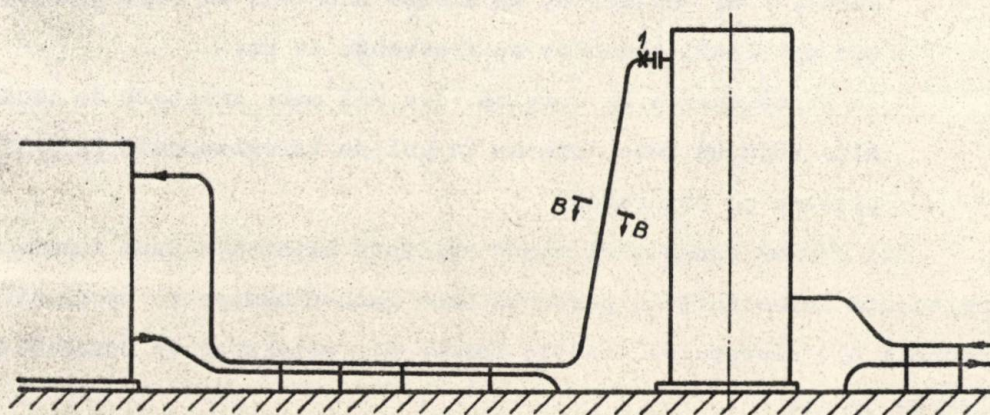


Fig. 4.

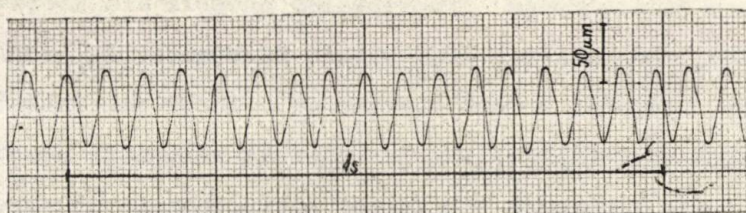


Fig. 5

și prin înlocuirea unor porțiuni de conducte aeriene cu altele așezate pe sol.

Măsurările de vibrații au arătat în acest caz o scădere a amplitudinilor deplasărilor (maximele sînt de $75\mu\text{m}$). Și pentru această nouă configurație s-a înregistrat, în punctul 1 (fig.4), plasat de asemenea pe conducta de aspirație, în aval de separator, o oscilogramă care pune în evidență prezența unei vibrații armonice cu frecvența de 14 Hz (fig.5).

Fenomenele observate pot fi sintetizate după cum urmează:

- la turația de 420 rot/min se înregistrează un maxim al răspunsului dinamic al conductelor;
- pentru ambele configurații de conducte, în puncte aflate pe conducta de aspirație, în amonte sau aval de separator, se obțin oscilații armonice cu frecvența 14 Hz;
- la funcționarea în sarcină, cea mai mare creștere de amplitudine față de funcționarea în gol se înregistrează în punctele plasate pe separator.

Din aceste constatări apare evidentă existența unui fenomen de rezonanță între forțele perturbatoare gazo-dinamice și oscilațiile proprii ale sistemului elastic format din separator și conductele legate de el.

3. Determinarea frecvențelor proprii ale sistemului elastic conductă de aspirație - separator

Pentru determinarea frecvențelor proprii ale sistemului elastic studiat, s-a procedat prin metoda rezonanței de amplitudine. În acest scop, sistemul a fost excitat cu o forță concentrată armonică, de frecvență variabilă și s-a înregistrat răspunsul acesteia, reținându-se acele frecvențe ale forței perturbatoare la care se observă un maxim de amplitudine pentru deplasarea conductei.

Pentru conducte, care formează un sistem elastic spațial, o ex-

citație într-un punct oarecare pe una din direcțiile V, HL, HT provoacă vibrații pe toate cele trei direcții. Dintre elementele elastice componente, răspunsul cel mai puternic se obține la separator, ale cărui mișcări se transmit conductei de aspirație, pe traseul căreia este montat.

În cazul primei configurații a conductelor (fig.1) pentru vibrațiile separatorului pe direcția HL se obțin frecvențele proprii: 12 Hz, 25 Hz, 35 Hz; pe direcția HT: 13,5 Hz, 14,5 Hz; 29 Hz; 46 Hz; iar pe direcția V: 9,5 Hz, 13,5 Hz, 21 Hz. Pentru sistemul de conducte prezentat în figura 4, aceste frecvențe devin respectiv: pentru direcția HL: 14 Hz, 25 Hz, 35 Hz și pentru direcția HT: 8,5 Hz; 25 Hz, 40 Hz.

Dacă turația agregatelor variază între 375 rot/min și 475 rot/min, forțele perturbatoare gazodinamice care apar au componente cu frecvențele între 12,5 Hz și 17,5 Hz (dublul turației de funcționare).

Pentru ambele variante constructive adoptate pentru conducta de aspirație, cauza vibrațiilor este deci rezonanța mecanică a forțelor de excitație provenite din funcționarea compresorului cu oscilațiile proprii ale separatorului, care antrenează conductele legate de el să vibreze cu amplitudini mari.

4. Măsurări tensometrice pe conducte

Deoarece în literatura de specialitate nu sînt indicate valori admisibile ale nivelelor vibrațiilor la conducte, s-a considerat necesară efectuarea unor măsurări tensometrice, în cîteva puncte ale conductelor de aspirație, pentru mersul în sarcină al agregatelor.

S-a determinat componenta variabilă a eforturilor unitare pe direcția axei conductelor; turația de funcționare a compresorului a corespuns regimului critic din punct de vedere al comportării con-

ductelor la vibrații.

Eforturile unitare au fost măsurate lângă reazeme și la mijlocul deschiderilor; în fiecare secțiune normală pe axa conductei au fost montați câte 4 traductori tensometrici, dispuși pe circumferință la 90° .

Amplitudinea maximă a efortului unitar variabil s-a obținut pentru sistemul de conducte din figura 1 în secțiunea A-A, iar pentru cel din figura 4 în secțiunea B-B; acestea au valorile de $15,5 \text{ daN/cm}^2$, respectiv $10,5 \text{ daN/cm}^2$.

Rezultă deci că variația eforturilor unitare în conducte, datorită funcționării compresoarelor este foarte mică, nepericuloasă din punct de vedere al oboselei materialului, pentru ambele variante constructive studiate.

5. Concluzii

În stațiile de compresoare, forțele de excitație care întrețin vibrațiile forțate ale instalației provin din procesul de funcționare al acestora și nu pot fi înlăturate.

Ca urmare, trebuie acordată o atenție specială, încă din faza de proiectare, problemelor legate de oscilațiile proprii ale elementelor elastice componente și ale coloanei de gaz, pentru a evita fenomenele de rezonanță.

Dacă totuși aceste fenomene apar, sub forma unor oscilații puternice pentru anumite turații de funcționare, este bine să fie folosit drept criteriu pentru aprecierea pericolului pe care îl prezintă vibrațiile conductelor valoarea componentei variabile a eforturilor unitare.

BUZDUGAN Gh., PANA T., FETCU L., SCHULLER K., MIHAILESCU E.,
BALAN M.

STUDIUL EXPERIMENTAL AL VIBRATIILOR IN CLAVIATURA
DE CONDUCE A UNEI STATII DE COMPRESOARE DE GAZ

METAN

Rezumat

Lucrarea prezintă determinările experimentale efectuate în vederea stabilirii nivelului de vibrații și a cauzelor acestora pentru conductele de aspirație și refulare ale unor compresoare de 1000 CP.

În acest scop au fost măsurate amplitudinea deplasării și frecvența oscilațiilor pentru două configurații de conducte care diferă ca traseu și mod de rezemare.

În vederea stabilirii cauzelor vibrațiilor înregistrate, s-au făcut încercări la diverse regimuri de funcționare ale stației de compresoare și s-a studiat răspunsul sistemului de conducte la o excitație armonică, pentru diverse frecvențe, determinându-se frecvențele proprii ale conductelor aflate în gama de frecvențe ale forțelor perturbatoare impuse de funcționarea agregatelor.

Pentru a se aprecia efectul vibrațiilor asupra conductelor, s-au efectuat măsurări tensometrice, determinându-se mărirea eforturilor unitare dinamice din zonele cele mai solicitate.

DIAS EXPERIMENTALSTUDIUM DER SCHWINGUNGIN IN DEM
ROHVERTEILER EINER METHANGASCOMPRESSORENSTATION

Zusammenfassung

In der Arbeit werden die Versuche beschrieben, welche zur Festlegung des Schwingungsniveau's und der Ursachen der Schwingungen an den Einlass - und Ausstossrohren von 1000 PS - Kompressoren durchgeführt wurden.

Zu diesem Zwecke wurden die Amplitude der Schwingungen und ihre Frequenz für zwei Rohrformen gemessen, welche sich untereinander durch Trasse und Lagerung unterschieden.

Um die Ursachen der festgestellten Schwingungen zu bestimmen, wurden bei verschiedenen Arbeitsbedingungen der Kompressorenstation Versuche durchgeführt und die Frequenzcharakteristik des Rohrsystems für eine harmonische Erregung bestimmt, das heisst es wurden jene Eigenfrequenzen der Rohre bestimmt, welche in den Frequenzbereich der durch den Betrieb der Aggregate gegebenen Erregerkräfte fallen.

Um dem Effekt der Schwingungen auf die Rohre festzustellen, wurden Spannungsmessungen durchgeführt, während derer die Grösse der dynamischen Spannungen in den am stärksten beanspruchten Rohrabschnitten bestimmt wurden.

STUDIUL REGIMURILOR STATIONARE ALE UNUI
VIBRATOR FOLOSIT PENTRU INFIGEREA PILOTILOR IN SOL

Dr.ing.I.Groșanu, conferențiar la Institutul politehnic
"Traian Vuia" din Timișoara

La înfigerea piloților prin vibrații se admite că pământul are o caracteristică elastică și una vâscoasă simplificându-se în acest mod calculele. În realitate modelul dinamic al procesului de înfigere trebuie să fie mult mai complex pentru a fi în bună concordanță cu realitatea. Au fost astfel considerate modele dinamice care țin seama de frecarea uscată, de masa de pământ antrenată, de caracteristicile elastice și plastice ale pământurilor. În mod obișnuit studiul mișcărilor staționare pe modelele dinamice amintite s-a efectuat considerând generatorul de vibrații cu unul sau mai multe grade de libertate [2],[3],[5], funcționând ca vibrator, cît și în cazul cînd funcționează ca vibropercutor [4],[2],[6]. Pentru cele mai multe din aceste cazuri nu s-a considerat interacțiunea dintre motorul electric și sistemul vibrant.

Sistemele în care se consideră interacțiunea cu motorul electric [2],[3],[5], presupun caracteristici elastice și vîscoase pentru pământ. Modele mai complexe sînt considerate în cazul analizei fenomenelor de autosincronizare.

Aici se va considera interacțiunea dintre motorul electric și vibratorul montat rigid pe un pilot vertical presupunând că pământul are o caracteristică de deformare elastică, iar pentru amortizare se admite o componentă vâscoasă și o buclă eliptică de disipare legate în paralel, astfel încât constanta de amortizare depinde de viteza unghiulară a excentricilor vibratorului [1], [4].

Se admite, pentru simplificare, că motorul electric asincron are caracteristica statică, funcție liniară de viteza unghiulară a rotorului care este legat de una din axele excentricilor având masa neechilibrată m_0 și excentricitatea e . Generatorul de vibrații de tip inerțial având masa m_1 realizează o forță perturbatoare dirijată după direcția verticală de înfigere a pilotului cu masa m_2 .

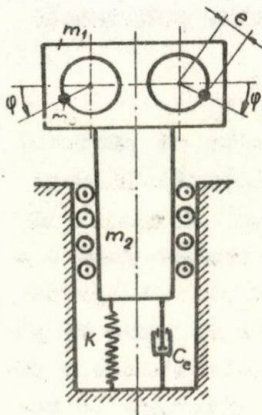


Fig. 1

Se vor studia mișcările staționare periodice ale modelului din fig. 1, având ecuațiile de mișcare:

$$m\ddot{x} + c_e \dot{x} + kx = 2m_0 e (\dot{\psi}^2 \sin \psi - \ddot{\psi} \cos \psi), \quad (1)$$

$$J \ddot{\psi} = -2m_0 e (\ddot{x} + g) \cos \psi + M_0 - M_1 \dot{\psi},$$

unde x este deplasarea pilotului din poziția de echilibru și C_1

$$m = m_1 + m_2 + 2m_0, \quad C_e = C_0 + \frac{1}{\pi \dot{\psi}}, \quad (2)$$

C_0 și C_1 fiind mărimi constante.

Cu ajutorul notațiilor:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m}, \quad \tau = \omega_n t, \quad y = \frac{x}{e}, \quad \mu = \frac{2m_0}{m}, \quad 2D = \frac{C_0}{m\omega_n},$$

$$2D_1 = \frac{C_1}{\pi m \omega_n^2}, \quad \Omega = \frac{d\psi}{d\tau}, \quad y' = \frac{dy}{d\tau}, \quad v = \varepsilon \bar{v} = \quad (3)$$

$$= \frac{2m_0 e^2}{J}, \quad d = \varepsilon \bar{d} = \frac{2m_0 e g}{J \omega_n^2}, \quad \alpha_0 = \varepsilon \bar{\alpha}_0 = \frac{M_0}{J \omega_n^2}, \quad \alpha_1 = \varepsilon \bar{\alpha}_1 = \frac{M_1}{J \omega_n^2}$$

sistemul (1) devine:

$$\Omega^2 y'' + (2D + \frac{2D_1}{\Omega} + \Omega') \Omega y' + y = \mu (\Omega^2 \sin \psi - \Omega \Omega' \cos \psi), \quad (4)$$

$$\Omega \Omega' = -\varepsilon (\bar{v} \Omega^2 y'' + \bar{v} \Omega \Omega' y' + \bar{d}) \cos \psi + \varepsilon \bar{\alpha}_0 - \varepsilon \bar{\alpha}_1 \Omega.$$

Pentru studiul regimurilor staționare periodice se consideră dezvoltările:

$$y = y_0 + \varepsilon y_1 + O(\varepsilon^2), \quad \Omega = \Omega_0 + \varepsilon \Omega_1 + O(\varepsilon^2). \quad (5)$$

cu care, în aproximația de ordinul zero rezultă

$$\Omega_0 = \text{const.}, \quad y_0 = A \sin \varphi + B \cos \varphi, \quad (6)$$

unde:

$$A = \frac{\mu \Omega_0^2 (1 - \Omega_0^2)}{R_0}, \quad B = - \frac{2\mu \Omega_0^2 (D\Omega_0 + D_1)}{R_0}, \quad R_0 = (1 - \Omega_0^2)^2 + 4(D\Omega_0 + D_1)^2, \quad (7)$$

În aproximația de ordinul întâi a doua din ecuațiile sistemului (4) devine

$$\Omega_0 \Omega_1' = (-\bar{\nu} \Omega_0^2 A \sin \varphi - \bar{\nu} \Omega_0^2 B \cos \varphi + \bar{D}) \cos \varphi + \bar{\alpha}_0 - \bar{\alpha}_1 \Omega_0$$

și deci pentru ca regimul staționar să fie periodic este necesar ca în membrul drept al ecuației (4) să nu apară termeni constanți. Această condiție de periodicitate conduce la ecuația

$$\frac{\mu \nu \Omega_0^4 (D\Omega_0 + D_1)}{R_0} = \alpha_0 - \alpha_1 \Omega_0. \quad (8)$$

ale cărei rădăcini reale și pozitive vor determina regimurile staționare periodice.

Pentru determinarea rădăcinilor ecuației (8) se va folosi metoda grafică intersectând curba:

$$\Gamma(\Omega_0) = \frac{\mu \nu \Omega_0^4 (D\Omega_0 + D_1)}{(1 - \Omega_0^2)^2 + 4(D\Omega_0 + D_1)^2}, \quad (9)$$

cu dreapta

$$\Gamma_1(\Omega_0) = \alpha_0 - \alpha_1 \Omega_0. \quad (10)$$

Pentru $D = 0,1$; $D_1 = 0,2$ și $\mu \nu = 0,5$ în fig. 2 s-a reprezentat curba Γ și trei drepte Γ_1 . Se observă că sînt posibile cel

mult trei rădăcini pozitive distincte $\Omega_{01} < \Omega_{02} < \Omega_{03}$ pentru care corespund regimuri staționare periodice.

În particular, dacă $D=0$, curba Γ , devine

$$\Gamma_0(\Omega_0) = \frac{\mu \nu D_1 \Omega_0^4}{(1 - \Omega_0^2)^2 + 4D_1^2} \quad (11)$$

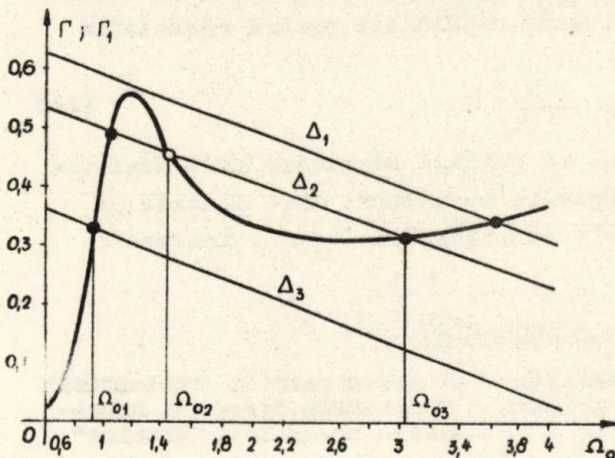


Fig 2

și se studiază mult mai ușor. Se observă că

$\Gamma_0(0) = 0$, $\Gamma_0(1) = \frac{\mu\nu}{4D_1}$, $\Gamma_0(\infty) = \mu\nu D_1$,
admitînd un maxim pentru

$$\Omega_{om} = \sqrt{1 + 4D_1^2}$$

$$\Gamma_0(\Omega_{om}) = \frac{\mu\nu(1 + 4D_1^2)}{4D_1}$$

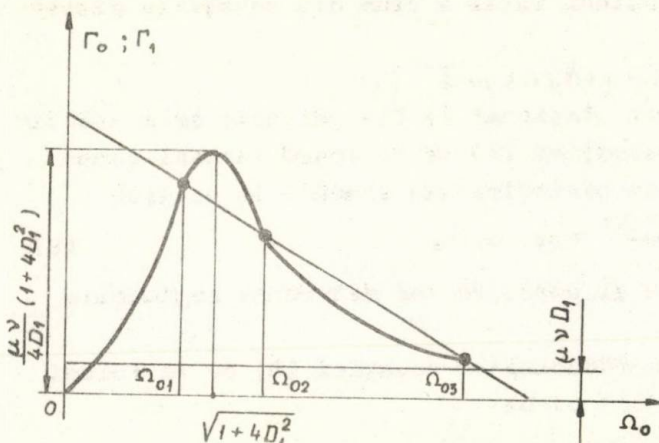


Fig. 3

electric sistemului mecanic, creșterea lui contribuie la accelerarea mișcării de rotație pe cînd $\Gamma(\Omega_0)$ reprezintă caracteristica de rezistență a sistemului mecanic care se opune cuplului motor. Ținînd seama de rezultatele din lucrarea [2], la o perturbare mică pozitivă a vitezei unghiulare pentru rădăcinile Ω_{o1} și Ω_{o3} unde

$$\frac{d\Gamma(\Omega_o)}{d\Omega_o} > \frac{d\Gamma_1(\Omega_o)}{d\Omega_o}, \quad (12)$$

sistemul lăsat liber revine la regimul staționar avut înaintea perturbării, deci aceste regimuri staționare sînt stabile pe cînd regimul staționar corespunzător lui Ω_{o2} este instabil.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Ciuntă Z.G.: Grafo-analiticeskii metod rasceta rezonansnih vibromagîn s ucetom vliianii vnutrennih ivneșnih soprotivlenii. Vopr. Dinamiki i p. poznosti nr.23, Izd. "Zinatne" Riga, 1972.

încît curba Γ_0 are forma din fig.3 unde a fost intersectată cu o dreaptă Γ_1 , fiind posibil și în acest caz cel mult trei rădăcini reale pozitive.

Deoarece $\Gamma_1(\Omega_o)$ reprezintă cuplul transmis de motorul

- [2]. Groșanu I.: Contribuții privind studiul mișcărilor staționare și nestaționare ale sistemelor mecanice excitate inerțial, acționate cu motoare electrice. Rezumatul tezei de doctorat Timișoara 1970.
- [3]. Kononenko V.O.: Kolebatelnie sistemí s organičenním vozbuždeniem. "Nauka" 1964.
- [4]. Menges H.J.: Über die Dämpfung bei Gründungen Z.A.M.M. Band 15, Heft, Julie 1935.
- [5]. Morrison J.A.: Asymptotic Analysis of a Nonlinear Autonomous Vibratory System. The Bell System Technical Journal, January 1970.
- [6]. Silaș Gh., Brîndeu L.: Das Studium der stationären Bewegungen eines autonomen Systems mit drei Freiheitsgraden, VII-a Conferenții Dinamiki Maszyn, Polska-Gliwice, 1971

GROSANU I.,

STUDIUL REGIMURILOR STATIONARE ALE UNUI VIBRATOR

FOLOSIT PENTRU INFIGEREA PILOTILOR IN SOL

Rezumat

Se studiază regimurile staționare ale unui vibrator montat rigid pe pilot ținând seama de caracteristicile disipante ale solului presupuse funcție de frecvența vibrațiilor forțate. Considerând interacțiunea dintre vibrator și motorul de acționare se determină vitezele unghiulare pentru care au loc regimuri staționare periodice.

Se stabilește condiția ce trebuie să fie îndeplinită de parametrii sistemului ca aceste regimuri să fie stabile.

ETDUE DES RÉGIMES STATIONAIRES D'UN VIBREUR UTILISÉ

POUR PLANter LES PIEUX EN SOL

Résumé

On étudie les régimes stationnaires d'un vibreur monté d'une manière rigide sur pieux en tenant compte des caractéristiques dissipantes du sol qui sont présumées des fonctions de la fréquence des vibrations des forces.

En considérant l'interaction entre le vibreur et le moteur de mise en mouvement, on détermine les vitesses angulaires pour lesquelles ont lieu des régimes stationnaires périodiques.

On établit la condition des paramètres du système pour être stable ces régimes.

SINTEZA MECANISMELOR LOGICE CU ELEMENTE MECANICE
CU CELULE DE MEMORIE

Dr.doc.ing. Székely Imre, profesor
 la Institutul Politehnic Cluj.

Ing. Traistă Vasile, cercetător la
 Institutul de Cercetări și Proiectări
 pentru Industria Minereurilor Nefe-
 roase și Rare din Baia Mare.

În lucrarea [1] s-au scos în evidență posibilitățile de realizare cu elemente mecanice, prin scheme combinatorii, a funcțiilor logice de n variabile de intrare, care funcții sînt determinate în întregime de aceste variabile. Funcționarea unei scheme combinatorii este complet definită de către tabloul din figura 1 a [2] în care K_i desemnează una din cele N stări ale celor n variabile de intrare ($N = 2^n$), iar W_j una din cele M valori ale celor m variabile de ieșire ($M = 2^m$).

Se menționează că în cazul schemelor combinatorii cores-

pondența dintre valorile variabilelor de intrare K și de ieșire W , determinată de funcția logică, rămâne neschimbată indiferent de ordinea în care se succed valorile lui K . De exemplu unei succesiuni de valori $K_1, K_2, K_7, K_8, \dots$, corespunde succesiunea $W_1, W_2, W_7, W_8, \dots$, iar valorilor $K_2, K_8, K_6, K_5, \dots$, corespund valorile $W_2, W_8, W_6, W_5, \dots$. Reprezentarea grafică a unei scheme combinatorii de n variabile de intrare $a_1, a_2, \dots, a_n$ care definesc m funcții $W_1, W_2, \dots, W_m$ (variabile de ieșire) este dată în figura 1 b sau sub forma simplificată în figura 1 c.

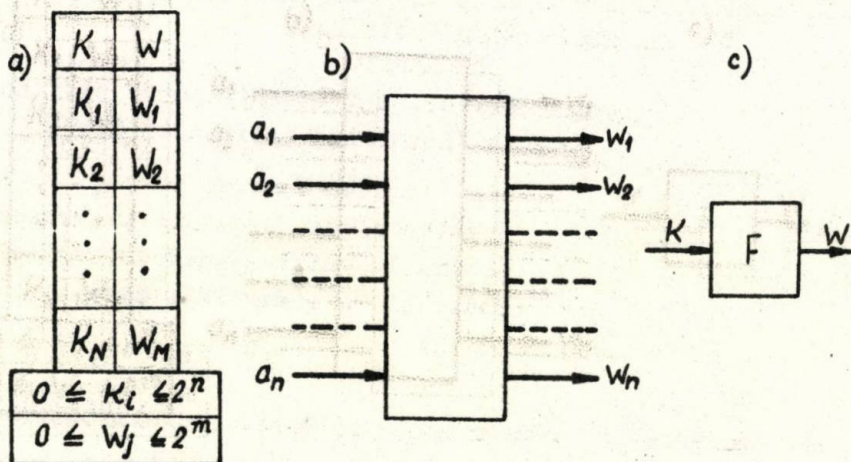


Fig. 1

Ecuatiile care descriu funcționarea celor două scheme se prezintă astfel

$$\begin{aligned}
 W_1 &= f_1(a_1, a_2, \dots, a_n) \\
 W_2 &= f_2(a_1, a_2, \dots, a_n) \\
 &\vdots \\
 W_m &= f_m(a_1, a_2, \dots, a_n)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$W = F(K). \quad (2)$$

Se precizează că în cazul funcțiilor (1) și (2) la fiecare valoare a variabilelor de intrare corespunde o singură valoare a variabilei de ieșire W , dar reciproca nu este adevărată deoarece aceeași valoare a lui W se poate obține pentru mai multe valori diferite ale lui K (în exemplul de mai sus s-ar putea întâmpla ca $W_2 = W_8$, dar $K_2 \neq K_8$).

În prezenta lucrare se studiază posibilitatea realizării, cu elemente mecanice, a schemelor logice în care o stare a variabilelor de intrare K_1 nu provoacă în mod necesar apariția aceleiași valori ale variabilelor de ieșire, adică a schemelor secvențiale. Se subliniază faptul că într-o schemă secvențială starea prezentă a ei depinde atât de starea variabilelor de intrare, la momentul dat, cât și de starea unora din variabilele de ieșire corespunzătoare momentului anterior. Se deosebesc două tipuri de variabile de ieșire definite de relațiile

$$\begin{aligned} Z_{t+1} &= \Phi(K_{t+1}, Z_t) ; \\ W_{t+1} &= F(K_{t+1}, Z_{t+1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Reprezentarea grafică a relațiilor (3) este dată în figura 2

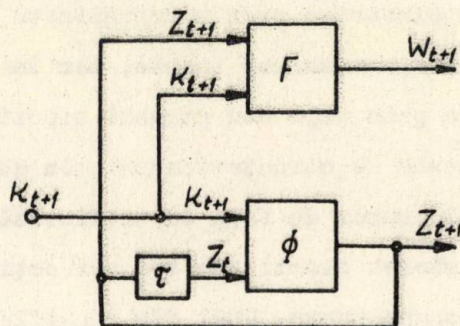


Fig.2

Funcționarea schemei secvențiale este în întregime definită de matricea de adrese și o matrice de ieșire în felul reprezentat în figura 3.

În lucrarea [3] se tratează o metodă de sinteză a schemeilor secvențiale cu elemente mecanice, care se bazează pe graful inițial al automatului formulat în lucrarea [4]. În cele ce urmează, la sinteza schemelor secvențiale, se va utiliza metoda expusă în lucrările [2] și [5], care în multe cazuri din practică prezintă avantaje apreciabile. Pentru a ușura înțelegerea metodei ce urmează a fi expusă se reamintește că o schemă secvențială cuprinde elemente de comandă, celule de memorie și elemente de execuție.

$Z \backslash K$	$K_1, K_2, \dots, K_N$	$K_1, K_2, \dots, K_N$
Z_1	$Z_{11}, Z_{12}, \dots, Z_{1N}$	$W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1N}$
Z_2	$Z_{21}, Z_{22}, \dots, Z_{2N}$	$W_{21}, W_{22}, \dots, W_{2N}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Z_M	$Z_{M1}, Z_{M2}, \dots, Z_{MN}$	$W_{M1}, W_{M2}, \dots, W_{MN}$

Fig.3

Elementele de comandă reprezintă variabilele de intrare, care în cazul schemelor electrice sînt materializate prin butoane de comandă, normal deschis sau normal închis, iar în cazul schemelor cu elemente mecanice prin tije sau pîrghii bipoziționale [7],

Celulele de memorie se caracterizează prin două sau mai multe stări stabile. În lucrarea de față se utilizează doar celule de memorie binare. Schimbarea stării are loc sub acțiunea unor semnale de comandă corespunzătoare. Unul din tipurile de memorie

binară, care se va utiliza în continuare este reprezentat în figura 4 a. Starea celulei este dată de valoarea variabilei de ieșire X care poate fi 0 sau 1 și se determină de valorile semnalelor de intrare a și b care pot lua la rândul lor valorile 0 sau 1. Semnalul de intrare $a = 1$ provoacă trecerea lui X în starea 1 în cazul când celula se găsea inițial în starea 0 (la starea inițială 1 ea rămâne neschimbată), iar semnalul $b = 1$ provoacă trecerea lui X în starea 0 dacă inițial acesta se găsea în starea 1 (la starea inițială 0 ea rămâne neschimbată). În cazul când $a = 0$ sau $b = 0$ stările inițiale ale celulei de memorie rămân neschimbate. În cazul când semnalele se aplică simultan pentru valorile $a = 1$ și $b = 1$ se disting patru posibilități de funcționare a celulei de memorie binară, care se scot în evidență în tabloul de adrese din figura 4 b.

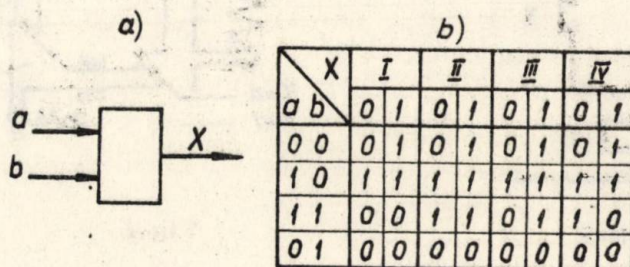


Fig.4

Funcțiile logice corespunzătoare celor patru posibilități de funcționare a celulei de memorie se prezintă astfel

$$X_I = (a \vee X) \bar{b}$$

$$X_{II} = a \vee X \bar{b}$$

$$X_{III} = (a \vee X) \bar{b} \vee a X$$

$$X_{IV} = (a \vee X) \bar{b} \vee \bar{a} X$$

(4)

În figura 5 se dă un exemplu de realizare a funcției de memorie de tipul doi prin elemente electrice, în care a și b sînt butoane de comandă, iar X este contactul releului și definește starea celulei de memorie. Relația care descrie funcționarea acestei scheme este

$$X_{t+1} = a_t \vee X_t \bar{b}_t. \quad (5)$$

În figura 6 este dată schema unei celule de memorie formată din elemente mecanice, care realizează aceeași funcție de memorie ca și schema electrică din figura 5. Această celulă este for-

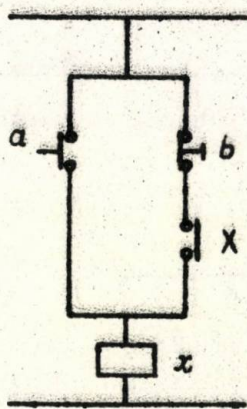


Fig.5

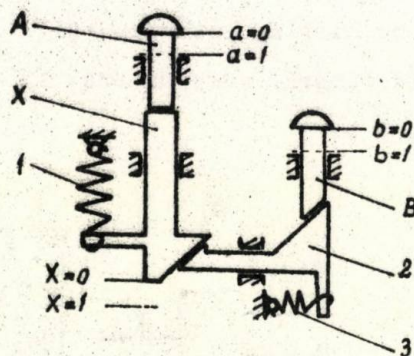


Fig.6

mată din două elemente de intrare sub forma unor tije bipoziționale A și B , de asemenea din elementul de ieșire X , numit și organ de memorie, tot sub forma unei tije bipoziționale. Din schema mecanismului (fig.6) rezultă că elementul de ieșire se menține în poziția inferioară $X = 1$ în cazul când elementul de comandă A este acționat sau când la momentul anterior acesta se găsea deja în poziția inferioară și elementul B este neacționat. Organul de memorie X poate comanda la rîndul său alte elemente aparținînd unui

mecanism automat.

Schema celulei de memorie (fig.6) poate fi generalizată prin înlocuirea tijelor de comandă bipoziționale A și B cu elemente executoare bipoziționale ale unor mecanisme logice mecanice, care realizează funcțiile logice g și h . În acest caz relația, care descrie funcționarea schemei generalizate este

$$X_{t+1} = g_t \vee X_t \bar{h}_t. \quad (6)$$

Funcțiile logice g și h sînt de forma funcțiilor combinatorii. În cele ce urmează se prezintă o variantă de materializare a unei astfel de funcții, care se poate utiliza la construirea schemelor secvențiale.

Fie de exemplu funcția logică de forma

$$g = a\bar{b}\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d}, \quad (7)$$

care se poate realiza cu mecanismul logic cu elemente mecanice din figura 7. În adevăr elementul executor G (de ieșire) ocupă poziția inferioară corespunzătoare lui $g = 1$ în următoarele două cazuri: Elementul de comandă D fiind acționat, iar elementele B și C neacționate, lanțul cinematic format din elementele 2, 4, 6, 8, 10 și 12 deplasează organul executor G în poziția inferioară. Aceeași poziție inferioară poate ocupa elementul de ieșire G în cazul cînd A și B sînt acționate, iar D neacționat. În acest caz deplasarea lui G se face prin intermediul lanțului cinematic 1, 3, 5, 7, 9 și 11.

Pe baza celor expuse se prezintă două exemple de sinteză a mecanismelor logice cu elemente mecanice cu celule de memorie, care realizează un program dinainte stabilit. Ordinea de lucru se va face în aceeași succesiune ca și în cazul mecanismelor logice electrice și electronice[2] așa cum urmează: 1. Enumerarea stărilor

stabile. 2. Stabilirea matricei de faze primitive. 3. Stabilirea matricei de faze reduse. 4. Organizarea variabilelor secundare. 5. Stabilirea matricei de adrese. 6. Stabilirea matricei de ieșire.

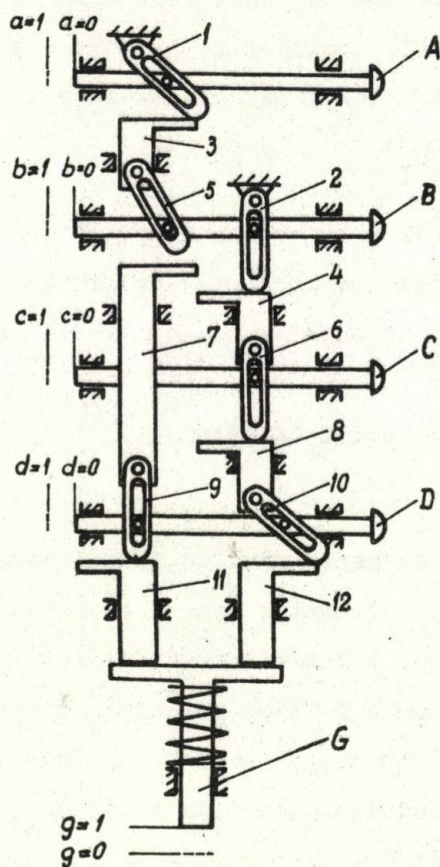


Fig.7

În cazul mecanismelor logice cu elemente mecanice este necesar ca în etapa cincea, după stabilirea matricei de adrese, funcțiile de lucru ale celulei de memorie să se aducă la forma

$$X_{t+1} = g_t \vee h'_t X_t \quad (8)$$

unde, g_t și h'_t nu conțin variabila X , ceea ce totdeauna este posibil.

Expresia (8) se mai poate scrie sub forma

$$X_{t+1} = g_t \vee \overline{h'_t} X_t \quad (9)$$

sau

$$X_{t+1} = g_t \vee \overline{h_t} X_t \quad (10)$$

unde s-a notat $h_t = \overline{h'_t}$.

Se observă că prin transformări s-a ajuns la ecuația (6).

EXEMPLUL 1. Se cere să se construiască un automat finit [3], care să funcționeze după următorul program: La prima acționare asupra butonului A al elementului de intrare, elementul executor E să-și schime starea, iar la a doua acționare asupra aceluiași buton A elementul E să revină la starea lui inițială.

Conform enunțului problemei rezultă patru stări stabile redate schematic în diagrama de tranziție (fig.8a).

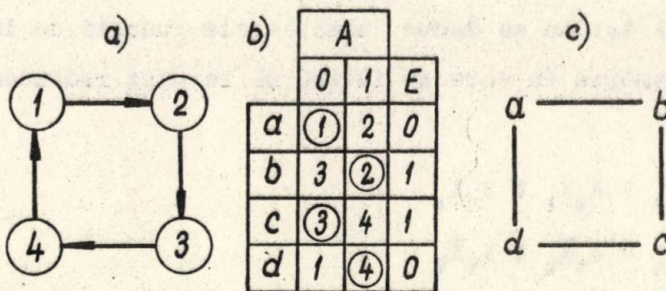


Fig. 8

Din această diagramă rezultă matricea de faze primitivă (fig.8b), unde fiecare din linii (notate cu a,b,c,d) conține numai o singură stare stabilă (încercuită) în ultima coloană fiind

redate valorile variabilelor de ieșire corespunzătoare. Se subliniază că această matrice nu mai poate fi redusă prin fuzionare [2], reprezentând totodată și matricea redusă. Pentru realizarea matricei din figura 8 b sînt necesare cel puțin două celule de memorie mecanice, care să respecte condițiile de adiacență între liniile matricei reprezentate în figura 8 c. Aceste condiții se îndeplinesc prin utilizarea a două celule de memorie cu ieșirile X și Y cu codificarea matricei reduse reprezentate în figura 9.

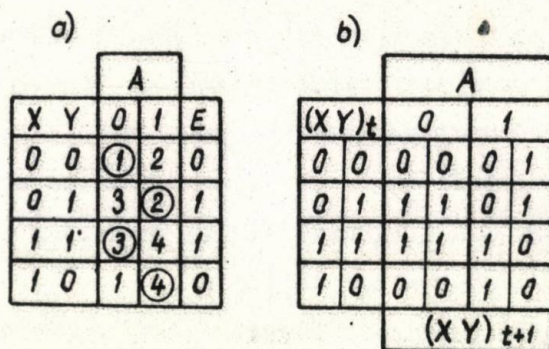


Fig. 9

Din ultimul tablou se deduc următoarele funcții de lucru ale celulelor de memorie în care se includ și termeni redondanți de prima speță.

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= \bar{A}_t Y_t \vee A_t X_t \vee Y_t X_t \\ Y_{t+1} &= \bar{A}_t Y_t \vee A_t \bar{X}_t \vee Y_t \bar{X}_t. \end{aligned} \quad (11)$$

Aceste expresii se pot scrie sub forma

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= \bar{A}_t Y_t \vee (\overline{\bar{A}_t \vee Y_t}) X_t \\ Y_{t+1} &= A_t \bar{X}_t \vee (\overline{\bar{A}_t \vee X_t}) Y_t, \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= \bar{A}_t Y_t \vee (\bar{A}_t \bar{Y}_t) X_t \\ Y_{t+1} &= A_t \bar{X}_t \vee (\bar{A}_t \bar{X}_t) Y_t . \end{aligned} \quad (12)$$

Pe baza tabloului din figura 9 a, se scrie ecuația de lucru a elementului executor sub forma

$$E_t = Y_t . \quad (13)$$

Automatul finit construit pe baza ecuațiilor (12) și (13) este reprezentat în figura 10 și funcționează astfel. Elementul motor 1 execută o mișcare continuă de du-te-vino. Elementul executor E are două stări, una de repaus și una de mișcare (în figură se vede starea de repaus). La prima acționare a elementului de comandă A, când acesta ocupă poziția extremă din stînga, caracterizată prin $A = 1$, ieșirea Y a primei celule de memorie se deplasează în jos (prin intermediul elementelor 3 și 13) și se fixează în poziția inferioară, $Y = 1$, de către opritorul 2. Ca urmare organul executor E va trece în starea de mișcare continuă. Totodată elementul 7 ocupînd poziția extremă din stînga, sub acțiunea arcului, face ca pîrghia 8 să ocupe o poziție verticală, pîrghia 9 o poziție înclinată, iar opritorul 11 să se deplaseze în poziția extremă din stînga. În continuare comanda A ocupînd poziția $A = 0$, elementele 3, 4, 5, și 6 revin la pozițiile lor inițiale, iar ieșirea X a celei de a doua celule de memorie se deplasează în jos (deoarece la momentul dat pîrghia 8 are deja poziție verticală) mutînd elementul 12 spre stînga ceea ce face ca pîrghia 13 să se încline, iar 14 să ia poziție verticală.

La a doua acționare a elementului de comandă A, pîrghia 4 prin intermediul pîrghiei 14 (care la momentul dat are poziție verticală) deplasează opritorul 2 înspre dreapta eliberînd ele-

mentul Y, care ocupă poziția $Y = 0$ fixînd elementul executor E, care își revine starea de repaus. În același timp elementul 7 este

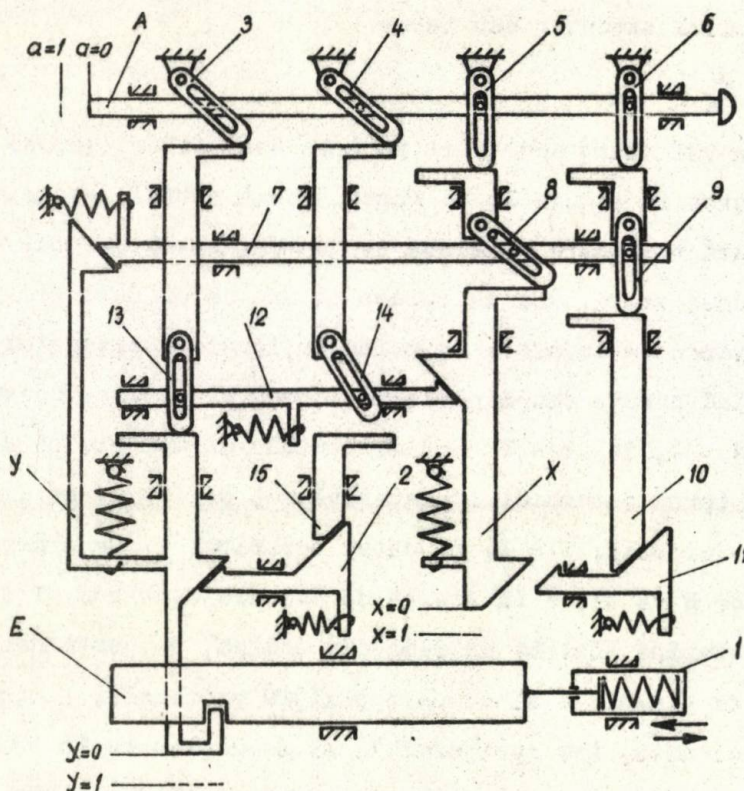


Fig. 10

deplasat spre dreapta readucînd pîrghiile 8 și 9 în pozițiile lor inițiale (acelea care se văd pe desen). În momentul cînd elementul de comandă își ocupă a doua oară poziția $A = 0$, opritorul 11 este deplasat spre stînga prin intermediul elementelor 6, 9 și 10. Ca urmare, ieșirea X revine în poziția inițială dînd posibilitate și elementelor 12, 13 și 14 să-și revină pozițiile lor reprezentate în

schită. În consecință automatul finit este pregătit pentru un nou ciclu de funcționare.

EXEMPLUL 2. Să se construiască un automat în care elementul executor își schimbă starea în cazul când două elemente de comandă se supun următoarelor manevre: Se acționează butonul B, apoi se aduce în poziția lui inițială, se acționează butonul A aducându-l imediat în poziția lui inițială, încă odată se acționează butonul B și se readuce în poziția lui normală. Orice eroare în succesiunea de acționare expusă, inclusiv manevrarea simultană a celor două butoane trebuie să aducă circuitul în starea inițială.

Enunțul problemei conduce la matricea de faze [2] dată în figura 11 a.

a)		A B				
		00	10	11	01	E
a	①	2	10	9	0	
b	3	②	⑩	9	0	
c	③	8	10	4	0	
d	5	8	10	④	0	
e	⑤	6	10	9	0	
f	7	⑥	10	9	0	
g	⑦	8	10	9	1	
h	⑧	⑨	⑩	⑪	0	

b)		X Y				
Z	00	01	11	10		
0	a	h	g	f		
1	b	c	d	e		

Fig. 11

Condițiile de adiacență sînt date în tabelul din figura 11 b. Una din soluțiile de codificare a matricei din figura 11 a conduce la matricea de adresă din figura 12, pe baza căreia se pot scrie următoarele ecuații

		A B			
(XYZ) _t		0 0	0 1	1 1	1 0
0 0 0	0 0 0	0 0	0 1	0 1	0 1
0 0 1	0 1 1	0 0	1 0	0 0	0 0
0 1 1	0 1 1	0 1	0 1	1 0	1 1
0 1 0	0 0 0	0 1	0 0	1 0	1 0
1 1 0	1 1 0	0 1	0 0	1 0	1 0
1 1 1	1 0 1	1 1	0 1	1 0	1 1
1 0 1	1 0 1	1 0	0 1	0 0	1 0
1 0 0	1 1 0	1 0	0 0	1 0	0 1

Fig. 12

$$\begin{aligned}
 X_{t+1} &= \bar{A}_t X_t (\bar{B}_t \vee \bar{Y}_t) \vee Z_t (X_t \vee A_t Y_t) \\
 Y_{t+1} &= (A_t \vee B_t) Y_t \vee (A_t \vee \bar{B}_t X_t) \bar{Z}_t \vee (\bar{A}_t \bar{B}_t \vee Y_t) \bar{X}_t Z_t \quad (14) \\
 Z_{t+1} &= (Y_t \vee \bar{A}_t) \bar{B}_t Z_t \vee (B_t \vee Z_t) \bar{A}_t \bar{X}_t \bar{Y}_t.
 \end{aligned}$$

Aceste expresii se transcriu sub forma

$$\begin{aligned}
 X_{t+1} &= A_t Y_t Z_t \vee (\bar{A}_t \bar{B}_t \vee \bar{A}_t \bar{Y}_t \vee Z_t) X_t \\
 Y_{t+1} &= A_t \bar{Z}_t \vee \bar{B}_t X_t \bar{Z}_t \vee \bar{A}_t \bar{B}_t \bar{X}_t Z_t \vee (A_t \vee B_t \vee \bar{X}_t Z_t) Y_t \quad (15) \\
 Z_{t+1} &= \bar{A}_t B_t \bar{X}_t \bar{Y}_t \vee (\bar{A}_t \bar{X}_t \bar{Y}_t \vee \bar{A}_t \bar{B}_t \vee \bar{B}_t Y_t) Z_t,
 \end{aligned}$$

sau după aplicarea dublei negații asupra parantezelor

avem

$$\begin{aligned}
 X_{t+1} &= A_t Y_t Z_t \vee (\overline{A_t B_t} \vee \overline{A_t Y_t} \vee Z_t) X_t \\
 Y_{t+1} &= A_t \overline{Z_t} \vee \overline{B_t} X_t \overline{Z_t} \vee \overline{A_t B_t} \overline{X_t} Z_t \vee (A_t \vee B_t \vee \overline{X_t} Z_t) Y_t \\
 Z_{t+1} &= \overline{A_t} B_t \overline{X_t} \overline{Y_t} \vee (\overline{A_t} \overline{X_t} \overline{Y_t} \vee \overline{A_t B_t} \vee \overline{B_t} \overline{Y_t}) Z_t.
 \end{aligned}$$

Aceste ecuații logice, după transformările parantezelor, vor avea forma

$$\begin{aligned}
 X_{t+1} &= A_t Y_t Z_t \vee (\overline{A_t Z_t} \vee \overline{B_t Y_t} \overline{Z_t}) X_t \\
 Y_{t+1} &= A_t \overline{Z_t} \vee \overline{B_t} X_t \overline{Z_t} \vee \overline{A_t B_t} \overline{X_t} Z_t \vee (\overline{A_t B_t} X_t \vee \overline{A_t B_t} \overline{Z_t}) Y_t \\
 Z_{t+1} &= \overline{A_t} B_t \overline{X_t} \overline{Y_t} \vee (\overline{A_t} \overline{Y_t} \vee \overline{A_t B_t} \vee \overline{B_t} X_t \vee \overline{B_t} Y_t) Z_t.
 \end{aligned} \quad (16)$$

Pornind de la matricea de faze rezultă ecuația de lucru a elementului executor sub forma

$$E_{t+1} = X_{t+1} Y_{t+1} \overline{Z_{t+1}}. \quad (17)$$

Pe baza ecuațiilor (16), care descriu funcționarea celulelor de memorie și a ecuației de lucru a elementului executor (17) se dă o soluție constructivă a automatului finit reprezentat în figura 13, care realizează programul impus. Elementul motor 1 execută o mișcare continuă de du-te vino. Elementul executor E are două stări, una de repaus și una de mișcare. Elementele de comandă A și B sînt tije bipoziționale. Ieșirile celor trei celule de memorie, care intră în construcția automatului sînt notate cu X, Y și Z. Elementele 2, 3 și 4 sînt opritoare, care fixează la un moment dat ieșirile celulelor de memorie. Barele 5, 6 și 7, fiind acționate de ieșirile X, Y și Z execută mișcări pe orizontală avînd două poziții stabile.

După ce s-a urmărit cu atenție și s-a însușit funcționarea automatului din figura 10 se poate înțelege - fără explicații

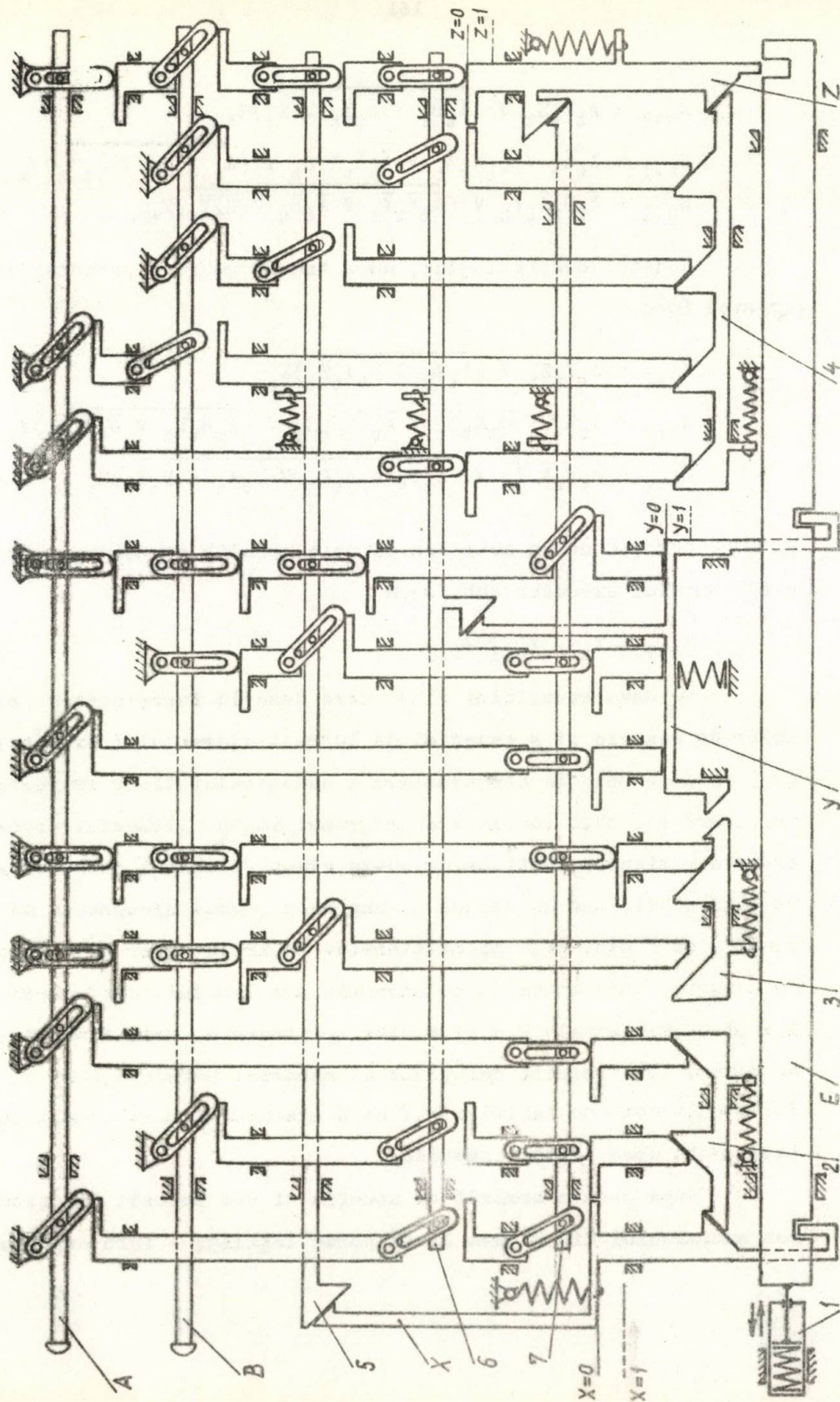


Fig. 13

detaliat - și funcționarea automatului reprezentat în figura 13, deoarece evoluția în timp a celulelor de memorie și a celorlalte elemente este similară cu evoluția automatului finit din primul exemplu. Aplicând programul, în succesiunea precizată în exemplul doi, asupra butoanelor A și B rezultă clar felul în care la sfârșitul programului (cînd ieșirile X și Y ocupă pozițiile lor inferioare, iar Z poziția superioară) elementul executor trece din starea de repaus în stare de mișcare și invers.

Particularitatea soluțiilor date în cele două exemple constă în aceea că ieșirile celulelor de memorie se pun în mișcare de către forțele introduse la acționarea elementelor de intrare în timpul efectuării comenzilor. De aici rezultă că cu aceste tipuri de automate se pot realiza numai programe care nu conțin evoluții succesive sau repetate [5] .

B I B L I O G R A F I E

- [1]. Székely, I., Traistă, V., Mecanisme secvențiale cu elemente mecanice, care realizează funcții logice de mai multe variabile. In: Lucrările Simpozionului Internațional de Mecanisme și Metode de Proiectare pe Calculator. București, 7-13 iunie 1973.
- [2]. Naslin, P., Circuite logice și automatizări. Editura Tehnică. București 1967.
- [3]. Livovschi, L., Automate finite cu elemente logice pneumatice și hidraulice. Editura Academiei R.S.R. București, 1959.
- [4]. Moisil, Gr. C., Teoria algebrică a mecanismelor automate. Editura Tehnică, București, 1959.
- [5]. Székely, I., Mureșan, T., Posibilități de realizare și utilizare a mecanismelor de comandă logică cu elemente mecanice. In: Buletinul Științific al Institutului Politehnic Cluj. (1968) nr. 11/2.
- [6]. Székely, I., Mureșan, T., Lelutiu, Al., Mecanisme de comandă logică cu elemente rigide și elastice. In: Șt. și cerc. mec. apl. tom. 19, nr. 4. București, 1965.

SZÉKELY, I., TRAIȘTA, V.

SINTEZA MECANISMELOR SECVENTIALE CU ELEMENTE
MECANICE CU CELULE DE MEMORIE

Rezumat

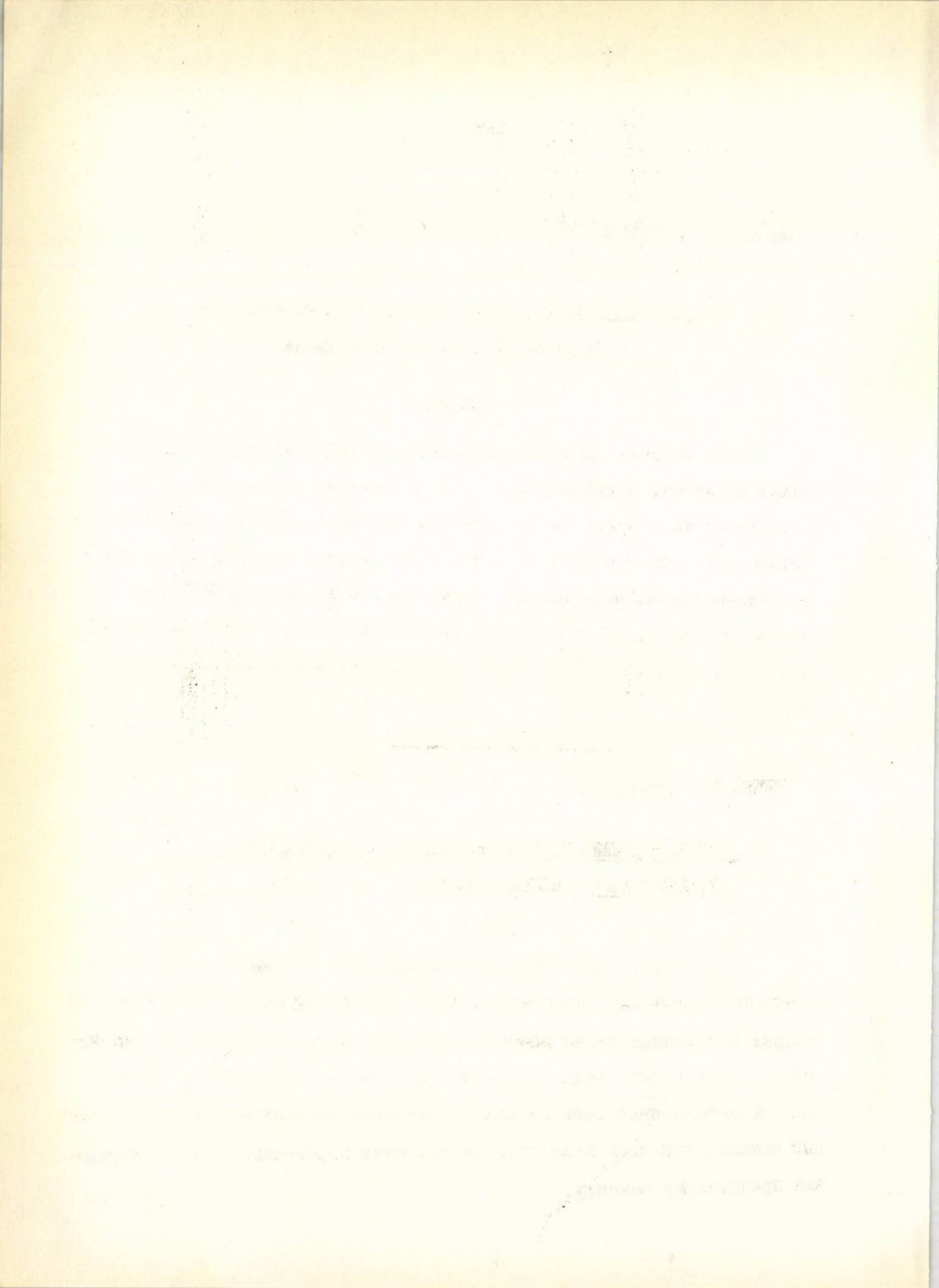
În lucrare se studiază posibilitatea realizării, cu elemente mecanice, a schemelor logice în care stări identice a variabilelor de intrare nu provoacă în mod obligatoriu apariția aceluiași valori ale variabilelor de ieșire. Se subliniază faptul că într-o schemă secvențială starea prezentă a ei depinde atât de starea variabilelor de intrare, la momentul dat, cât și de starea unora din variabilele de ieșire corespunzătoare momentului anterior.

СЕКЕЙ, И., ТРАЙСТА, В.

СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С МЕХАНИЧЕСКИМИ
ЭЛЕМЕНТАМИ С ЯЧЕЙКАМИ ПАМЯТИ

Резюме

В работе рассматривается возможность осуществления, с механическими элементами, логических схем, в которых идентичные состояния входных переменных не вызывают обязательно появления таких же значений выходных переменных. Подчеркивается, что в дискретной схеме ее настоящее состояние зависит как от значений входных переменных в данный момент, так и от некоторых из выходных переменных, соответствующих предыдущему моменту.



MECANISME PSEUDOSPATIALE

Dr.ing.Fr.Kovács profesor la Institutul
politehnic "Traian Vuia" Timișoara

1. Introducere

Se cunoaște faptul, că folosirea mecanismelor spațiale în construcția de mașini prezintă importante avantaje, legate de posibilitățile cinematice mari (generarea unor mișcări și traiectorii de mare varietate și complexitate cu ajutorul unor mecanisme de construcție relativ simplă) [1] [2] și de valoarea ridicată a condițiilor de sinteză dimensională care se pot impune unor asemenea mecanisme [4] .

În același timp, utilizarea mecanismelor spațiale este limitată de faptul, că analiza cinematică, cinetostatica și sinteza dimensională a lor comportă calcule complicate.

Se pot imagina mecanisme spațiale, care sînt compuse la rîndul lor din unul sau mai multe mecanisme și lanțuri cinematice plane ale căror elemente sînt legate între ele prin conexiuni

[3] ou mișcare spațială. Asemenea mecanisme prezintă avantajele susmenționate, cercetarea funcționării lor prin mijloace matematice fiind mult simplificată prin faptul, că se poate face în etape, ținând seama de structura susmenționată, unelo etape avînd drept conținut soluționarea unor probleme de mecanisme plane.

Se propune introducerea denumirii de "pseudospațiale" pentru această categorie de mecanisme.

Mecanismele pseudospațiale sînt o varietate a așa-ziselor mecanisme complexe, constînd din mai multe contururi de familii diferite. Analiza structurală a unor asemenea mecanisme se poate face cu ajutorul metodei "legării mecanismelor" a lui Manafu [6], metodei Manolescu [7], metodei "familiei medii" a lui Pelecudi [1], sau prin generalizarea metodei Dobrovolski (P. Antonescu [8]).

În prima parte a lucrării se indică o nouă metodă de analiză structurală, specifică a mecanismelor pseudospațiale, folosindu-se noțiunea de conexiune [3], ocolind pe această cale necesitatea stabilirii familiei mecanismului.

Se stabilesc de asemenea, două modalități principale de a compune asemenea mecanisme, de unde se derivă o clasificare a lor în două spețe.

Se prezintă apoi relații dintre datele poziționale ale unor elemente legate prin conexiuni, corespunzătoare cazurilor specifice care se întîlnesc în construcția mecanismelor pseudospațiale. Relațiile respective pot servi atît pentru analiza cinematică, cît și pentru sinteza dimensională a conexiunilor cu mișcare spațială, din componența mecanismelor amintite.

2. Structura și clasificarea mecanismelor pseudospațiale

2.1. Mecanisme pseudospațiale de speța 1

Mecanismele pseudospațiale de speța 1 constau din unul sau

mai multe mecanisme plane, ale căror plane de mișcare pot avea poziții relative oarecare, unul sau mai multe elemente cu mișcare spațială și conexiuni care realizează legătura dintre mecanismele plane și elementele cu mișcare spațiale componente. Fiecare mecanism plan este în parte desmodrom, deci mecanismul pseudospațial are un număr de elemente conducătoare mai mare sau cel puțin egal cu cel al mecanismelor plane componente.

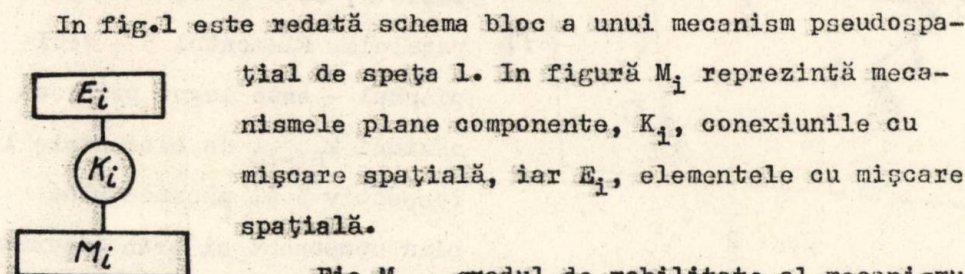


Fig.1

În figură M_i reprezintă mecanismele plane componente, K_i , conexiunile cu mișcare spațială, iar E_i , elementele cu mișcare spațială.

Fie M_{M_i} , gradul de mobilitate al mecanismului M_i , L_{K_i} , gradul de libertate al conexiunii K_i , n_E numărul elementelor cu mișcare spațială considerate.

Cu acestea, gradul de mobilitate al unui mecanism pseudospațial de speța I va fi :

$$M = \sum M_{M_i} + \sum L_{K_i} + 6 n_E. \quad (1)$$

Se observă că numărul elementelor conducătoare ale mecanismului pseudospațial este egal cu suma numărului de elemente conducătoare ale mecanismelor plane componente. Din acest motiv, în cazul mecanismelor pseudospațiale desmodrome, trebuie să fie îndeplinită condiția

$$M = \sum M_{M_i},$$

sau

$$\sum L_K = - 6 n_E. \quad (2)$$

În fig.2, se prezintă schema cinematică a mecanismului pseu-

dospațial de speța 1 a unui amestecător, care imprimă recipientului 5 o mișcare spațială.

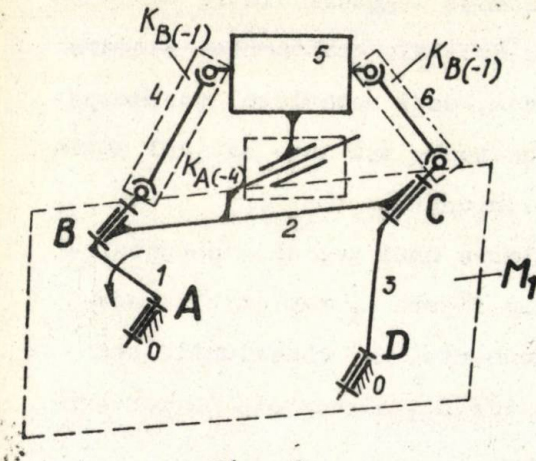


Fig. 2

Singurul mecanism plan component M_1 este un patrulater articulat plan format din elementele 0, 1, 2, 3 și cuplele cinematice de clasa V-a de rotație A, B, C și D, cu axele paralele. Elementul 5 - recipientul - este legat prin conexiuni $k_{B(-1)}$ de elementele 1 respectiv 3 al mecanismului plan component și prin conexiunea

$k_{A(-4)}$ de biela 4 ale aceluiaș mecanism.

Avînd $M_{M_1} = 1$, $\sum L_{k_i} = -1 - 1 - 4 = -6$ și $n_E = 1$, rezultă din relația (1), gradul de mobilitate

$$M = 1 - 6 + 6 = 1$$

mecanismul fiind desmodrom avînd un element motor.

În fig.3 este redat mecanismul pseudospațial de speța 1 a unui dispozitiv de rectificare a unei suprafețe riglate.

Mecanismul are două mecanisme plane componente M_1 un patrulater articulat format din elementele 0, 1, 2 și 3 și cuplele de rotație de clasa V-a A, B, C și D și M_2 , un mecanism manivelă-piston 3 cu elementele 0, 7, 8, 9 cuplele de rotație de clasa V-a H, I, J și cupla de translație de clasa V-a k. Cele două mecanisme componente sînt legate între ele prin elementul 5. Acest element se leagă la biela 8 a mecanismului component M_2 prin articulația sferică G (o conexiune $k_{A(-3)}$) iar de biela 2 a me-

mecanismul fiind desmodrom, avînd două elemente conducătoare.

2.2. Mecanisme pseudospațiale de speța 2.

Mecanismele pseudospațiale de speța 2 conțin pe lîngă mecanisme plane componente desmodrome, elemente cu mișcare spațială și conexiuni în plus și lanțuri cinematice plane componente nedesmodrome, cărora mișcarea se comunică prin intermediul conexiunilor susamintite de la mecanismele plane componente desmodrome.

În fig.4 este redată schema bloc a unui mecanism pseudospațial de speța 2.

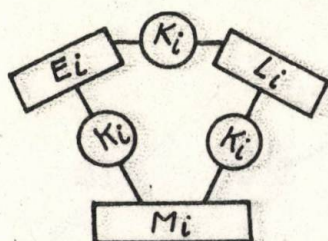


Fig. 4

L_i reprezintă lanțurile cinematice plane componente, nedesmodrome, cu gradul de libertate L_{L_i} .

Gradul de mobilitate al mecanismului pseudospațial de speța 2 este

$$M = \sum M_{M_i} + \sum L_{K_i} + \sum L_{L_i} + 6 n_E \quad (3)$$

Devreme ce elementele conducătoare ale mecanismului pseudospațial sînt cele ale mecanismelor plane componente, condiția desmodromiei este

$$M = \sum M_{M_i},$$

sau

$$\sum L_{K_i} = - (\sum L_{L_i} + 6 n_E). \quad (4)$$

În fig.5 este redată schema cinematică simplificată a mecanismului timoneriei de frînă la vagoane [9].

Mecanismul are ca și componente plane M_1 , un mecanism piston-balansier format din elementele 0, 1, 2, 3, cuplurile de rotație de clasa V-a B, C, D și cupla de translație de clasa V-a C și L_2 , un lanț cinematic cu o articulație dublă de clasa V-a, J, cuplurile de rotație G, H, J, P, R, T și elementele 5, 6, 7, 8, 9,

10. Mecanismul M_1 este mecanismul de comandă, conținând un cilindru de forță C cu piston ca element conducător, iar L_2 , cel de execuție, comandind mișcarea sabotului S . L_2 nu are element conducător, mecanismul M_1 și lanțul cinematic L_2 cu planele de mișcare perpendiculare sînt legate între ele prin conexiunea $k_B(-1)$ conținînd elementul 4 și cuplele sferice, E și F .

La mecanismul de mai sus, $M_{M_1} = 1$, $L_{L_2} = 1$, $L_{k_B} = -1$, $n_E = 0$ deci gradul de mobilitate va fi după (3)

$$M = 1 + 1 - 1 = 1 .$$

Mecanismul avînd un singur element conducător, este desmodrom.

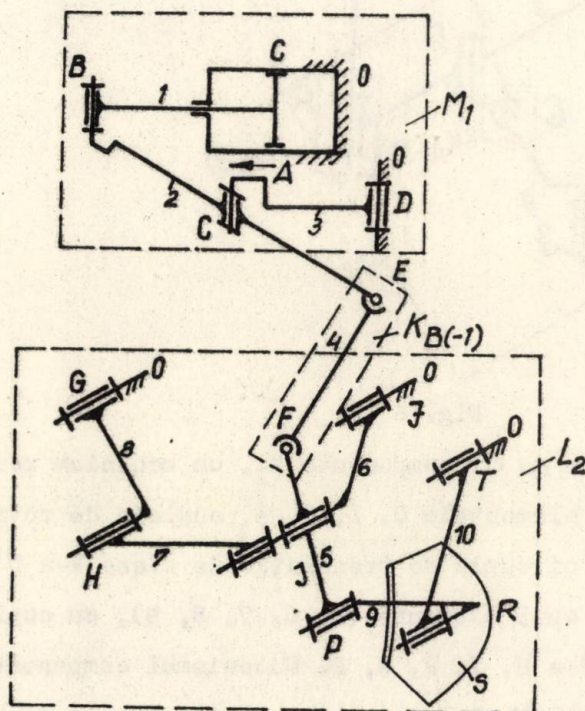


Fig. 5

În fig.6, se prezintă mecanismul pseudospațial de ghidare pe o suprafață conică al unui dispozitiv de sudare pe un contur eliptic.

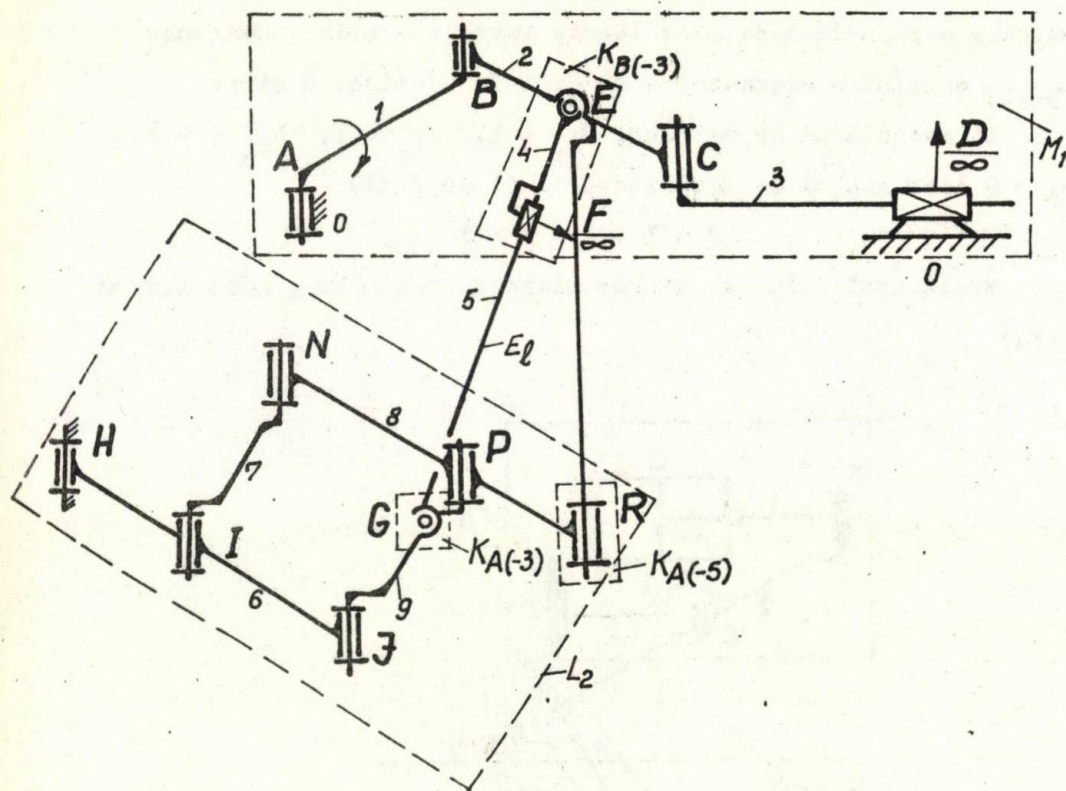


Fig. 6

Mecanismul are ca și componente M_1 , un mecanism manivelă piston format din elementele 0, 1, 2, 3, cuplele de rotație de clasa V-a A, B, C și cupla de translație de clasa V-a D și L_2 , un lanț cinematic cu 5 elemente (0, 6, 7, 8, 9), cu cuplele de rotație de clasa V-a H, I, J, N, P. Mecanismul component M_1 este un elipsograf, iar lanțul L_2 , un pantograf, planele de mișcare ale amândurora fiind paralele. Mecanismul M_1 și lanțul L_2 sînt legate prin conexiunea $K_A(-5)$ formată din cupla cinematică de

clasa V-a R, iar elementul 5 - portele ctrodul E1 - se leagă de elementul doi ale lui M_1 printr-o conexiune $k_B(-3)$ iar de elementul 9 al lui L_2 printr-o conexiune $k_A(-3)$.

Prin montajul realizat, punctele E și G descriu elipse omotetice paralele, dreapta EG riglează o suprafață conică de secțiune eliptică, iar portele ctrodul E1 face mereu același unghi cu planul elipsei descrise de punctul G.

La mecanismul de mai sus, $M_{M_1} = 1$, $L_{L_2} = 5$, $\sum L_k = -5 - 3 - 3 = -11$, $n_E = 1$.

Cu acestea, gradul de mobilitate al mecanismului are valoarea după (3).

$$M = 1 + 5 - 11 + 6 = 1.$$

El avînd un singur element conducător, este desmodrom.

3. Analiza cinematică și sinteza dimensională a mecanismelor pseudospațiale

3.1. Principii. Analiza cinematică și sinteza dimensională a mecanismelor pseudospațiale se efectuează în etape corespunzătoare structurii acestora. În cazul mecanismelor pseudospațiale de speța 1, se rezolvă la început problemele legate de mecanismele plane desmodrome componente, apoi cele care privesc conexiunile conținute și în sfîrșit cele referitoare la elementele cu mișcare spațială care intră în componența mecanismului.

În cazul mecanismelor pseudospațiale de speța 2, ordinea de soluționare a problemelor este similară, cu deosebirea că după rezolvarea celor care se referă la conexiuni, se studiază lanțurile cinematice plane componente.

Cum metodele de analiză cinematică și sinteză dimensională a mecanismelor și lanțurilor cinematice componente sînt cele cu-

noscute, se insistă în continuare doar asupra relațiilor dintre pozițiile relative ale unor elemente, care sînt legate între ele prin conexiuni. În componența acestor relații intră datele dimensionale ale conexiunilor.

Cunoscînd datele dimensionale susamintite cu ajutorul relațiilor se pot determina date poziționale ale unui element în funcție de cele cunoscute ale altui element, cu care este legat prin conexiunea în discuție (analiză cinematică).

Cunoscînd pozițiile relative ale celor două elemente în mai multe momente succesive, aceleași relații servesc pentru calculul datelor dimensionale ale conexiunilor (sinteză dimensională).

Relațiile susamintite sînt cele prezentate în [3] , [5], cu particularizările care provin din faptul, că unul sau ambele elemente între care se introduce conexiunea execută mișcare plană.

În cele ce urmează, se tratează cazurile cînd conexiunile în discuție cu mișcare spațială sînt introduse între un element cu mișcare spațială și unul cu mișcare plană, respectiv cînd ele se introduc între două elemente cu mișcare plană.

3.2. Particularitățile definirii vecinătății finite a pozițiilor unui element în mișcare spațială, la care o anumită entitate geometrică execută mișcare într-un plan prescris

În lucrările [3], [5] s-au prezentat modalitățile de a defini vecinătățile finite ale pozițiilor unui element, cu ajutorul pozițiilor omoloage cunoscute a trei puncte - A, B, C. Se stabilesc relații care exprimă pozițiile unor entități geometrice ale elementului, care intră în componența zonelor de contact ale cuplelor cinematice.

Dacă o anumită entitate geometrică din element (punct, dreaptă) este obligată să execute, la trecerea elementului prin pozițiile prescrisă, o mișcare într-un plan definit, relațiile din lucrările amintite se modifică după cum urmează.

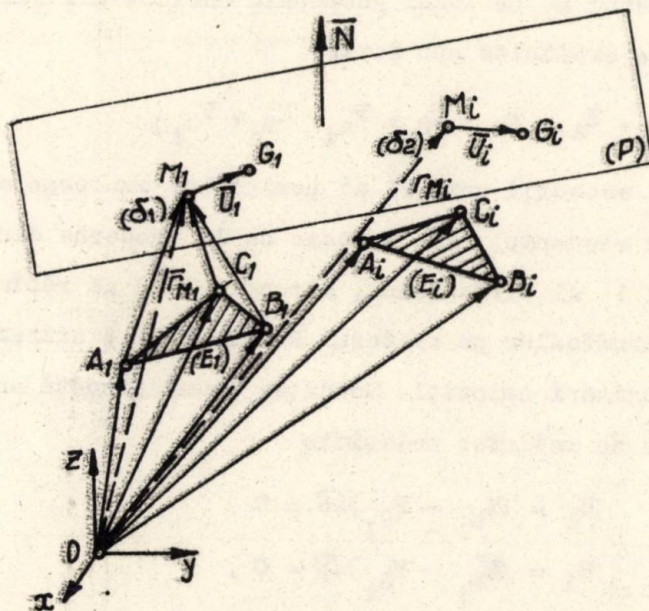


Fig. 7

Fie pozițiile discrete 1 și i ale elementului (E) în mișcare spațială (fig.7). Condiția de rigiditate impune respectarea relațiilor

$$\begin{aligned}
 (\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{A_1})^2 &= (\bar{r}_{M_i} - \bar{r}_{A_i})^2 \\
 (\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{B_1})^2 &= (\bar{r}_{M_i} - \bar{r}_{B_i})^2 \\
 (\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{C_1})^2 &= (\bar{r}_{M_i} - \bar{r}_{C_i})^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

Dacă punctele M trebuie să se găsească pe o suprafață plană cu vectorul normal $\bar{N}$, la cele de mai sus se mai adaugă :

$$(\bar{r}_{M_i} - \bar{r}_{M_1}) \cdot \bar{N} = 0 \tag{6}$$

Sistemul format din relațiile (5) și (6) definește o suprafață - loc geometric al punctelor M_1 , care la trecerea din poziția 1 în poziția i a elementului trec într-o poziție M_1 , astfel încît segmentul M_1M_1 să se găsească într-un plan perpendicular pe $\bar{N}$. Alegînd punctul M_1 pe locul geometric definit mai sus, sistemul (5) se poate explicita sub forma

$$\bar{r}_{M_1} = \bar{r}_{M_1}(\bar{r}_{M_1}, \bar{r}_{A_1}, \bar{r}_{B_1}, \bar{r}_{C_1}, \bar{r}_{A_1}, \bar{r}_{B_1}, \bar{r}_{C_1}). \quad (7)$$

Fie $\bar{u}_1$ și $\bar{u}_1$ vectorii unitari ai pozițiilor omoloage ale direcției (δ) în elementul (E). Se cere ca la trecerea din poziția 1 în poziția i al elementului, direcția (δ) să rămînă în acelaș plan, perpendicular pe vectorul $\bar{N}$. Fie M și G extremitățile vectorilor unitari amintiți. Condiția susmenționată este îndeplinită, dacă se satisfac relațiile

$$\bar{u}_1 = (\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{G_1}) \cdot \bar{N} = 0$$

$$\bar{u}_1 = (\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{G_1}) \cdot \bar{N} = 0,$$

sau

$$(\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{M_1}) \cdot \bar{N} = 0 \quad (8)$$

$$(\bar{r}_{G_1} - \bar{r}_{G_1}) \cdot \bar{N} = 0.$$

Pentru definirea lui r_{M_1} și r_{G_1} , după găsirea locurilor geometrice pe baza unor sisteme tip (5) și (6), se folosesc relații de tip (7).

În cazul particular al mișcării plane a elementului (E), condiția mișcării în acelaș plan este îndeplinită pentru toate punctele elementului oît și de toate direcțiile (δ) conținute în plane paralele cu planul de mișcare.

3.3. Relații dintre poziții și date dimensionale, la conexiuni care se interpun între un element cu mișcare spațială și unul cu mișcare plană

Relațiile între poziții și date dimensionale la conexiunile care se interpun între un element cu mișcare spațială și unul cu mișcare plană se stabilesc după principiile expuse în [5], cu particularitățile rezultate pe baza paragrafului 3.2.

În continuare, se prezintă spre exemplificare modul de determinare relațiilor pentru câteva conexiuni.

Se consideră un element (E) cu mișcare spațială legat de elementul (F) cu mișcare plană printr-o conexiune $k_A(-5)$ (Fig. 8)

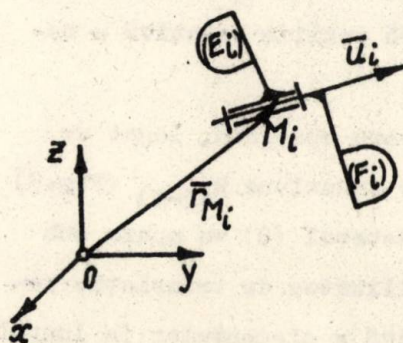


Fig. 8

Fie M_i un punct de pe axul cuplei de rotație, și $\bar{u}_i$ vectorul unitar al acestei axe, în poziția i a elementelor.

Conexiunea impune ca în toate pozițiile relative ale celor două elemente, ele să aibă același punct M comun și aceeași dreaptă (δ) trecând prin punctul amintit, comun. Ca

urmare, conexiunii îi sînt aferente relațiile

$$\begin{aligned} (\bar{r}_{M_i})_E &= (\bar{r}_{M_i})_F \\ (\bar{u}_i)_E &= (\bar{u}_i)_F \end{aligned} \quad (9)$$

unde $(\bar{r}_{M_i})_E$ și $(\bar{r}_{M_i})_F$ se determină pe baza unor relații de tip (7) iar $(\bar{u}_i)_E$ și $(\bar{u}_i)_F$, pe baza unor relații de tip (8), scrise în funcție de mișcarea elementului E, respectiv elementului F. Legătura posibilă în cazul în care $\bar{M}_i$ și $\bar{u}_i$ satisfac condițiile

de tip loc geometric impuse de sistemul (5) - (6).

În cazul în care relațiile (9) se folosesc pentru sinteză dimensională, numărul pozițiilor relative impuse elementelor, necesare pentru determinarea datelor dimensionale este dată de relația (10) din lucrarea [5].

Pentru conexiunea în discuție, $L_k = -5$, valoarea datelor dimensionale de determinat $d = 5$, numărul relațiilor scalare între necunoscute $r = 2$ (din cauza faptului, că elementul (F) execută o mișcare plană).

Cu acestea

$$p = \frac{8 - a}{5}.$$

Punând $a = 3$, deci alegând arbitrar trei date dimensionale, conexiunea se definește pentru o singură poziție relativă a celor două elemente.

Se consideră elementul (E) cu mișcare spațială, legat de elementul (F) cu mișcare plană printr-o conexiune $k_A(-4)$ (Fig.9)

În acest caz, prima relație din sistemul (9) va apare sub formă schimbată, ținând seama de posibilitatea de translație re-

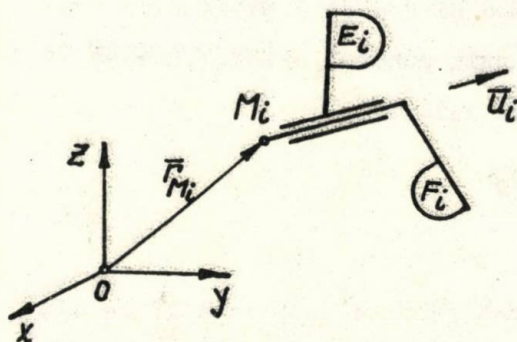


Fig. 9

lativă a elementelor în lungul direcției al cărui vector unitar este $\bar{u}_1$, cea de a doua relație rămânând neschimbată:

$$\begin{aligned} (\bar{x}_{M_1})_F &= [\bar{x}_{M_1}]_F + k(\bar{u}_1)_F \\ (\bar{u}_1)_E &= (\bar{u}_1)_F. \end{aligned} \quad (9')$$

Se consideră elementul

(E) cu mișcare spațială legat de elementul (F) cu mișcare plană printr-o conexiune $k_A(-3)$ (Fig.10).

Pentru acest caz, din sistemul (9) rămâne doar prima relație

$$(\bar{r}_{M_1})_E = (\bar{r}_{M_1})_F. \quad (9)$$

Se consideră elementul (E) cu mișcare spațială legat de elementul (F) cu mișcare plană printr-o conexiune $k_B(-4)$ (Fig.11).

Conexiunea impune următoarele restricții în mișcarea relativă a elementelor.

- a) două drepte ale celor două elemente (δ_E) și (δ_F) să rămână la aceeași distanță și
- b) să se înlocuiască sub același unghi
- c) punctul M al dreptei (δ_E) să rămână la aceeași distanță de dreapta (δ_F)
- d) punctul N al dreptei (δ_F) să rămână la aceeași distanță de dreapta (δ_E) .

Restricțiile susamintite se exprimă matematic prin relațiile

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{(\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}) \cdot (\bar{u}_{E_1} \times \bar{u}_{F_1})}{\bar{u}_{E_1} \times \bar{u}_{F_1}} = \frac{(\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}) \cdot (\bar{u}_{E_1} \times \bar{u}_{F_1})}{\bar{u}_{E_1} \times \bar{u}_{F_1}} \\ \text{b)} \quad & \bar{u}_{E_1} \cdot \bar{u}_{F_1} = \bar{u}_{E_1} \cdot \bar{u}_{F_1} \\ \text{c)} \quad & |(\bar{r}_{N_1} - \bar{r}_{M_1}) \times \bar{u}_{F_1}| = |(\bar{r}_{N_1} - \bar{r}_{M_1}) \times \bar{u}_{F_1}| \\ \text{d)} \quad & |(\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}) \times \bar{u}_{E_1}| = |(\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}) \times \bar{u}_{E_1}|, \end{aligned} \quad (10)$$

unde $\bar{r}_{M_1}$ și $\bar{r}_{N_1}$ se determină pe baza unor relații de tip (7),

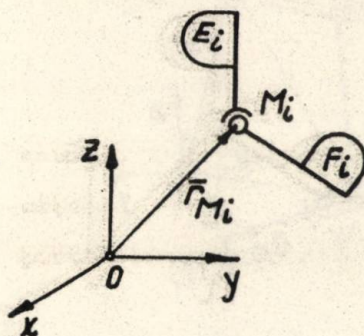


Fig. 10

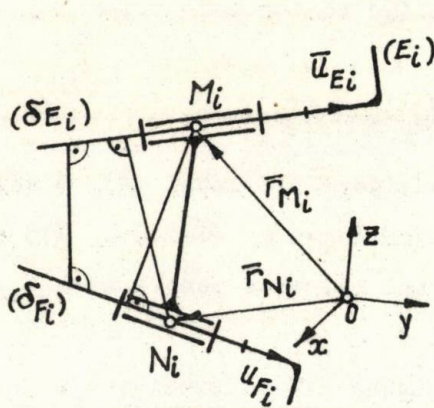


Fig. 11

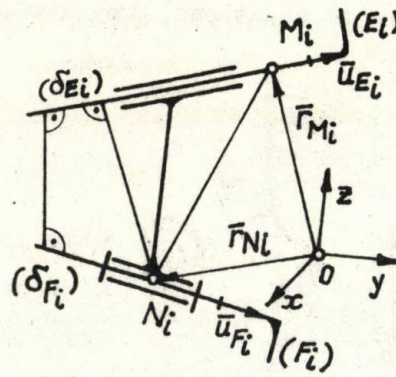


Fig. 12

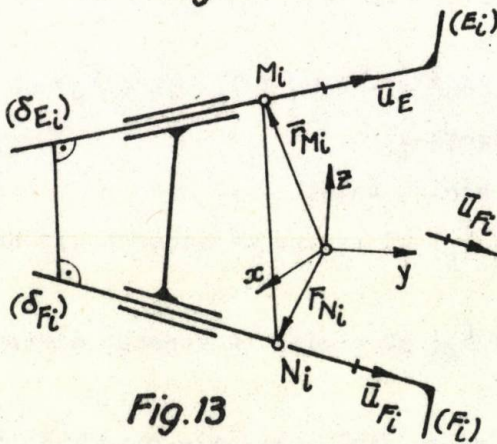


Fig. 13

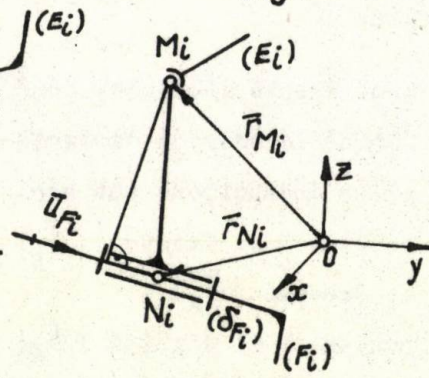


Fig. 14

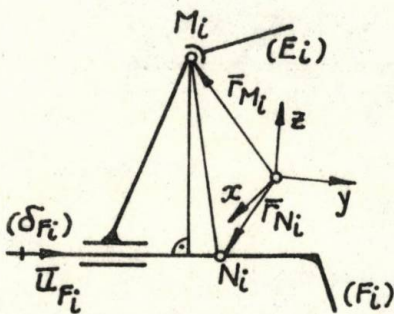


Fig. 15

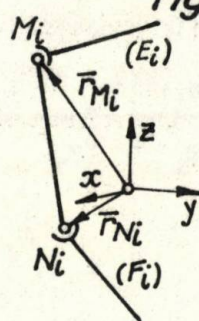


Fig. 16

iar $\bar{u}_{E_1}$ și $\bar{u}_{F_1}$ - vectorii unitari ai direcțiilor (δ_E) și (δ_F) în poziția i - din relații de tip (8). Legătura devine posibilă dacă $\bar{r}_{N_1}$ și $\bar{u}_{F_1}$ satisfac condițiile de tip loc geometric impuse de sistemul (5) - (6). Dacă relațiile (10) se folosesc pentru sinteza dimensională, numărul pozițiilor necesare pentru definirea conexiunii rezultă pe baza [5], pentru $L_K = -4$, $d = 10$, $r = 2$ (din cauza că elementul (F) are mișcare plană).

$$p = \frac{12}{4} = 3.$$

Conexiunea $k_{B(-3)}$ din fig.12 menține restricțiile a, b, d, deci și relațiile aferente ale sistemului (10). Conexiunea $k_{B(-2)}$ din fig.13 menține restricțiile și relațiile a și b din sistemul (10). Conexiunea $k_{B(-2)}$ din fig.14 impune restricția c, împreună cu relația aferentă, cît și condiția

e) punctele M și N să rămînă la aceeași distanță exprimabilă prin relația

$$e) \quad |\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}| = |\bar{r}_{M_1} - \bar{r}_{N_1}|. \quad (11)$$

Conexiunea $k_{B(-1)}$ din figura 15 impune restricția c, descriasă de relația aferentă din sistemul (10).

În sfîrșit, conexiunea $k_{B(-1)}$ din fig.16 impune restricția e) și relația (11) aferentă.

3.4. Relații dintre poziții și date dimensionale, la conexiuni cu mișcări spațiale care se interpun între două elemente cu mișcare plană

Relațiile de mai sus sînt aplicabile și pentru cazul în care conexiunea se interpună între două elemente cu mișcare plană, spre exemplu aparținînd fiecare cîte unui mecanism cu planele de mișcare formînd un anumit unghi diedru.

Entitățile geometrice ale zonelor de contact trebuie să satisfacă condițiile prevăzute în paragraful 3.2.

La calculul numărului de poziții relative ale elementelor necesare pentru definirea univocă a datelor dimensionale ale conexiunilor se va folosi relația (16) din lucrarea [5], așezându-se $r = 4$.

4. Concluzii.

Mecanismele pseudospațiale reprezintă o categorie de mecanisme cu un câmp de utilizare foarte larg. Metodele de calcul prezentate permit soluționarea pe etape a problemelor de analiză cinematică și de sinteză dimensională ale acestor mecanisme. Relațiile elaborate sînt ușor programabile pe calculator.

Bibliografie

- [1]. Pelecudi Christian, Teoria mecanismelor spațiale. Editura Academiei RSR, București, 1972.
- [2]. Beyer Rudolf, Technische Raumkinematik. Springer-Verlag, Berlin, 1963.
- [3]. Kovács Francisc, Contribuții la elaborarea unei metode unificate de sinteză a mecanismelor. Teză de doctorat. Timișoara, 1969.
- [4]. Kovács Francisc, Beitrag zu einer allgemeinen Theorie der Wertigkeitsbilanz ebener und räumlicher Getriebe. Simpozionul internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator, Vol. B, București, 1973.
- [5]. Kovács Francisc, Eine einheitliche Methode der Synthese ebener und räumlicher Getriebe. Third World Congress on the TMM Proceedings D. Kupari 1971.
- [6]. Manafu V., Teoria mecanismelor și mașinilor. Structura și cinematica mecanismelor. Editura tehnică, București, 1959.
- [7]. Manolescu Nicolae I., Contribuții la sinteza numerică și structurarea a grupelor ASSUR. Teză de doctorat, București, 1969.

- [8]. Antonescu Păun, Extinderea formulei structurale Dobrovolski la mecanismele complexe de familie aparentă. Simpozionul internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator, București, 1973.
- [9]. Antonescu Păun, Contribuții la analiza structurală și cinematică mecanismelor de frânare a vagoanelor. Simpozionul internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator, București, 1973.

KOVÁCS F.

MECANISME PSEUDOSPATIALERezumat

Se denumesc mecanisme pseudospațiale, cele care se compun din unul sau mai multe mecanisme sau lanțuri cinematice plane componente legate între ele prin conexiuni cu elemente avînd mișcare spațială.

Lucrarea prezintă structura și clasificarea acestor mecanisme ca și modalitățile de deducere a relațiilor care permit analiza lor cinematică și sinteza lor dimensională.

PSEUDO-RÄUMLICHE GETRIEBENInhalt

Pseudo-räumliche Getrieben werden jene Getriebe genannt die aus einem oder mehreren ebenen Teilgetrieben oder ebenen Teilketten, durch räumliche Ketten verbunden, bestehen.

Der Aufsatz zeigt die Systematik dieser Getriebe sowie die Bestimmungsmöglichkeiten der Beziehungen die ihre kinematische Analysis und Massbestimmung ermöglichen.

SPHERICAL HOMOKINETIC LINKAGES

Fl.Dudiță, D.Sc., reader at the
University of Brașov;

Gh.Deliu, D.Sc., lecturer at the
University of Brașov.

1. Introduction

The great number of patents obtained in the field of the spherical linkages used as universal joints [1], proves that this field is still considered by the inventors as an insufficient explored one. Starting from this observation, the consequence of the study of a great number of patents, the authors have been proposed to systematize the most rational and significant spherical linkages. The purpose of this work is to help the inventors to avoid the errors, still existent in the patents [1], on a hand, and to find new solutions, on the other hand, as well as to help the designers to choose the best solutions.

2. Structure.

2.1. Synthesis of the Fundamental Kinematic Chain.

It is already known that the spatial one-degree-of-freedom general linkage is composed of a closed kinematic chain with 7 links connected by 7 monomobile turning pairs. If all the axes of the fundamental spatial linkage with turning kinematic pairs form a single pencil, we obtain spatial mechanisms of the third family, named spherical linkages (Fig.1,b), belonging to the same family like the majority of the planar mechanisms. In fact, the planar mechanisms of the third family may be considered as derived from spherical linkages whose centre has been "thrown" to infinite. Therefore, we can make the analysis of the spherical lin-

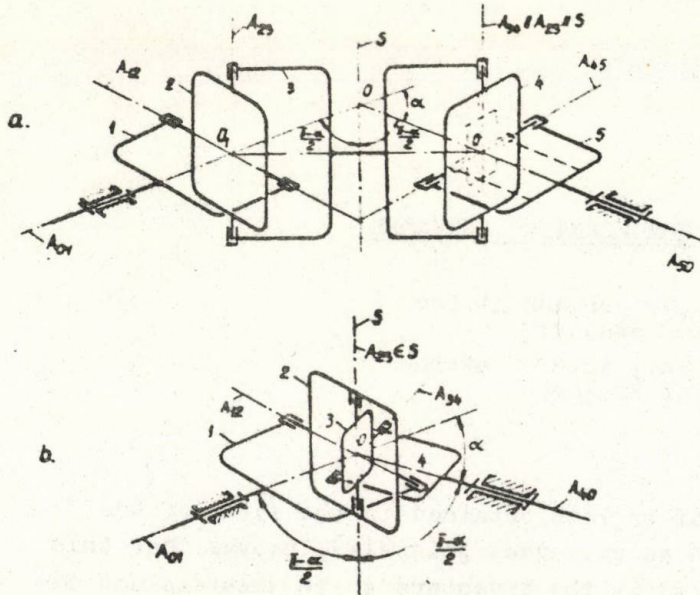
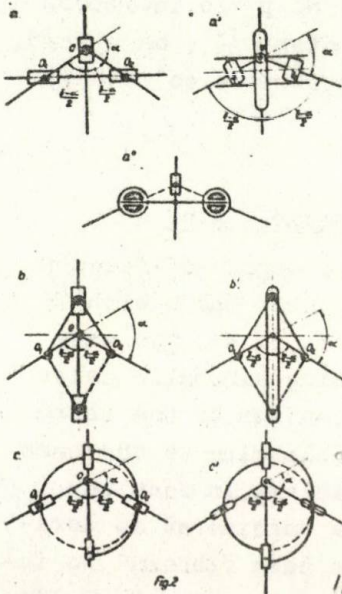


Fig. 1



only one closed kinematic chain with four links. The only spherical joint with three links derived from this chain is Hooke's joint which, as it is well known, is heterokinetic. In the multitude of the spherical four-links linkages there are not homokinetic spherical linkages; therefore, there are not even homokinetic spherical joints with three links.

2.2. Symmetrical Fundamental Kinematic Chain.

Starting from a spherical fixe-link symmetrical linkage (Fig. 1, b) and providing the linkage with only one degree-of-freedom ($M=1$), we can obtain a spherical homokinetic linkage. The four-link spheri-

kages in the same way in which it is possible for the planar mechanisms, i.e. starting from the number of the mobile links of the basic mechanism.

The spherical linkages have turning (revolute) kinematic pairs only. Therefore, in contrast with the planar mechanisms which may have two kinds of monomobile kinematic pairs (turning pairs and sliding pairs), in the family of spherical linkages there is

spherical joints are therefore derived from the spherical linkage with five links, as it is shown in Fig.1,b. We can see from Fig.1 that starting from the symmetrical double Hooke's mechanism and reducing to zero the distance O_1O_2 , i.e. superposing the parallel axes A_{23} and A_{34} ($A_{23} \equiv A_{34}$), we obtain the spherical linkage with two degrees-of-freedom shown in Fig.1,b. This linkage can be now transformed into a one-degree-of-freedom linkage by means of a new constraint: the axes of intermediate kinematic pairs must form a

symmetrical configuration with respect to the bisecting plane of the angle formed between the input axis and the output axis; this constraint is actually provided with a particular device.

2.3. Systematization of Symmetry-providing Devices.

The main schemes of the known symmetry-providing devices are shown in Fig.2 and 3. In the schemes shown in Fig.2 the circles represent spheric pairs and the rectangles - cylindric pairs. Fig.3 shows two schemes of symmetry-providing devices with cogg elements.

From the analysis of Fig. 2 and 3, the following properties of the symmetry-providing devices can be derived:

- all these devices are symmetrical spatial kinematic

chains;

- they must not drive any torque, for the only destination they have is to provide that, independently of the relative position of the input and output axes, the A_{23} axis lies in the sym-

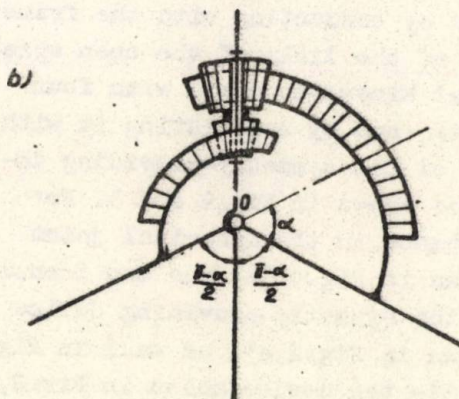
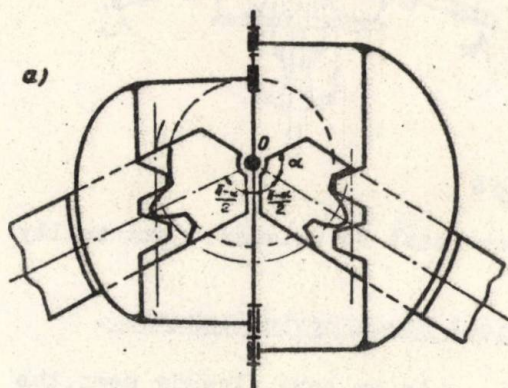


Fig.3

metry plane $S(A_{23} \in S)$.

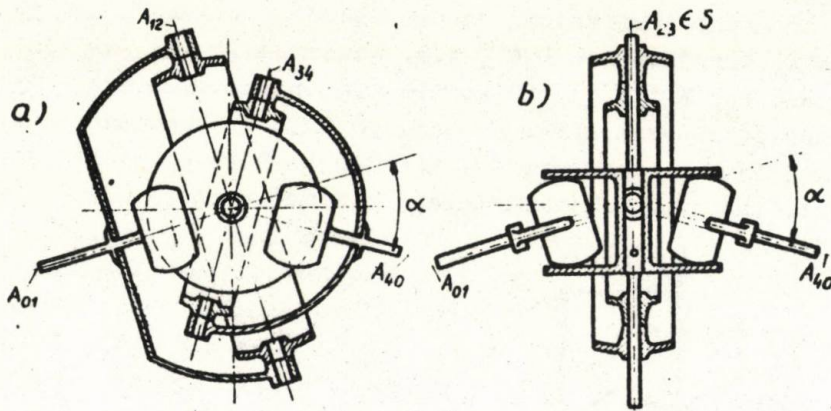


Fig. 4

Observation: all these devices must be balanced (statically and dynamically).

2.4. Some Examples of Spherical Homokinetic Linkages.

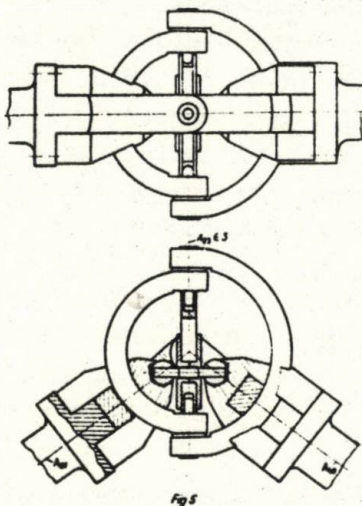


Fig. 5

As we have already seen, the synthesis of such a linkage may be done by connecting with the frame one of the links of the open spherical kinematic chain with four links, and by associating it with one of the symmetry-providing devices shown in Fig. 2 and 3. For instance, in the spherical joint shown in Fig. 4 [4] one can identify the symmetry-providing device shown in Fig. 2, a'; as well in Fig. 5 [5] - the device shown in Fig. 2, a" (see Fig. 1, b).

Studying the way of fusion between the spherical chain 1-2-3-4 (Fig. 1, b) and the symmetry-providing device shown in Fig. 6, for example, we can see that: (1) - the spheric pair 0 of the symmetry-providing device shown in Fig. 2, b is replaced by the basic spheric kinematic chain 1-2-3-4 itself; (2) - the input and output links of the device are also replaced

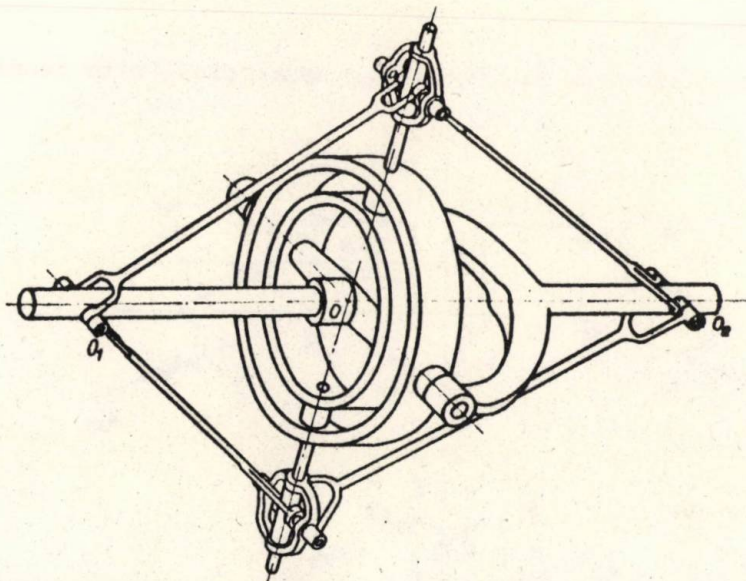


Fig. 6

by the input and output links of the joint itself.

In the joint shown in Fig. 7 [6] one can recognize the symmetry-providing device schematized in Fig. 2, c, as well in the shown in Fig. 8 - the device shown in Fig. 3, b.

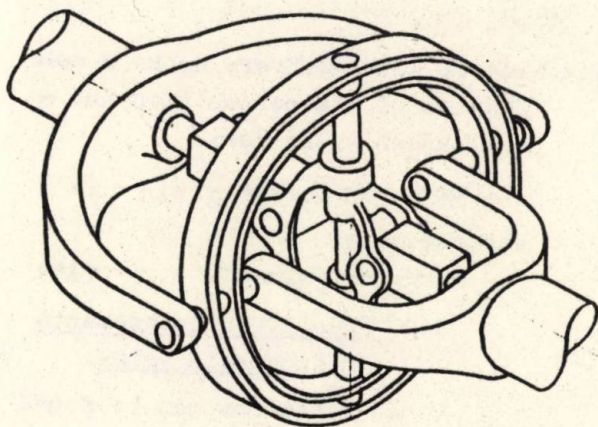


Fig. 7

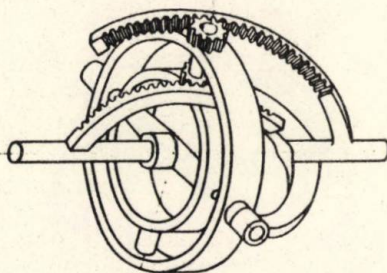


Fig. 8

3. Kinematics.

3.1. Train Law.

The linkage shown in Fig.9, a being symmetrical (with respect

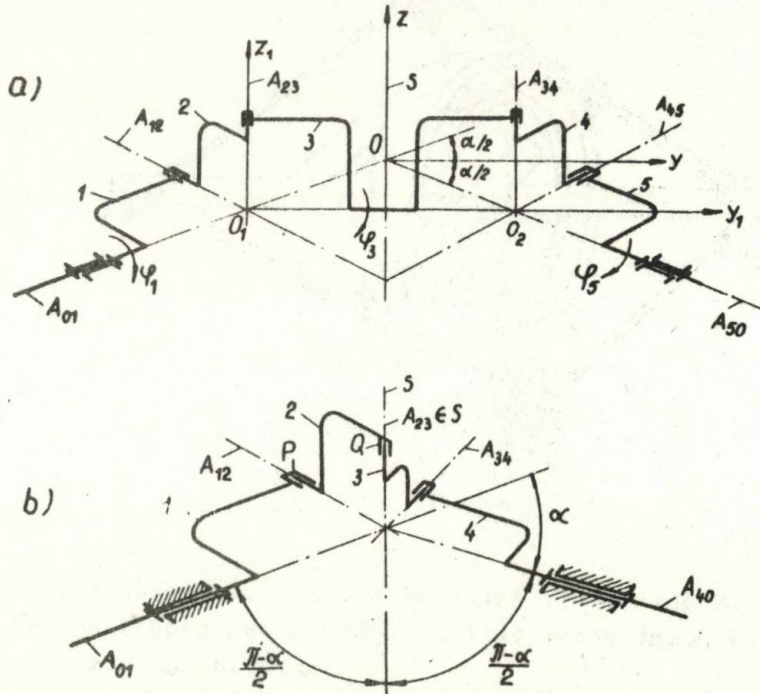


Fig.9

to the xOz -plane), it is a homokinetic linkage. Every Hooke's mechanism of its composition has a well-known train law:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_3 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}, \quad (1')$$

respectively,

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \operatorname{tg} \varphi_3 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (1'')$$

3.2. Relative Displacements in Kinematic Pairs.

These rotations can be found on the spherical image of one of Hooke's mechanisms (Fig.10).

In Fig.10 P_0 and Q_0 represent the initial positions of the P and Q pairs, as well as P and Q

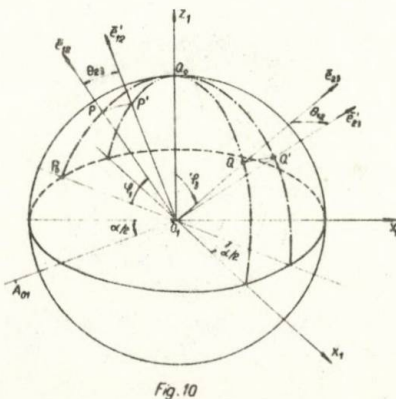


Fig.10

represent the running positions. If we resolve the motion performed by link 2 (which is a "motion of a rigid body having a fixed point") into a transport rotation with link 1 (about A_{01} -axis) and a relative rotation with respect to link 1 (about A_{12} -axis) one can identify the relative rotation angle Θ_{12} . Thus, we can consider that these two motions been performed successively: the link 2 performs, first, the transport rotation of angle φ_1 about A_{01} -axis (Q_0 will occupy the position Q') and the relative rotation of angle Θ_{12} about A_{12} -axis (Q' will occupy the position Q).

In the fixed frame $O_1x_1y_1z_1$ (Fig. 10) the unit vector $\bar{e}_{23}$ of the A_{23} -axis (see Fig. 9, b) can be expressed as:

$$\bar{e}_{23} = \begin{bmatrix} \sin \varphi_3 \\ 0 \\ \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

and the unit vector $\bar{e}'_{23}$ is:

$$\bar{e}'_{23} = \begin{bmatrix} \sin \varphi_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \\ \sin \varphi_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Now, we have the evident relation:

$$\cos \Theta_{12} = \bar{e}_{23} \cdot \bar{e}'_{23}, \quad (4)$$

i.e.

$$\cos \Theta_{12} = \sin \varphi_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \varphi_3 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_3.$$

Replacing the functions $\sin \varphi_3$ and $\cos \varphi_3$ by functions of $\operatorname{tg} \varphi_3$, we obtain:

$$\cos \Theta_{12} = \sin \varphi_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_3}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}} \cdot \cos \varphi_1.$$

Consequently, using the train law (1'), Eq. (4) becomes finally:

$$\cos \Theta_{12} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \varphi_1}} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \varphi_1}}. \quad (5)$$

In the same way, one can find the relative rotation angle Θ_{23} in the pair Q .

First, we must define the unit vectors $\bar{e}_{12}$ and $\bar{e}'_{12}$:

$$\bar{e}_{12} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \\ -\cos \varphi_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \bar{e}'_{12} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_3 \\ 0 \\ \sin \varphi_3 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

We obtain now:

$$\cos \Theta_{32} = \bar{e}_{12} \cdot \bar{e}'_{12} \quad (7)$$

i.e.

$$\cos \theta_{32} = \cos \varphi_3 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_3 ,$$

and finally

$$\cos \theta_{32} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \varphi_1} . \quad (8)$$

The amplitude of the angle θ_{12} (Fig.11) is:

$$(\theta_{12})_{\max} = \frac{\alpha}{2} . \quad (9)$$

3.3. Relative Angular Velocities.

3.3.1. Angular Velocity ω_{12} .

Starting from the Eq.(5), one can write:

$$\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \varphi_1}} = U , \text{ and then}$$

$$\theta_{12} = \arccos U . \quad (10)$$

Now, taking the derivatives with respect to time, we obtain:

$$\frac{d\theta_{12}}{dt} = \frac{d\theta_{12}}{dU} \cdot \frac{dU}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} . \quad (11)$$

In order to simplify the writing and taking into account that a given angle α implies a constant value for $\cos \frac{\alpha}{2}$, one can put down:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = C ; \sin \frac{\alpha}{2} = S . \quad (12)$$

Then, we obtain from Eq.(10):

$$U = \frac{C}{\sqrt{1 - S^2 \cdot \cos^2 \varphi_1}} \quad (13)$$

and from Eq.(11):

$$\omega_{12} = - \frac{1}{\sqrt{1 - U^2}} \cdot C \cdot \left\{ - \frac{1}{2} \frac{2 \cdot S^2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1}{(1 - S^2 \cdot \cos^2 \varphi_1)^{3/2}} \right\} \cdot \omega_1$$

and finally

$$\omega_{12} = C \cdot S \cdot \frac{\cos \varphi_1}{1 - S^2 \cos^2 \varphi_1} \cdot \omega_1 \quad (14)$$

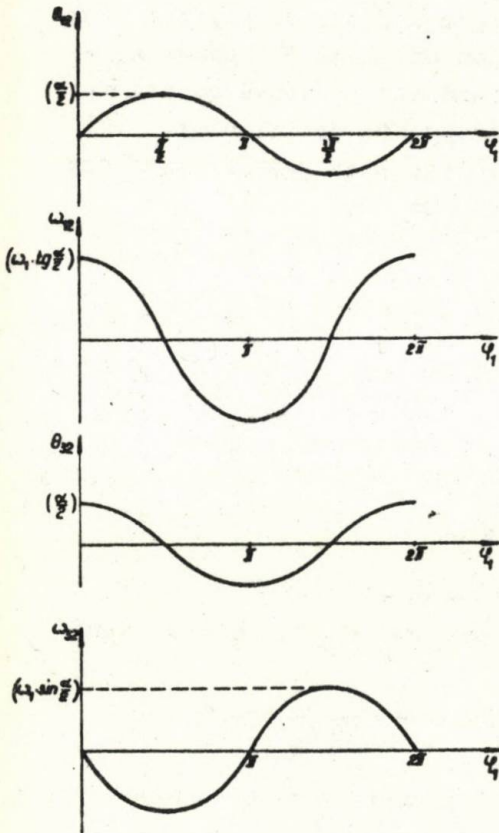


Fig.11

The amplitude of the relative velocity ω_{12} (Fig.11) will be:

$$(\omega_{12})_{\max} = \omega_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (15)$$

3.3.2. Angular Velocity ω_{23}

Starting from Eg.(8), one can write:

$$\theta_{32} = \arccos \sqrt{1 - S^2 \cdot \cos^2 \varphi_1} \quad (16)$$

Using notations of (12) and taking the derivatives with respect to time we obtain:

$$\omega_{32} = - \frac{S \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{1 - S^2 \cdot \cos^2 \varphi_1}} \cdot \omega_1 \quad (17)$$

The amplitude of the relative velocity ω_{32} will be (Fig.11):

$$(\omega_{32})_{\max} = \omega_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad (18)$$

3.4. Absolute Angular Velocity of the Central Link

The central link 3 of the double Hooke's mechanism shown in Fig.9,a has a rotary motion about a fixed axis—the axis O_1O_2 . Its angular velocity results easily, taking the derivative of the train law (1') with respect to time:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \operatorname{tg} \varphi_1 = C \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 \right\} \quad (19)$$

We obtain then:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \omega_1 = \frac{C}{\cos^2 \varphi_3} \cdot \omega_3 \quad (20)$$

and finally

$$\omega_3 = \frac{C}{1 - S^2 \cos^2 \varphi_1} \cdot \omega_1 \quad (21)$$

3.5. Angular Acceleration of the Central Link.

Assuming that the input link motion is an uniform one ($\omega_1 = \text{const.}$), the angular acceleration of the central link 3 will be:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = -2CS^2 \frac{\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1}{(1 - S^2 \cos^2 \varphi_1)^2} \cdot \omega_1^2 \quad (22)$$

Bibliography

- [1]. Dudiță, Fl. Cuplaje mobile homocinetice. Editura tehnică, București, 1974;
- [2]. Duditz, Fl. Kardangelengetriebe und ihre Anwendungen, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1973;
- [3]. Duditz, Fl. Über sphärische sechsgliedrige Getriebe. In : Grundlagen der Landtechnik. Nr.4, 1968;
- [4]. Kutzbach, K. Quer - und Winkelbewegliche Wellenkupplungen. In: Kraftfahrtechnische Forschungsarbeiten, Heft, 6, Berlin, VDI - Verlag, 1936, S1-25;
- [5]. x x x Suisse Patente Cl.Fo 6 d, Nr.394.731, 1965;
- [6]. x x x USA Patent, Cl. 64-21, Nr.3.456.458, 1967.

DUDITA, Fl., DELIU, Gh.

MECANISME SFERICE HOMOCINETICERezumat

Plecînd de la studiul unui mare număr de brevete obținute în domeniul mecanismelor sferice utilizate ca cuplaje unghiulare homocinetice, autorii și-au propus mai întîi să sistematizeze cele mai raționale și semnificative cuplaje sferice articulate. Apoi, se studiază cinematica unui mecanism dublu car - dano simetric, folosind imaginea sferică a unuia dintre mecanismele componente. Se găsesc astfel vitezele și accelerațiile unghiulare absolute ale elementelor precum și deplasările și vitezele unghiulare relative din cuplele de rotație.

Scopul lucrării este de a veni în ajutorul inventatorilor în evitarea unor erori, existente încă în brevete, pe de o parte și în găsirea de noi soluții pe de altă parte, precum și în ajutorul constructorilor în alegerea unor soluții optime.

SPHERICAL HOMOKINETIC LINKAGESSummary

Starting from the study of a great number of patents obtained in the field of the spherical linkages used as universal joints, the authors have been proposed to systematize the most rational and significant spherical linkages. Then it is studied out the kinematics of a symmetrical double Hooke's mechanism, using the spherical image of one of the component mechanisms. So, it is found the absolute angular velocities and accelerations of the links, as well as the relative angular displacements and velocities of the kinematic pairs.

The purpose of the work is to help the inventors to avoid the errors, still existent in some patents, on a hand, and to find new solutions, on the other hand, as well as to help the designers to choose the best solutions.

MECANISM COMPLEX CU CRUCE DE MALTA (GENEVA) CU FUNCTIO-
NARE FARA SOCURI SI PRODUCTIVITATE MARITA

Dr.ing.E.Silianu, conferențiar la Universitatea din Brașov;
 Ing.S.Bobancu, asistent la Universitatea din Brașov.

Pentru utilizarea mecanismelor cu cruce de Malta în condiții normale de silențiozitate și de funcționare lină (factori importanți la mașinile de precizie ridicată), este necesară micșorarea în măsură cât mai mare a șocurilor la începutul (sfârșitul) mișcării crucii de Malta.

Reducerea acestor șocuri se obține prin două modalități:

- realizarea unei traectorii speciale pentru butonul manivelei de acționare [3,5,6], ce intrînd în canalele crucii, o antrenează într-o rotație intermitentă;

- realizarea unor canale curbilinii [2,4] la crucea de Malta (menținînd traectoria circulară pentru buton).

În ambele situații, în perioadele de intrare sau ieșire a butonului din canal, axa canalului și traectoria butonului prezintă curburi apropiate.

În lucrare se adoptă prima soluție, ce folosește traectorii epi sau hipocicloidale particulare pentru butonul de acționare. Traectoriile sînt realizate de puncte ale satelitului unui meca-

nism planetar. Particularizarea conduce - în ceea ce privește bu-tonul - la traectorii simetrice (față de un centru), ce prezintă și porțiuni (practic) rectilinere. Pentru obținerea unor asemenea traectorii [5], este necesar să fie satisfăcută relația:

$$\frac{R_0}{R} = \frac{2z}{z-2}$$

în care: R_0 - reprezintă raza bazei;

R - raza rostogolitoarei,

z - numărul de canale al crucii de Malta.

Notînd raportul $\frac{R_0}{R}$ cu n ($n = \frac{R_0}{R}$), valorile lui n ca funcțiuni de z , ce dau soluții ce constructiv prezintă un număr mare de variante, sînt marcate accentuat în tab.1.

Tabelul 1

z	3	4	5	6	7	8	9	10
n	6	4	3, (3)	3	2,8	2, (6)	2, (571428)	2,25

Un al doilea aspect ce trebuie urmărit în același timp, este mărirea productivității, prin scurtarea timpilor de comutare.

În lucrarea de față se propune realizarea simultană a ambelor obiective: micșorarea șocurilor, concomitent cu mărirea productivității prin micșorarea timpilor de comutare. Pentru aceasta, se inseriază la mecanismul planetar, un angrenaj cu roți eliptice articulate în focare. Brațul portsatelit, solidarizat cu roata eliptică condusă, este elementul conducător al mecanismului planetar.

Poziția relativă (de fixare) dintre brațul port satelit și roata eliptică, este astfel stabilită, încît viteza unghiulară de rotație mărită a brațului, să corespundă fazei de comutare a meca-

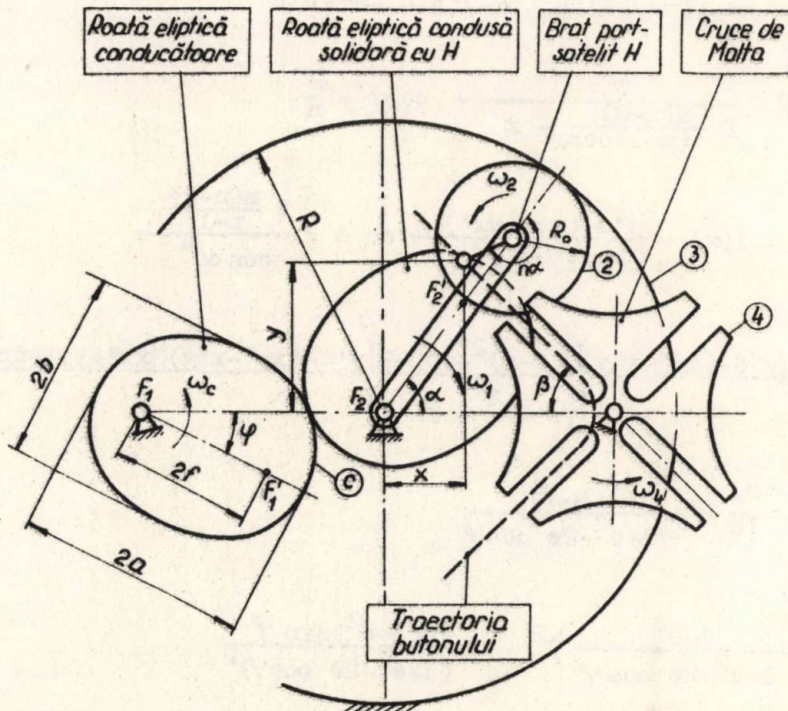


Fig.1

nismului cu cruce de Malta.

Deci intrarea lină a butonului în canalele crucii de Malta este realizată cu ajutorul mecanismului planetar, iar timpii de comutare sînt micșorați datorită angrenajului eliptic.

Relațiile de calcul, ținînd cont de notațiile din fig.1, sînt:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1+e}{1-e} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = R \left[(n-1) \cos \alpha + \frac{1}{n-1} \cos(n-1)\alpha \right] \\ y = R \left[(n-1) \sin \alpha - \frac{1}{n-1} \sin(n-1)\alpha \right] \end{cases}$$

$$x' = \frac{dx}{d\alpha}; \quad x'' = \frac{d^2x}{d\alpha^2}; \quad y' = \frac{dy}{d\alpha}; \quad y'' = \frac{d^2y}{d\alpha^2};$$

$$\begin{cases} x' = -R \left[(n-1) \cdot \sin \alpha + \sin(n-1)\alpha \right] \\ y' = R \left[(n-1) \cdot \cos \alpha - \cos(n-1)\alpha \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'' = -R [(n-1) \cdot \cos \alpha + (n-1) \cdot \cos(n-1)\alpha] \\ y'' = -R (n-1) \cdot \sin \alpha - (n-1) \cdot \sin(n-1)\alpha \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{R \frac{n(n-2)}{(n-1) \cos \alpha} - x} \quad \text{cu } \alpha^* = \frac{\beta}{n} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_1} = i(\alpha) = \frac{y'd - (xy' - yx')}{(d-x)^2 + y^2} \quad \text{cu } d = \frac{R \frac{n(n-2)}{n-1}}{\cos \alpha^*} \quad (3)$$

$$\frac{\xi_4}{\omega_1^2} = i'(\alpha) = \frac{[y''d - (xy'' - x''y)] [(d-x)^2 + y^2] - 2[y'd - (xy' - x'y)][xx' + yy' - dx']}{[(d-x)^2 + y^2]^2} \quad (4)$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_0} = i \frac{1-e^2}{1+e^2 - 2e \cos \varphi} \quad (5)$$

$$\frac{\xi_4}{\omega_0^2} = i' \left(\frac{1-e^2}{1+e^2 - 2e \cos \varphi} \right)^2 - i \frac{2e(1-e^2) \sin \varphi}{(1+e^2 - 2e \cos \varphi)^2} \quad (6)$$

Variabilele dependente de φ , care interesează (în cinematica mecanismului cu cruce de Malta), sînt: β , $\frac{\omega_4}{\omega_1}$, $\frac{\omega_4}{\omega_0}$, $\frac{\xi_4}{\omega_1^2}$, $\frac{\xi_4}{\omega_0^2}$. Aceste variabile depin și de parametrii z și e .

Dat fiind volumul foarte mare de calcul, s-a întocmit un program pentru calculatorul IBM 360, în limbaj FORTRAN, introducîndu-se următoarele valori: $z=3: 4: 6$ și 7 și $e=0,1: 0,2: 0,3: 0,4: 0,5$ și $0,6$. S-au determinat variabilele dependente pentru aceste 24 de variante, dîndu-se variabilei independente φ valori din grad în grad.

Pozițiile absciselor maximelor au fost determinate cu o precizie de o zecime de grad.

În fig. 2, 3, 4, 5 și 6 este prezentată grafic, alura diagramelor cinematice pentru unele dintre variantele (ce pot avea utilizări

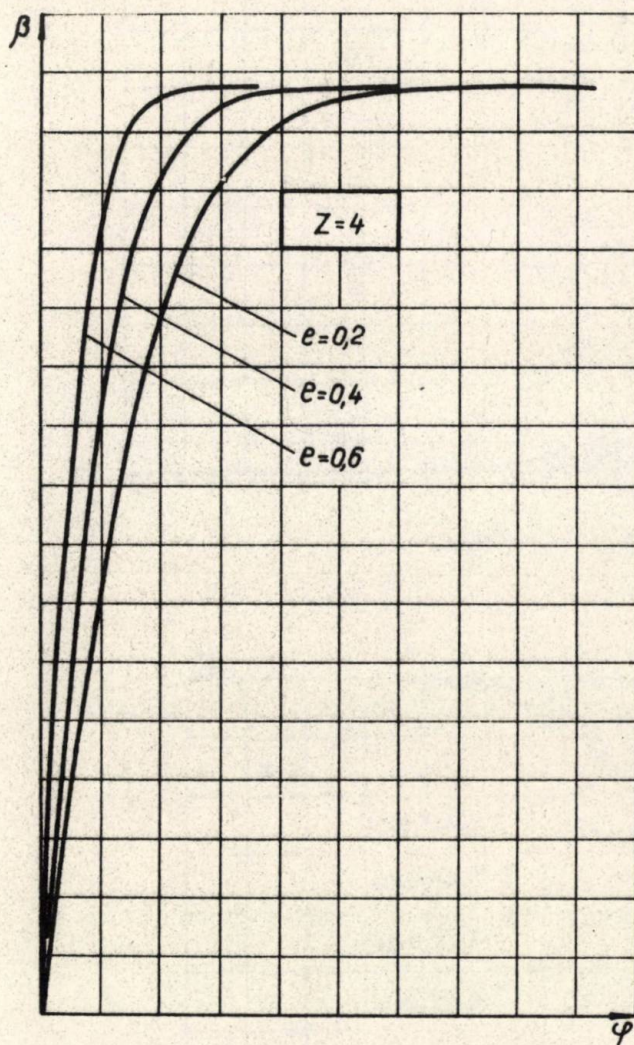


Fig.2

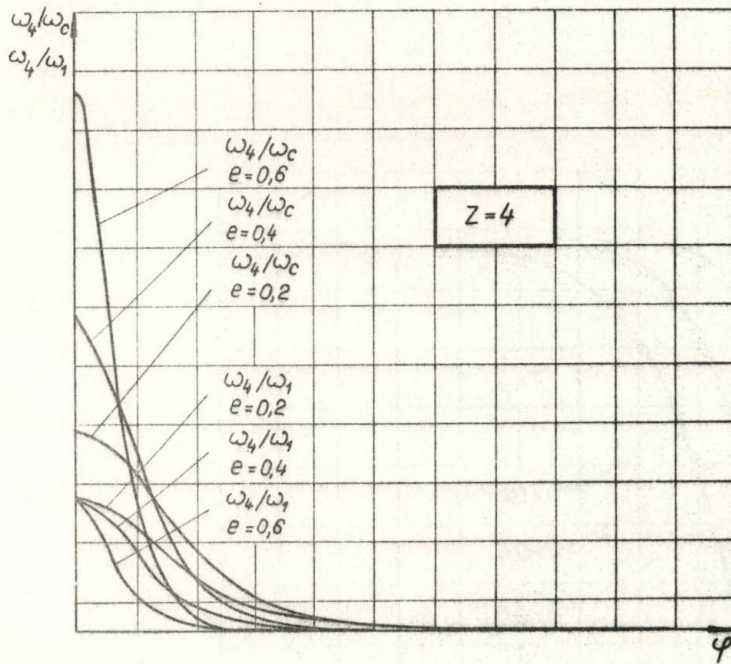


Fig. 3

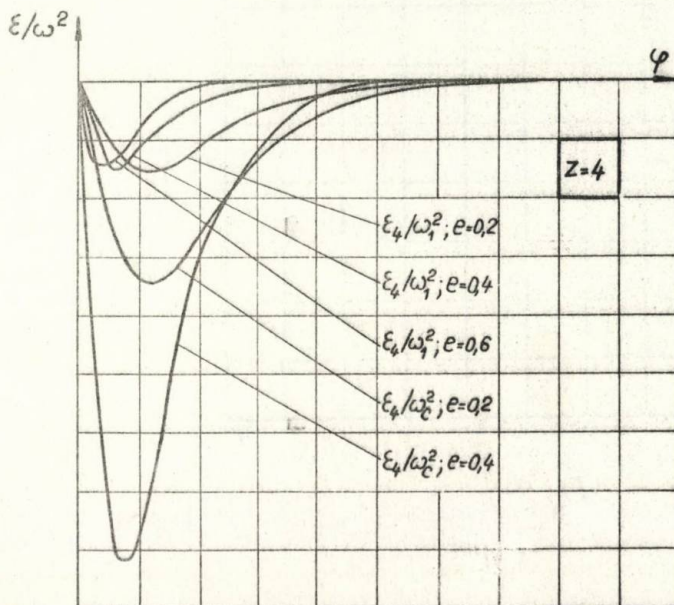


Fig. 4

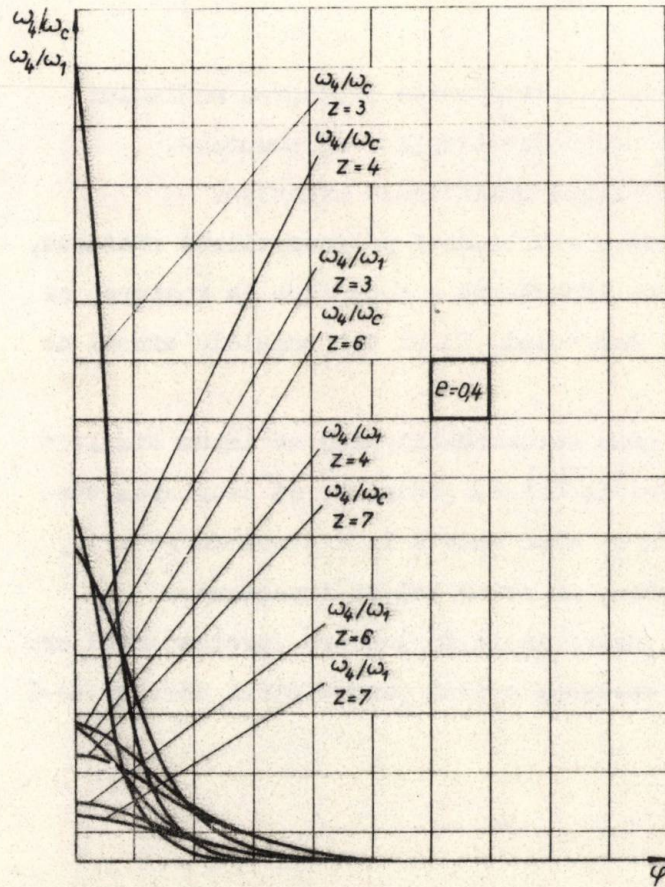


Fig. 5

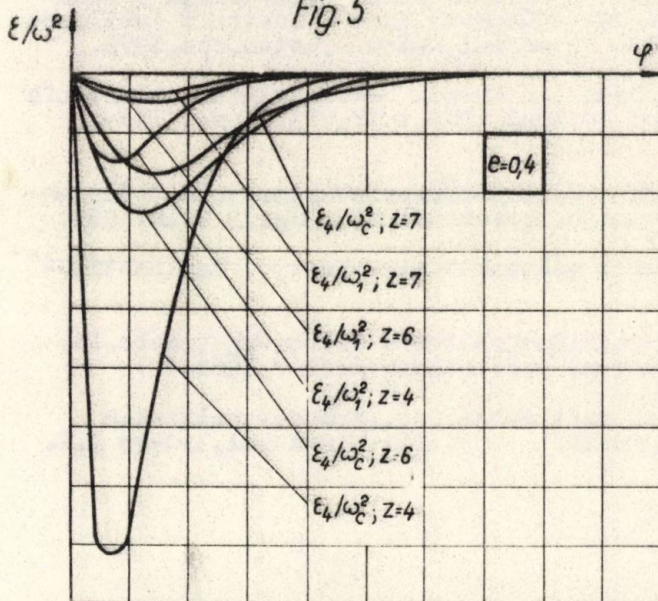


Fig. 6

practice) mecanismului studiat. Se remarcă creșterea maximului accelerațiilor, o dată cu scurtarea timpilor de comutare.

Mecanismul propus prezintă următoarele avantaje:

- are timpi de comutare scurți, deci productivitate ridicată,
- prezintă o reducere importantă a șocurilor la intrarea și ieșirea butonului manivelei, în și din canalele crucii de Malta.

Mecanismul studiat este recomandabil, fiind se impun simultan două condiții restrictive: micșorarea șocurilor și scurtarea timpilor de comutare; precum și fiind masele în mișcare de rotație, solidare cu crucea de Malta, nu ating valori importante.

Pe baza diagramelor determinate în lucrare, proiectantul are posibilitatea să aleagă varianta optimă pentru cazul concret ce-l are de rezolvat.

Bibliografie

- [1]. Bobancu, S. O propunere de sistematizare structurală a mecanismelor cu cruce de Malta (Geneva). In: Bul. Sesiunii Jubiliare a Institutului de Mine Petroșani, România, noiembrie, 1973.
- [2]. Gherasimov, In, N. Obobșennaja teoria dezaksialnih i radialnih multiiskih mehanizmov. In: Trud IMAS, t. IV, vip. 15. M., Izd-vo A. N. SSSR, 1948.
- [3]. Kraus, R. A. și Conrad, E. Malteserkreuzschaltwerke mit Gleichachsigen An- und Abtrieb. In: Konstruktion, Jg. 15, H. 10, 1963.
- [4]. Kuharenko, P. G. K sintez maltiiskih mehanizmov, Mašinostroenie, 1966.
- [5]. Meyer zur Capellen, Zyklidengesteuerte Maltesergetriebe. In: Technische Mitteilungen, 54. Jahrgang, Heft 7, 1961.
- [6]. Speranskii, N. V. Proiect. malt. mehan. Gup., 2, Skemf maltiiskih mehanizmov s promejutoeinoi asociatii peredacei, Izd-vo A. N. SSSR. Moskva, 1960.

SILIANU, E., BOBANCU, S.

MECANISM COMPLEX CU CRUCE DE MALTA (GENEVA) CU FUNCTIO-
NARE FARA SOCURI SI PRODUCTIVITATE MARITA

- Rezumat -

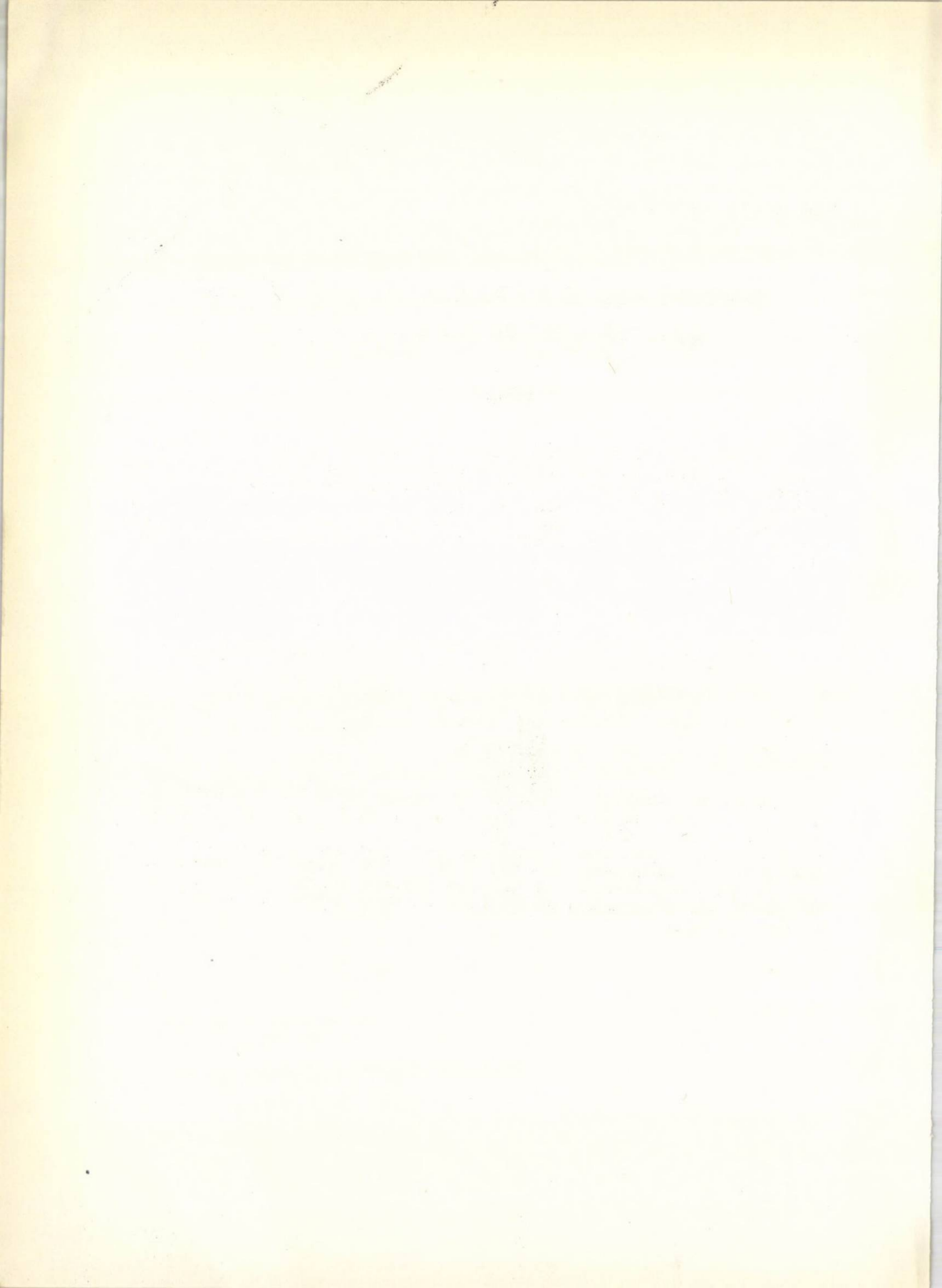
In lucrare se studiază analitic cinematica unui mecanism complex cu cruce de Malta. Acesta e realizat prin inserierea unui angrenaj cu roți eliptice, cu un mecanism planetar particular, de care e fixat butonul crucii de Malta.

Se dau rezultatele analitice precum și cele numerice, pentru marea majoritate a mecanismelor de acest tip, ce pot avea utilizări practice.

MÉCANISME COMPLEXE, DE TYPE GENEVE, AYANT UN FONCTION-
NEMENT SANS CHOCS ET UNE PRODUCTIVITE ACCRUE

- Résumé -

Dans cet article, on étudie analytiquement la cinématique d'un mécanisme complexe de type Geneve. Celui-ci, a été conçu par la mise en série d'un engrenage avec des roues elliptiques et d'un mécanisme planétaire particulier, qui met en mouvement la manivelle du mécanisme de type Geneve. On expose les relations analytiques obtenues, ainsi que les valeurs numériques, pour la majorité des mécanismes de ce type pouvant avoir des utilisations pratiques.



METODA UNITARA PENTRU ECHIVALAREA CU LANTURI FUNDAMEN-
TALE A MECANISMELOR DIFERENTIALE - ELEMENTE
DE ANALIZA SI SINTETZA NUMERICA

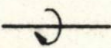
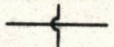
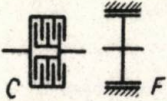
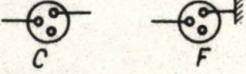
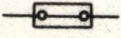
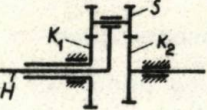
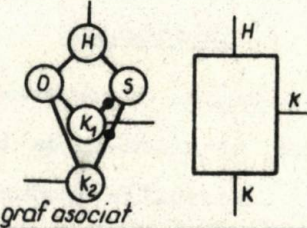
Ing.S.Bobancu, asistent la Universitatea
 din Braşov,
 Dr.ing. A.Jula, şef lucrări la Universitatea
 din Braşov.

1. Introducere

Analiza şi sinteza mecanismelor planetare se poate face unitar, trecîndu-se de la schemele cinematice la grafe asociate [5]. Vîrfurile (nodurile) grafului reprezintă elemente, iar laturile (muchii) cuple. Cuplele c_5 , de clasă 5, sînt reprezentate prin laturi simple, iar cuplele c_4 , de clasă 4, se reprezintă prin laturi marcate cu un punct înegrit [1]. Reprezentarea prezintă interes, deoarece pune în evidenţă simultan, atît structura mecanismului real, cît şi a mecanismului înlocuitor - avînd numai cuple c_5 . La mecanismul înlocuitor, vîrfurile, în ele incluzîndu-se şi punctele înegrite, reprezintă elemente, iar toate laturile simple reprezintă cuple c_5 . Această reprezentare permite abordarea structurii mecanismelor diferenţiale, cu metode generale, date pentru studiul lanţurilor fundamentale [F.R.E.Crosslev, N.Manolescu, Chr.Pelecudi].

Simbolurile și notațiile, utilizate în continuare [2], sînt redată în tabelul 1.

Tabelul 1

Schema cinematică	Denumire	Simbolizare
	flux cinematic (și de putere) $\left\{ \begin{array}{l} \text{intrare} \\ \text{iesire} \end{array} \right.$	
		
	linie de flux cinematic	
	ramificații de flux	
	linii de flux neintersectate	
	cuplaj C, frînă F	
	tren de angrenaje cu un singur raport de transmitere	
	mecanism cu roți dințate cu axe mobile	

Lucrarea își propune analiza structurală și analiza - sinteză numerică a diferențialelor centrale, utilizate la mecanismele de direcție (care sînt totodată și transmisii de putere) a vehiculelor grele pe șenile.

2. Analiza structurală a mecanismelor de direcție cu diferențial central

Cele mai utilizate mecanisme de direcție cu diferențial central sînt tipurile: conic cu satelit simplu (fig.1a, 1b, 1c), cilindric cu satelit simplu (fig.2a, 2b, 1c), conic cu satelit dublu (fig. 3a, 3b, 3c), cilindric cu satelit dublu (fig.4a, 4b, 3c).

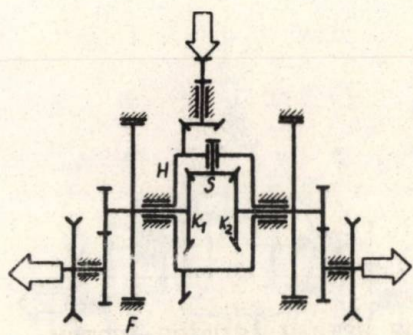


Fig. 1,a

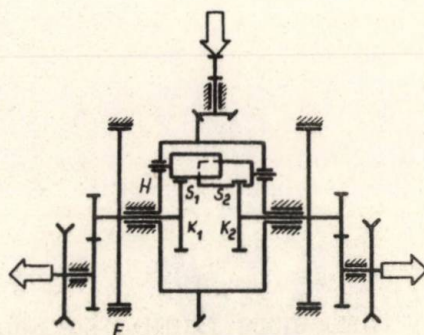


Fig. 2,a

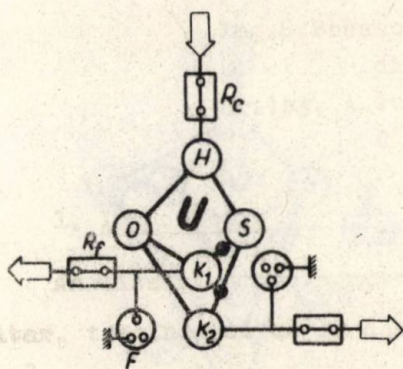


Fig. 1,b

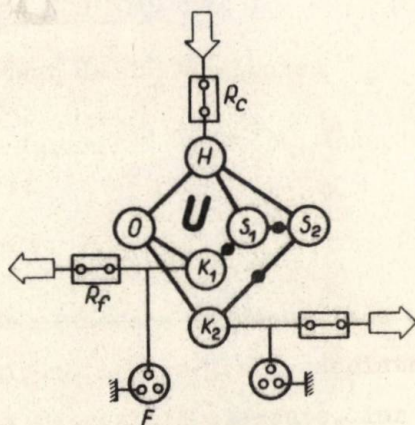


Fig. 2,b

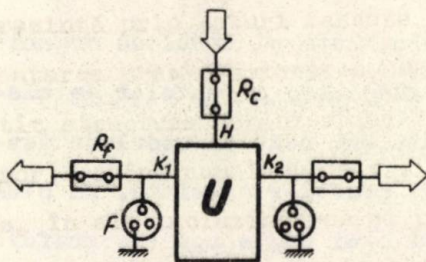


Fig. 1,c

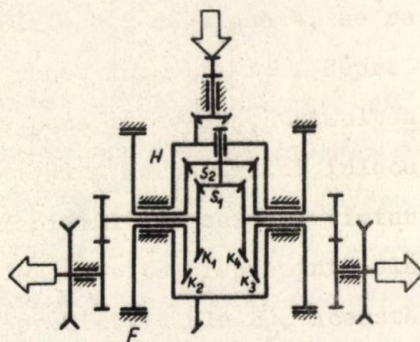


Fig. 3,a

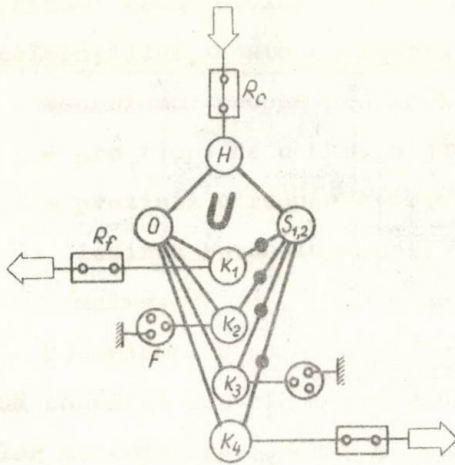


Fig. 3, b

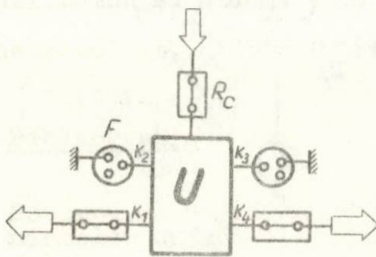


Fig. 3, c

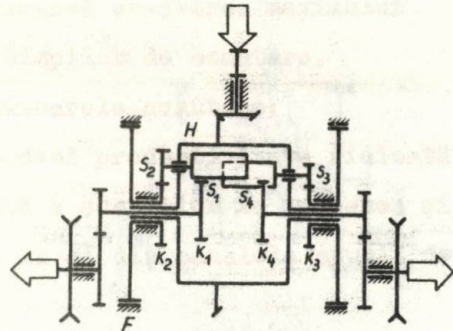


Fig. 4, a

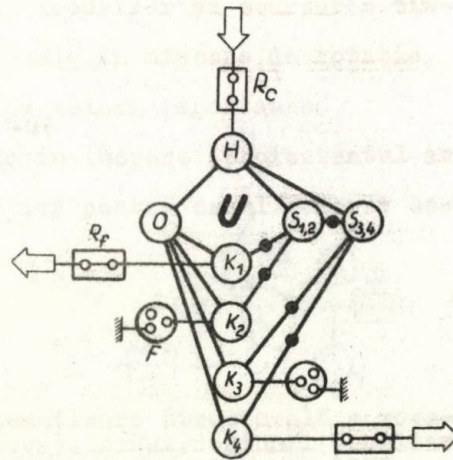


Fig. 4, b

Din fig. 1b, 2b, 3b, 4b, rezultă componența și modul de organizare a elementelor mobile danturate, respectiv a cuplelor de clasă 4 pentru mecanismele luate în studiu. Mai rezultă modul de dezvoltare - de la simplu la complex - al grafelor asociate. În plus, la un același număr n de elemente mobile și cuple $c_5 + c_4$, graful asociat poate - utilizând relațiile de numărarea arborilor [Cayley], cu restricțiile corespunzătoare - conduce la depistarea tuturor variantelor posibile de diferențiale [3].

3. Analiza și sinteza numerică pe grafe asociate

În tabelul 2 se redă componența numerică [4] a mecanismelor diferențiale sferice și plane (mobilitatea $M = 2$), mergându-se pînă la 10 elemente mobile.

Tabelul 2

n	c_5	c_4	n'	c_5'
4	4	2	6	8
5	5	3	8	11
6	6	4	10	14
7	7	5	12	17
8	8	6	14	20
9	9	7	16	23

Elementele mobile sînt formate din:

elemente centrale în număr de $(1 + j_k)$ - un braț port satelit, plus j_k roți centrale - și roți satelit în număr de j_s , deci $n = (1 + j_k) + j_s$.

Structura numerică a tuturor variantelor rezultă (tabelul 3) prin împărțirea numărului natural n în p părți întregi sau nule (în cazul de față $p = 2$), împărțire la care contează nu numai natura păr -

Tabelul 3

$n = (1 + j_k) + j_s$					
4	$= 4 + 0 = [3+1] = 2+2 = 1+3 = 0+4$				
5	$= 5 + 0 = 4+1 = [3+2] = 2+3 = 1+4 = 0+5$				
6	$= 6 + 0 = [5+1] = 4+2 = [3+3] = 2+4 = 1+5 = 0+6$				
7	$= 7 + 0 = 6+1 = [5+2] = 4+3 = [3+4] = 2+5 = 1+6 = 0+7$				
8	$= 8 + 0 = [7+1] = 6+2 = [5+3] = 4+4 = [3+5] = 2+6 = 1+7 = 0+8$				
9	$= 9 + 0 = 8+1 = [7+2] = 6+3 = [5+4] = 4+5 = [3+6] = 2+7 = 1+8 = 0+9$				
10	$= 10 + 0 = [9+1] = 8+2 = [7+3] = 6+4 = [5+5] = 4+6 = [3+7] = 2+8 = 1+9 = 0+10$				
n	$j_s = 0$	Variante raționale	Variante posibile practice	Variante posibile dar nerationale (nr. sateliților mult prea mare)	$1+j_k=1$ $1+j_k=0$
Variante posibile teoretice					

ților ci și ordinea lor.

Numărul variantelor N , pentru un n dat, se determină cu relația lui Moivre:

$$N = \frac{(n + p - 1)!}{n!(p - 1)!}, \quad (1)$$

în care p reprezintă numărul termenilor din sumă.

Cum însă $p = 2$, relația devine:

$$N = \frac{(n+1)!}{n!} = n+1. \quad (2)$$

Cele trei excluderi inițiale^{x)}, sînt datorate imposibilității existenței unui mecanism cu roți dințate cu axă mobilă:

- fără roți satelit ($j_s = 0$),
- numai cu un element central ($1 + j_k = 1$),
- fără elemente centrale ($1 + j_k = 0$).

Analiza variantelor de diferențiale centrale posibile^{xx)}, determină următoarea regulă de simetrie:

- pentru diferențialele conice:

$$(1 + j_k - \text{impar}, j_s - \text{impar}) \equiv (j_k - \text{par}, j_s - \text{impar}) \Rightarrow n - \text{par}, \quad (3)$$

- pentru diferențialele cilindrice:

$$(1 + j_k - \text{impar}, j_s - \text{par}) \equiv (j_k - \text{par}, j_s - \text{par}) \Rightarrow n - \text{impar}. \quad (4)$$

Variantele raționale au $j_s = 1, 2$.

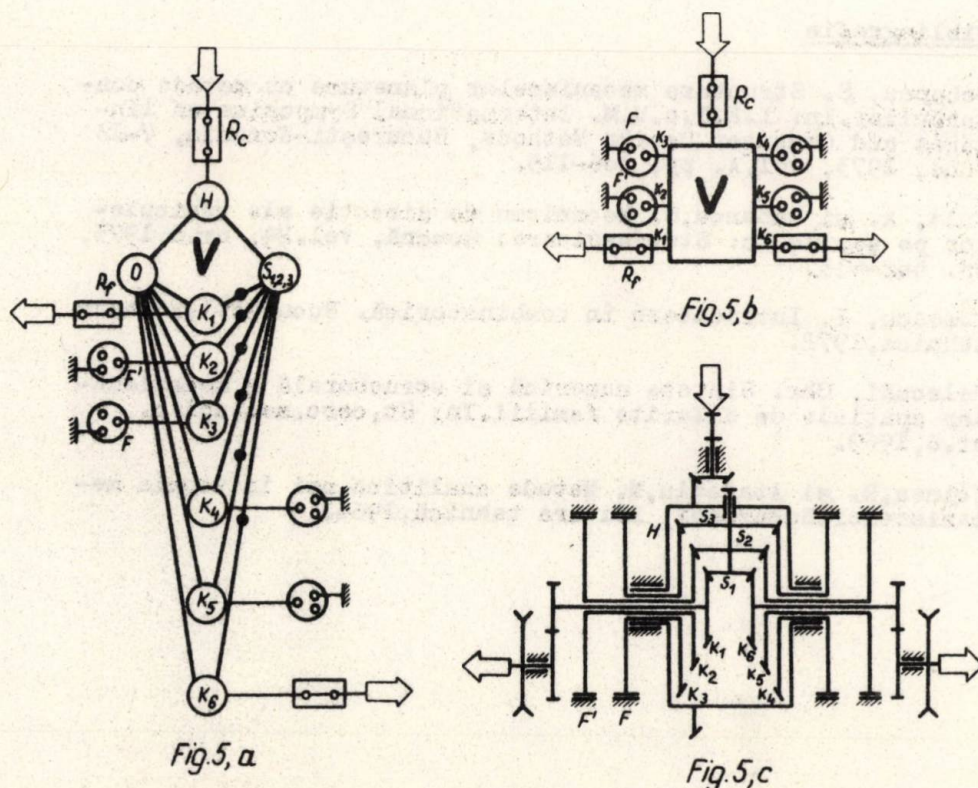
Regula generală numerică, pentru diferențialele centrale, determină în tabelul 3 încă o serie de variante noi, dintre care doar 3 sînt raționale. Astfel, soluția numerică: $1 + j_k = 7$, $j_s = 1 \Rightarrow n = 8$, conduce, ținînd cont de fig. 1b, 3b, la graful asociat al unui nou mecanism dat în fig. 5b. Acestuia îi corespunde o schemă bloc, respectiv o schemă cinematică de tipul celei din fig. 5b, respectiv 5c.

4. Concluzii

Trecerea de la schemele cinematice ale mecanismelor de direcție cu diferențial central, la schemele cu grafe asociate, permite:

^{x)} Marcate în tab. 3 în exteriorul conturului cu linie dublă.

^{xx)} Incadrate în tab. 3: cu linie continuă - cele realizate, și cu linie întreruptă - cele posibile, însă nerealizate.



- analiza structurală simultană a mecanismului real și a mecanismului înlocuitor, care constituie un lanț fundamental,
- analiza și sinteza numerică.

În urma sintezei numerice, s-au stabilit regulile generale (3,4) ce trebuie respectate la formarea oricărui mecanism de direcție, cu diferențial central conic sau cilindric.

Varianta de mecanism propusă de autori (fig.5c) - cu diferențial central conic și sateliți tripli - obținută cu metodologia de sinteză dată, are avantajul că realizează 4 posibilități de virare (față de 2 ale mecanismului din fig.3). Aceasta, prin adăugarea doar a două roți centrale cu unitățile lor de comandă (frîno).

Bibliografie

- [1]. Bobancu, S. Structura mecanismelor planetare cu metoda contururilor. In: I.F.T.O.M.M. International Symposium on Linkages and Computer Design Methods, București-România, 7-13 June, 1973, vol.A. pp. 106-115.
- [2]. Jula, A. și Bobancu, S. Mecanisme de direcție ale vehiculelor pe șenile. In: Standardizarea Română, vol.24, nr.8, 1973, pp. 402-413.
- [3]. Tomescu, I. Introducere în combinatorică. București, Editura tehnică, 1972.
- [4]. Pelecudi, Chr. Sinteza numerică și structurală a mecanismelor spațiale de diferite familii. In: St.cerc.mec.aplic., nr.6, 1969.
- [5]. Voinea, R. și Atanasiu, M. Metode analitice noi în teoria mecanismelor. București, Editura tehnică, 1964.

BOBANCU S., JULA A.

METODA UNITARA PENTRU ECHIVALAREA CU LANTURI FUNDAMEN-
TALE A MECANISMELOR DIFFERENTIALE - ELEMENTE
DE ANALIZA SI SINTEZA NUMERICA

- Rezumat -

In lucrare se redă trecerea pe grafe a unor scheme complexe de mecanisme diferențiale.

Grafele asociate propuse permit evaluarea și compararea structural - calitativă, putându-se astfel aborda unitar, analiza și sinteza structurală, în primă instanță, a acestor mecanisme.

EINHEITLICHE METHODE FÜR DIE GLEICHWERTIGKEIT MIT
GRUNDKETTEN DER DIFFERENZIALGETRIEBE - ELEMENTE
DER NUMERISCHEN ANALYSE UND SYNTHESE

- Zusammenfassung -

In der Arbeit wird der Graphenübergang komplexer Schemas von Differenzialgetrieben widergegeben.

Die vorgeschlagenen verknüpften Graphe ermöglichen die Abschätzung und den strukturell - qualitativen Vergleich, so dass auf diese Art die strukturelle Analyse und Synthese dieser Mechanismen in erster Instanz einheitlich vorgenommen werden kann.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

REPORT OF THE PHYSICS DEPARTMENT

FOR THE YEAR 1955-1956

CHICAGO, ILLINOIS

TIPURI REPREZENTATIVE DE GRAFE PENTRU VARIANTELE UNOR
MECANISME PLANETARE DE DIRECTIE ALE VEHICULE-
LOR PE SENILE

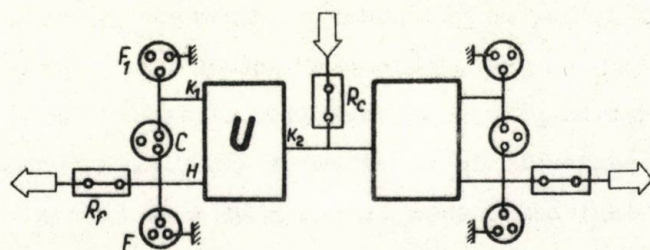
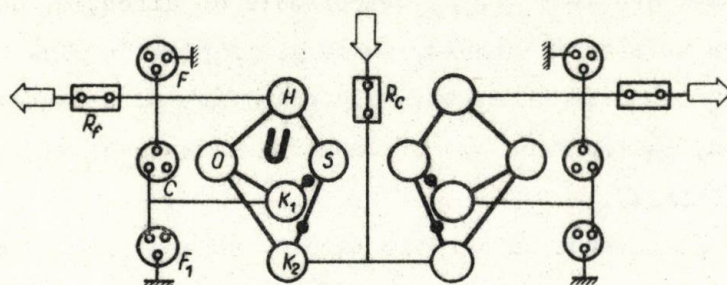
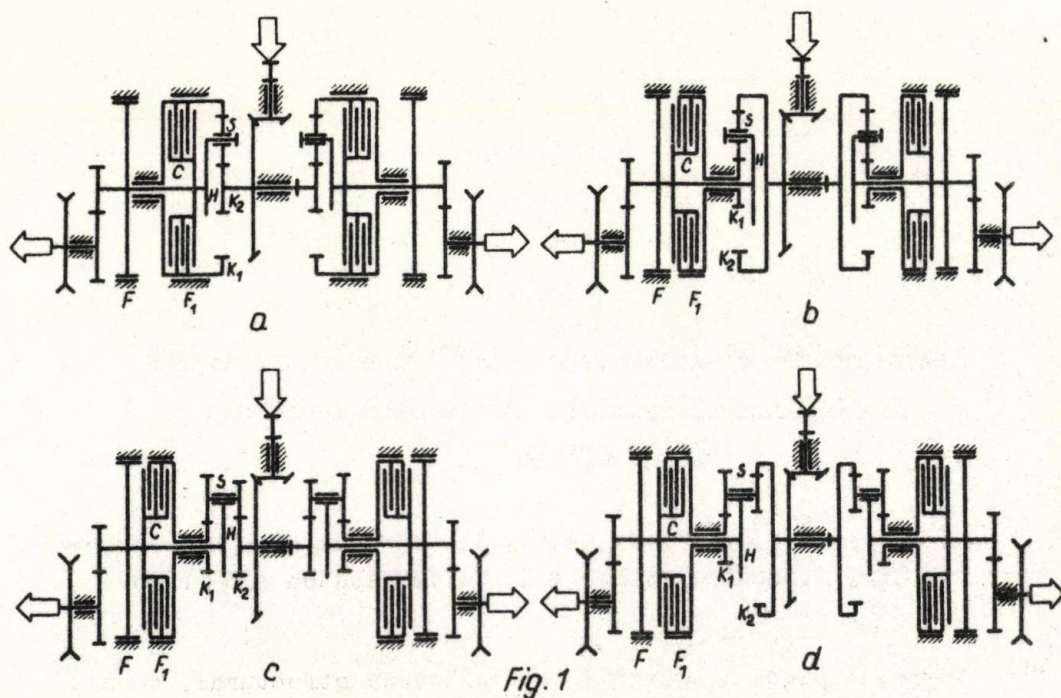
Dr.ing. A.Jula șef lucrări la Universitatea din Brașov,
 Ing. S.Bobancu asistent la Universitatea din Brașov.

În prima parte a lucrării se analizează structural, cu ajutorul grafelor asociate [1,2], mecanismele de direcție, de tipul cu planetare cu satelit simplu, dublu și triplu. În fig. 1a,1b,1c, 1d sînt date schemele cinematice ale planetarelor cu satelit simplu și dublu, pentru care s-a obținut schema cu graf-fig.1e și schema bloc-fig.1f.

Pentru planetarul cu satelit triplu, schema cinematică este prezentată în fig.2a, iar cea cu grafe și bloc în fig.2b,2c.

Se observă că mecanismele de direcție cu planetare cu satelit simplu și dublu, ce pot avea 14 variante diferite [3,4], au o aceeași schemă cu graf, respectiv schemă bloc, cu modificările corespunzătoare la plasarea intrărilor și ieșirilor cinematice.

Și la mecanismele de tipul celui din fig.2a, există mai multe variante, deși componența structurală este aceeași (v.fig.2b, 2c).



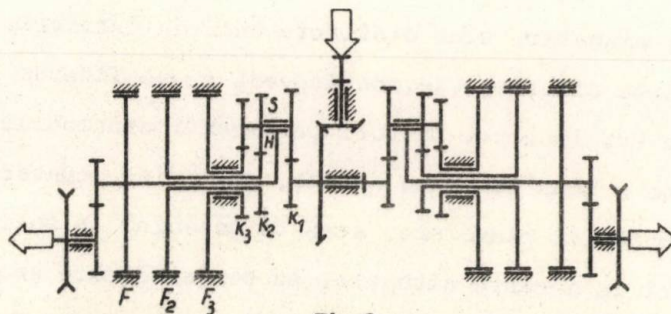


Fig. 2, a

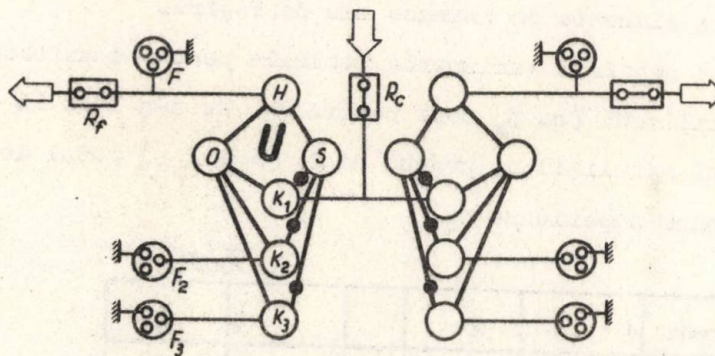


Fig. 2, b

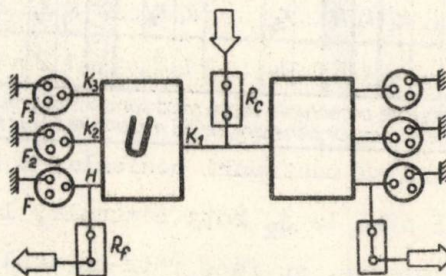


Fig. 2, c

Variantele se deosebesc după modul plasării intrărilor pe la elementele centrale, ale fiecărei unități cu roți dințate cu axe mobile (caracterizată prin: un singur braț port satelit, gradul de mobilitate $M = 2$, și care se reprezintă pe un același graf).

Analiza schemelor simbolice evidențiază posibilitatea permutării circulare a intrărilor cinematice, ale elementelor centrale.

Două unități planetare sînt distincte dacă au intrările cinematice la elemente diferite (se menționează că și fixarea la bază se consideră tot intrare, cu toți parametrii cinematici nuli).

Solidarizarea a două elemente mobile, determină scoaterea din funcțiune a unității planetare, aceasta devenind un solid rigid cu $M = 1$. Deci în această situație, nu contează care anume elemente se solidarizează între ele, și nici nu se mai poate face distincție între elemente de intrare sau de ieșire.

În tab.1 se prezintă variantele posibile pentru o unitate planetară generalizată (cu j_k roți centrale). Nu s-a luat în considerare numărul sateliților, precum nici numărul și modul de aranjare a cuplelor superioare c_u .

Tabelul 1

Tipul variantei	1	2			j_k	j_k+1
Element conductor	K_1	K_2			K_{j_k}	H
Element fixat	H	$K_2 \dots K_{j_k}$	K_1	$H \dots K_{j_k} \dots$	$K_1 K_2 \dots H$	$K_1 K_2 \dots K_{j_k}$
Subtipul variantei	1 2 ... j_k	1 2 ... j_k			1 2 ... j_k	1 2 ... j_k

Subtipurile accentuate reprezintă variante degenerare ale mecanismelor planetare, adică mecanisme cu axe fixe.

Componența în tipuri și subtipuri posibile, a unei unități planetare avînd de la 1 pînă la j_k roți centrale, luată în toate situațiile teoretic existente, se face într-un tablou dreptunghiular (tab.2), cu $(j_k + 1)$ linii și (j_k) coloane.

De exemplu, pentru unitatea planetară cu patru roți centrale, se obțin variantele cuprinse în tabloul cu primele 5 linii, și primele 4 coloane ale tab.2.

Reies clar variantele degenerare ale mecanismelor planetare, care sînt mecanisme cu roți dințate cu axe fixe. Variantele degenerare au tip. subtipul de indice generalizat $j_k \cdot j_k$, deci

Tabelul 2

$j_{k=1}$	$j_{k=2}$	$j_{k=3}$	$j_{k=4}$	...	j_k
1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	...	
2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	...	
3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	...	
4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	...	
5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	...	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
j_{k-1}	j_{k-2}	j_{k-3}	j_{k-4}	...	j_k
$j_{k-1} \cdot 1$	$j_{k-1} \cdot 2$	$j_{k-1} \cdot 3$	$j_{k-1} \cdot 4$	...	$j_{k-1} \cdot j_k$
Exemple: Variantele (de tip. subtip)				$\left\{ \begin{array}{l} 3.2 \Rightarrow K_3\text{-element conducător} \\ \quad \quad \quad K_2\text{-element fixat} \\ 4.4 \Rightarrow K_4\text{-element conducător} \\ \quad \quad \quad H\text{-element fixat} \end{array} \right.$	

ocupă diagonala principală a tabloului pătrat construit pe primele j_k linii ale tab.2.

Numărul total de variante posibile N - fără a considera modul de danturare, exterior sau interior al roților - este dedus din tab.1 și 2, ca fiind:

$$N = (j_k + 1) j_k = j_k^2 + j_k \quad (1)$$

Numărul variantelor nedegenerate N' , se obține prin diminuarea lui N cu cele j_k variante degenerate, deci:

$$N' = j_k^2 \quad (2)$$

În tab.2 s-au încadrat în dreptunghiuri corespunzătoare variantele particularizate pînă la $j_k = 4$ inclusiv.

Pentru $j_k = 2$ se regăsesc planetarele cu satelit simplu și dublu iar pentru $j_k = 3$ cele cu satelit triplu. Astfel mecanismele prezentate în fig.1a,1b,1c,1d constituie variantele 2.1 sau 2.2, funcție de starea comenzilor (frîna F_1 sau F strînsă).

Graful generalizat, corespunzător tab.1,2, este realizat în fig.3, abstracție făcîndu-se de numărul elementelor danturate satelit, de numărul și modul de aranjare al cuplelor c_4 . Graful, în această formă, este arborescent conex.

Grafele pentru toate variantele mecanismelor planetare, se pot obține considerînd și numărul sateliților, precum și cuplele lor. Se va respecta regula $c_4 = n - 2$.

Pe baza analizei și a generalizării efectuate pe tab.1,2, autorii propun sinteza unui mecanism provenit prin particularizarea

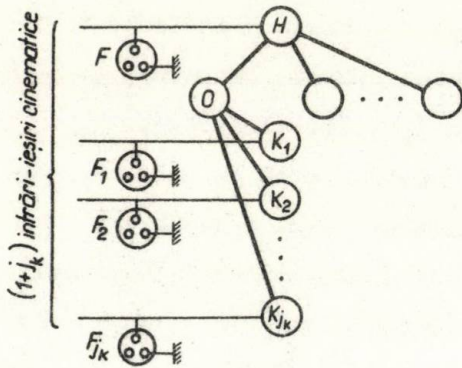


Fig. 3

$j_k = 4$, care în raport cu diferitele stări ale comenzi - lor, descrie variantele 1.1, 1.2, 1.3 și 1.4 (fig. 4a, 4b, 4c).

În lucrare se efectuează analiza structurală pe grafe a mecanismelor avînd planetare cu satelit simplu,

dublu, triplu și sinteza structurală pentru un tip de mecanism cu satelit triplu.

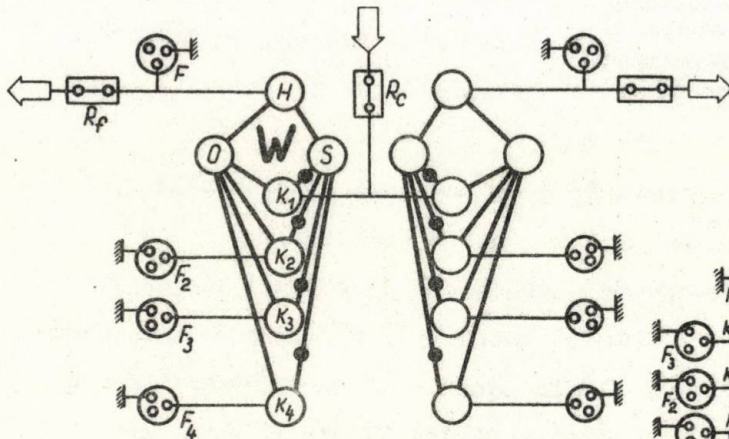


Fig. 4, a

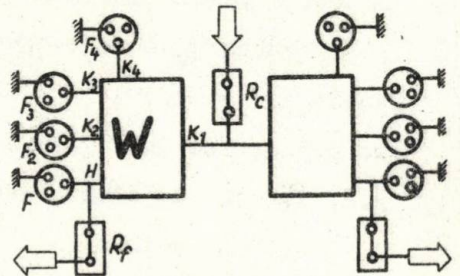


Fig. 4, b

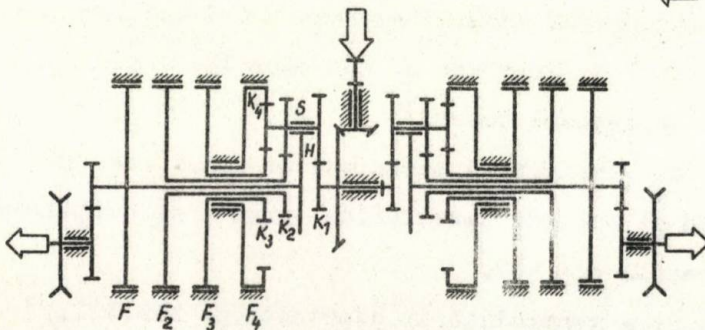


Fig. 4, c

Analiza conduce la o generalizare, executată în tab.1 și 2, și prin relațiile 1 și 2 .Devine astfel posibilă sinteza structurală a acestor mecanisme, plecându-se de la variante prestabilite de mecanisme planetare propriuzise, obținute în final prin stări distincte ale comenzilor.

Bibliografie

- [1]. Bobancu, S. și Jula, A. Metodă unitară pentru echivalarea cu lanțuri fundamentale a mecanismelor diferențiale și elemente de analiză - sinteză numerică.
- [2]. Bobancu, S. Structura mecanismelor planetare cu metoda con - tururilor. I.F.T.o.M.M. International Symposium on Linkages and Computer Design Methods, București-România, 7-13, June, 1973. Vol. A, pp. 106-115.
- [3]. Jula, A. și Bobancu, S. Mecanisme de direcție ale vehiculelor pe șenile. In: Standardizarea română, vol. 24, nr. 8, 1972, pp. 402-413.
- [4]. Jula, A. Contribuții la studiul mecanismelor de direcție ale vehiculelor pe șenile. Teză de doctorat, Universitatea din Brașov, 1972.
- [5]. Kristi, M. K. și Krasnenikov, V. I. Novie mehanizmi transmisii. Moscova, Mašinostroenie, 1967.
- [6]. Levi, Z. Structure and Analysis of Planetary Gear Trains. In: Journal of Mechanisms, vol. 3, nr. 3, 1968, pp. 131-148.

JULA A., BOBANGU S.

TIPURI REPREZENTATIVE DE GRAFE PENTRU VARIANTELE UNOR

MECANISME PLANETARE DE DIRECTIE ALE VEHICULELOR

PE SENILE

- Rezumat -

Analizându-se pe grafe mecanismele planetare ale vehiculelor pe senile, se realizează reducerea variantelor existente la patru tipuri structural reprezentative.

Grafele obținute dau posibilitatea comparării și aprecierii analitice a complexității tipurilor structurale, ce reprezintă 20 de scheme existente în practică.

REPRÄSENTATIVE GRAPHENTYPEN FÜR DIE VARIANTEN VON

PLANETAREN LENKMECHANISMEN DER RAUPENFAHRZEUGE

- Zusammenfassung -

Durch die Graphenanalyse der Mechanismen der planetaren Lenkmechanismen der Raupenfahrzeuge, erzielt man die Reduzierung der existierenden Varianten auf vier struktural-repräsentative Typen.

Die erzielten Graphen ermöglichen den Vergleich und die analytische Bewertung der Komplexität der Strukturaltypen, die 20 Praxis existierende Schemas darstellen.

ABATERILE DE FORMĂ ALE MELCILOR DE TIP SD FAȚĂ
DE MELCII EVOLVENTICI ȘI ARHIMEDICI

Dr.doc.ing. Desideriu Maros, profesor
la Institutul Politehnic Cluj.

Ing. Iosif Bocian, cercetător științific
la Institutul Politehnic Cluj.

Dr.ing. Viorel Handra-Luca, șef de lucrări
la Institutul Politehnic Cluj.

Ing. Andrei Dali, cercetător științific
la Institutul Politehnic Cluj.

Sing. Rodica Cristu, cercetător științific
la Institutul Politehnic Cluj.

În lucrarea [1] se face evaluarea cantitativă a abaterilor profilelor melcilor de tip SD de la rectiliniaritate în secțiuni paralele cu secțiunea axială, găsindu-se secțiunea unde abaterea este minimă.

Prezenta lucrare își propune să evalueze abaterile ce le prezintă melcii de tip SD față de melcii evolventici și arhimedici.

În acest scop se va determina ecuația suprafeței spirei melcului de tip SD.

Considerând prelucrarea unui melc cu elicea pe dreapta cu

o sculă dublu conică S (fig.1), ecuația suprafeței generatoare a flancului drept al spirei, în sistemul $O_s x_s y_s z_s$ legat de sculă, va fi :

$$\begin{aligned} x_s &= -\rho \sin v \\ y_s &= (\rho - \rho_0) \operatorname{tg} \alpha_0 \\ z_s &= -\rho \cos v. \end{aligned} \quad (1)$$

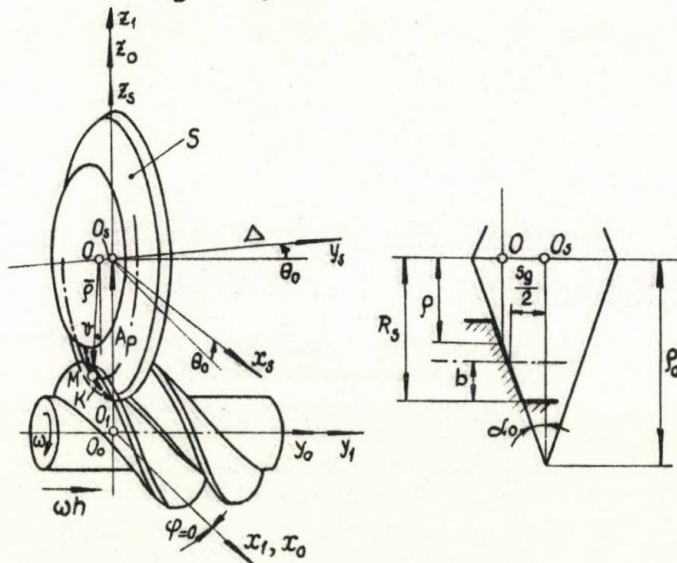


Fig.1

În relația (1), ρ și v sînt parametri care fixează poziția punctului curent M al suprafeței dublu conice S , α_0 este unghiul de inclinare al generatoarei față de baza sa, iar ρ_0 este raza cercului de intersecție a celor două conuri.

Pentru a obține ecuația de legătură între ρ și v , se consideră trei sisteme de axe de coordonate, ca în figura 2 : Sistemul $x_1 y_1 z_1$ fix, în care se poate exprima ecuația suprafeței flancului melcului, sistemul $x_s y_s z_s$ în care se definesc ecuațiile corespunzătoare sculei cu care se generează melcul, și sistemul mobil $x_0 y_0 z_0$.

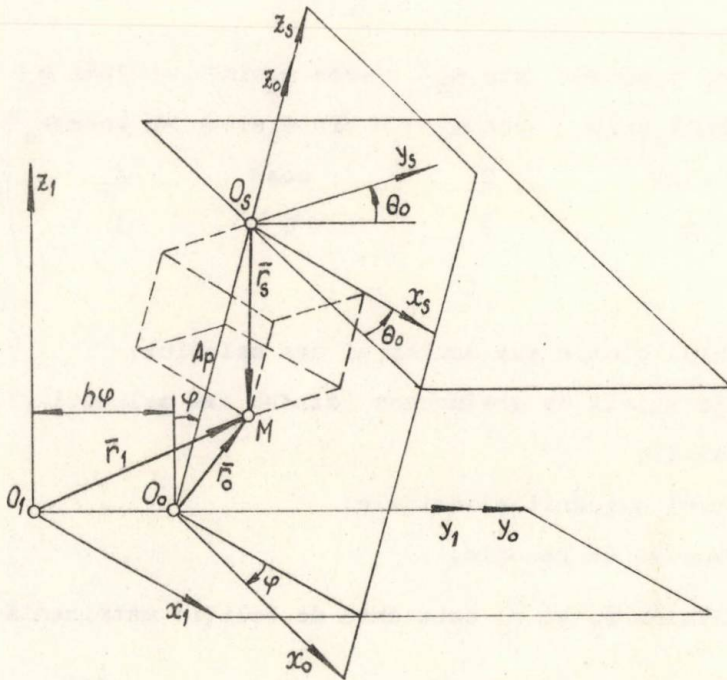


Fig.2

Legăturile între diferitele sisteme de axe sînt date de matricele de transfer. Pe baza figurii 2 se stabilesc următoarele matrice de transfer :

$$M_{0s} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 & 0 & 0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & A_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$M_{1s} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 \cos \varphi & -\sin \theta_0 \cos \varphi & \sin \varphi & A_p \sin \varphi \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 & h \varphi \\ -\cos \theta_0 \sin \varphi & \sin \theta_0 \sin \varphi & \cos \varphi & A_p \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$M_{s1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 \cos \varphi & \sin \theta_0 & -\cos \theta_0 \sin \varphi & -h \varphi \sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 \cos \varphi & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \sin \varphi & -h \varphi \cos \theta_0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & -A_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

unde :

θ_0 este unghiul dintre axa sculei și axa melcului;

A_p - distanța axială de prelucrare (dintre axa melcului și axa sculei);

h - parametrul mișcării elicoidale;

φ - un parametru de rotație.

Legătura dintre $\bar{r}_1$ și $\bar{r}_s$ este dată de relația matriceală:

$$\bar{r}_1 = M_{1s} \bar{r}_s. \quad (5)$$

Se consideră un punct M (fig.2) aparținător curbei caracteristice dintre melc și sculă. Raza vectorială $\bar{r}_s$ a acestui punct este constantă și deci viteza relativă a melcului față de sculă în punctul considerat se poate calcula prin derivarea matricei M_{1s} . Dacă se notează viteza relativă cu $\bar{v}_1^{1s}$ raportată la sistemul fix $x_1 y_1 z_1$, din relația (5) rezultă :

$$\bar{v}_1^{1s} = \frac{d M_{1s}}{dt} \cdot \bar{r}_s = \begin{pmatrix} v_{x1}^{1s} \\ v_{y1}^{1s} \\ v_{z1}^{1s} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Această viteză relativă transcrisă în sistemul $x_s y_s z_s$ este:

$$\bar{V}_s^{ls} = M_{s1} \frac{dM_{ls}}{dt} \cdot \bar{r}_s = \begin{pmatrix} V_{x_s}^{ls} \\ V_{y_s}^{ls} \\ V_{z_s}^{ls} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Notînd $O_{ls} = M_{s1} \cdot \frac{dM_{ls}}{dt}$, după efectuarea calculelor se obține :

$$O_{ls} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos \theta_0 & A_p \cos \theta_0 + h \sin \theta_0 \\ 0 & 0 & -\sin \theta_0 & -A_p \sin \theta_0 + h \cos \theta_0 \\ -\cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Acest operator caracterizează complet viteza relativă $\bar{V}_s^{ls}$ raportată la sistemul $x_s y_s z_s$.

Pentru a obține ecuația caracteristicii K (curba de contact dintre suprafața S și suprafața elicoidală a melcului) se pune condiția ca viteza relativă dintre cele două suprafețe în punctele de contact să se găsească în planul tangent lor. Din această condiție rezultă :

$$\bar{n}_s \bar{V}_s^{ls} = 0, \text{ adică } n_{x_s} V_{x_s}^{ls} + n_{y_s} V_{y_s}^{ls} + n_{z_s} V_{z_s}^{ls} = 0, \quad (9)$$

unde $\bar{n}_s$ este vectorul normal la suprafața S, iar $\bar{V}_s^{ls}$ este vectorul vitezei relative.

Exprimînd proiecțiile versorului normalei și ale vitezei relative, după înlocuirea acestora în (6) se obține relația :

$$\rho = \rho_0 \sin^2 \alpha_0 + \frac{(A_p - h \operatorname{ctg} \theta_0) \cos^2 \alpha_0}{\cos v} - (A_p \operatorname{ctg} \theta_0 + h) \frac{\sin 2\alpha_0}{2} \operatorname{tg} v. \quad (10)$$

Uzînd de matricea (2) și sistemul (1), se obține trecerea din sistemul $x_s y_s z_s$ în sistemul $x_o y_o z_o$:

$$\begin{aligned} x_o &= -\rho \cos \theta_o \sin v + (\rho_o - \rho) \operatorname{tg} \alpha_o \sin \theta_o, \\ y_o &= -\rho \sin \theta_o \sin v - (\rho_o - \rho) \operatorname{tg} \alpha_o \cos \theta_o, \\ z_o &= A_p - \rho \cos v. \end{aligned} \quad (11)$$

Reunind sistemul (11) cu condiția (10) se obține ecuația parametrică a caracteristicii K.

Pentru determinarea prin puncte a profilului spirei în secțiunea axială sau tangentă la cilindrul de bază, punctele caracteristicii K se vor "înguruba" pînă în aceste secțiuni.

Pe baza figurii 3 punctul M de pe curba K, de coordonate x_1, y_1, z_1 , ajunge astfel în M^* , punctul curent de pe profilul considerat.

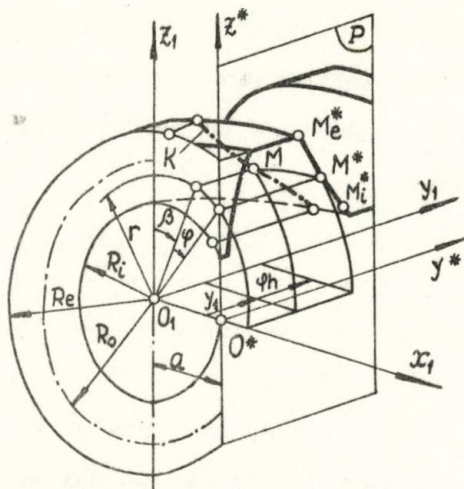


Fig. 3

Din figură, pentru secțiunea axială, rezultă :

$$\begin{aligned}x^* &= a = 0, \\y^* &= y_1 + h\varphi, \\z^* &= r \cos(\beta + \varphi),\end{aligned}\quad (12)$$

unde

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_1}{z_1}; \quad r = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}. \quad (13)$$

Punctele M^* vor fi cuprinse între punctele M_e^* , situat pe cilindrul exterior al melcului, și M_i^* situat pe cilindrul de raccord, când raza acestuia este mai mare ca a cilindrului de referință sau pe cilindrul de interferență în caz contrar.

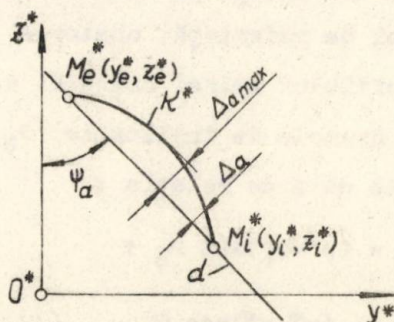


Fig. 4

Unind punctele M_e^* și M_i^* rezultă dreapta d care aproximează în domeniul considerat melcul de tip SD cu melcul arhimedic de comparare.

Conform figurii 4, unghiul de înclinare ψ_a a dreptei d

rezultă din relația :

$$\psi_a = \arctg \frac{y_i^* - y_e^*}{z_e^* - z_i^*}. \quad (14)$$

Abateră în secțiunea axială este :

$$\Delta_a = (z^* - z_e^*) \sin \psi_a + (y^* - y_e^*) \cos \psi_a. \quad (15)$$

Din figura 3, pentru secțiunea tangențială la cilindrul de bază, rezultă :

$$x^* = a = R_b,$$

$$y^* = y_1 + h\varphi, \quad (16)$$

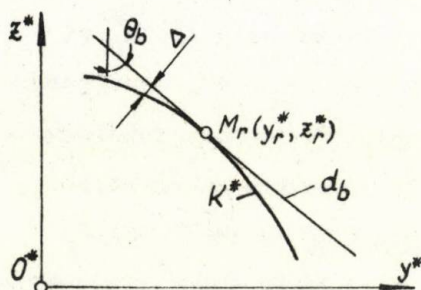
$$z^* = r \cos(\beta + \varphi),$$

unde :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_1}{z_1}; \quad \sin(\varphi + \beta) = \frac{R_b}{r};$$

$$r = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}.$$

Avînd ecuația spirei melcului în planul tangent la cilindrul de bază, putem evalua abaterea acestei curbe de la o dreaptă generatoare a unui melc evolventic. Această dreaptă d_b are înclinația θ_b (fig.5). Considerînd că dreapta aceasta trece prin



punctul $M_r(y_r^*, z_r^*)$ de pe cilindrul de referință, abaterea profilului spirei melcului de la dreapta de înclinație θ_b este dată de relația :

$$\Delta = (z^* - z_r^*) \sin \theta_b + (y^* - y_r^*) \cos \theta_b, \quad (17)$$

Fig.5

unde z_r^*, y_r^* se obțin din (16) pentru $r = q m_a / 2$.

Valoarea maximă a abaterilor Δ_a în secțiunea axială față de melcul arhimedic, precum și unghiul ψ_a corespunzător, s-a reprezentat în figura 6a,b. Valorile maxime ale abaterilor Δ în secțiunea tangentă la cilindrul de bază corespunzător, adică față de melcul evolventic, s-au reprezentat în figura 7a,b.

Calcululele efectuate se referă la aceleași cazuri ca în lucrarea [1] (a se vedea relațiile (11), (12), (13) din această lucrare).

Concluzii

Analizând diagramele din figura 6, rezultă că abaterile față de melcul arhimedic cresc odată cu creșterea lui q_s , adică a diametrului sculei dublu conice și cu creșterea lui z , adică a numărului de începuturi. Abaterile scad însă, cu creșterea coeficientului diametral q a melcului.

Pentru melcul cu un început și modul 5, de exemplu, la $q = 14$ aceste abateri nu depășesc $5 \times 1 = 5 \mu m$, indiferent de diametrul sculei. În cazul unui început, Δ_a variază foarte lent în funcție de creșterea dimensiunilor sculei q_s . Cu cât numărul de începuturi crește, cu atât această variație devine mai consistentă.

Unghiul ψ_a are o lege de variație asemănătoare cu abaterea Δ_a , adică crește cu numărul de începuturi z , cu diametrul sculei q_s și scade cu creșterea coeficientului diametral q . Cele mai mari valori rezultă la coeficientul $q = 8$. Se poate remarca, că la un număr de începuturi z mic (adică $z = 1$ și 2), variația unghiului ψ_a pentru toate diametrele de scule q_s și coeficientul diametral q se încadrează în limitele a $10'$ (adică în intervalul $20^\circ \div 20^\circ 10'$).

Din figura 7 rezultă că abaterile Δ față de melcul evolvitic descresc cu creșterea lui q_s și a lui q . Cele mai mari abateri apar la $q = 8$. Abaterile Δ cresc de asemenea cu creșterea lui z .

Diagramele mai pot servi și la determinarea intervalelor în care poate varia diametrul sculei, astfel ca abaterea între profilele obținute să nu depășească cîmpul de toleranță prescris.

Astfel, de exemplu, dacă $q = 8$, $z = 3$, $m = 5$ și diametrul nominal prescris al sculei este de $5 \times 50 = 250$ mm. Pentru a se încadra în cîmpul de toleranță de $\pm 0,02 \times 5 = \pm 0,01$ mm, diametrul sculei poate varia de la $5 \times 44 = 220$ mm pînă la $5 \times 58 = 290$ mm.

Pe baza lucrării [2] pag. 87, cel mai bombat profil în secțiune axială se obține pentru melcul evolventic. Cu cît diametrul sculei scade, cu atît scade și bombarea. Avînd în vedere acest fapt, diagramele din figura 6 mai pot servi și la stabilirea intervalelor în care poate varia diametrul sculei pentru realizarea unei bombări maxime date.

Melcul înfășurător, care generează roata melcată și pe flancurile căruia sînt situate muchiile așchietoare ale frezei melc, este generat la rîndul său de o sculă cu un diametru dat. Pentru realizarea bombării, acesta trebuie să fie egal cu limita inferioară a intervalului considerat.

Astfel, de exemplu, la modul 5, $q = 14$ și $z = 6$ pentru realizarea unei bombări maxime de $5 \times 0,004 = 0,02$ mm, există o mulțime de posibilități. Una din aceste posibilități (marcată pe figură) este variația diametrului sculei în intervalul $5 \times 80 = 400$ mm și $5 \times 50 = 250$ mm. Pentru acest caz scula generatoare a melcului înfășurător va avea $5 \times 50 = 250$ mm.

Bibliografie

- [1]. Maros, D., Bocian, I., Handra-Luca, V., Dali, A., Cristu, R. Utilizarea calculatoarelor la studiul comparativ al melcilor cilindrici de tip SD și al melcilor cilindrici riglați. In : Lucrările Simpozionului Internațional de Mecanisme și Metode de proiectare pe calculator, București, 7-15 iunie 1973
- [2]. Maros, D. și colectiv. Angrenaje melcate. București, Ed. tehnică, 1960.

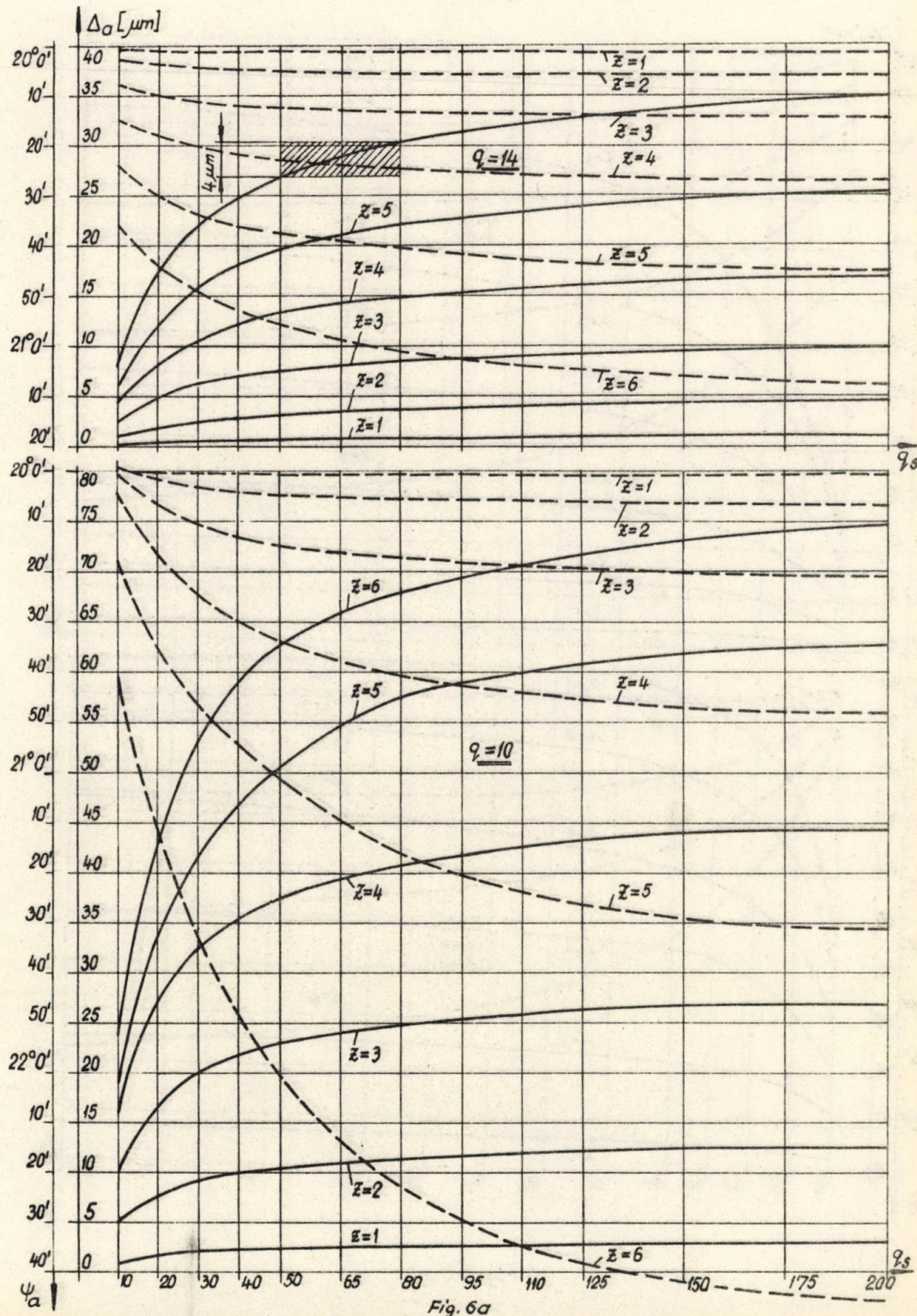


Fig. 6a

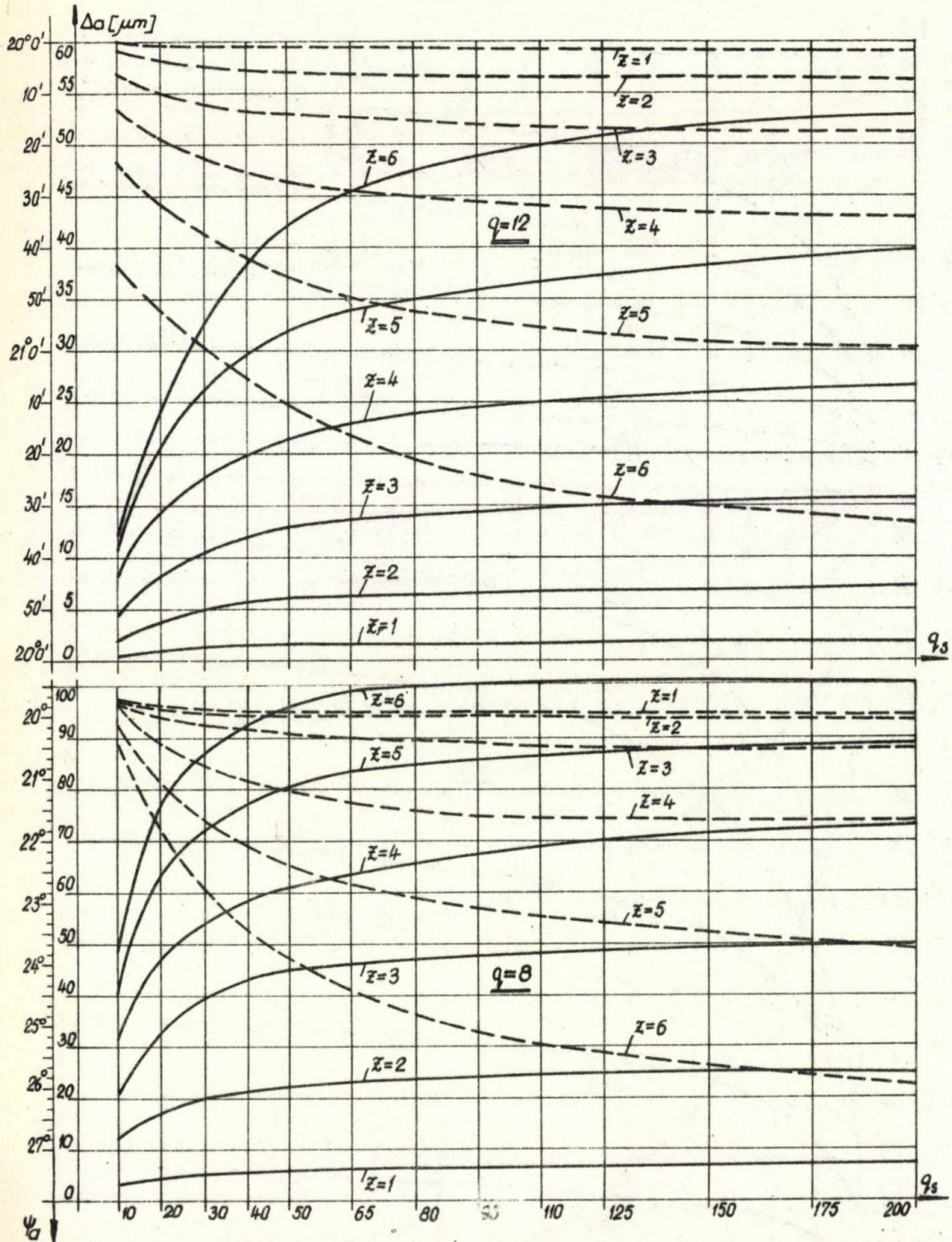


Fig. 6b

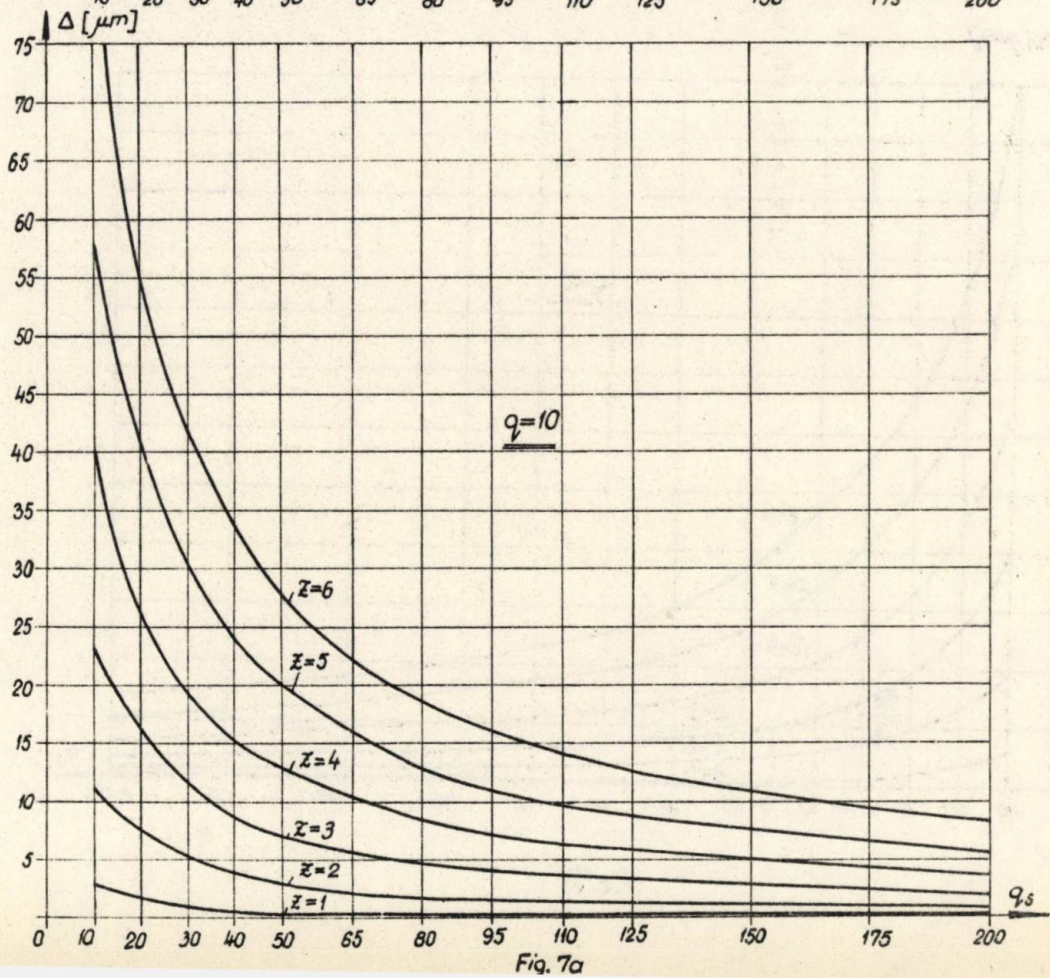
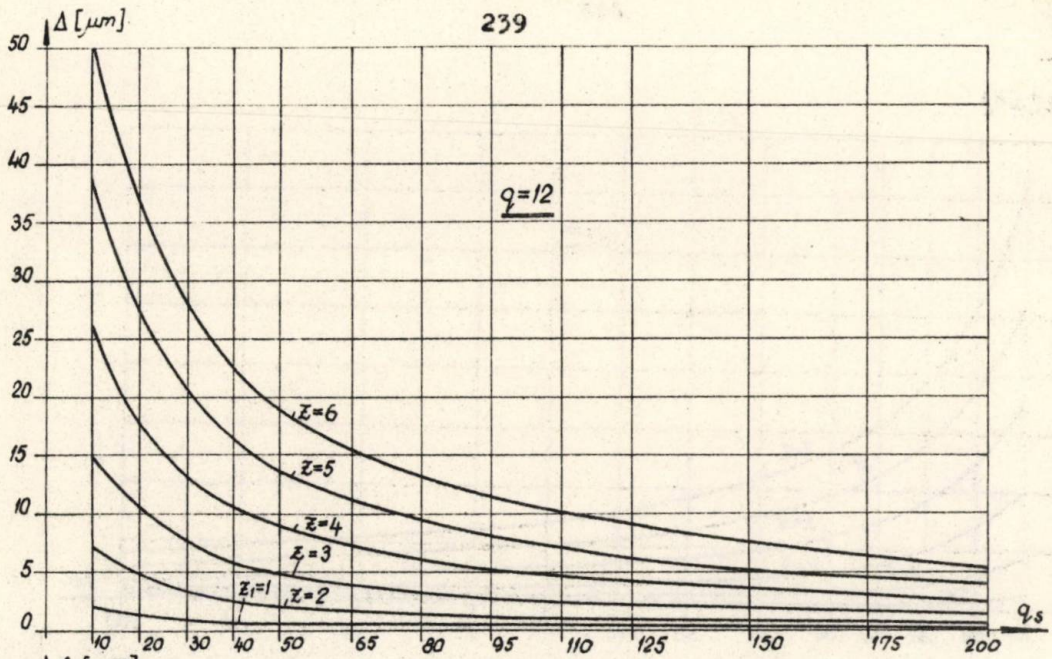


Fig. 7a

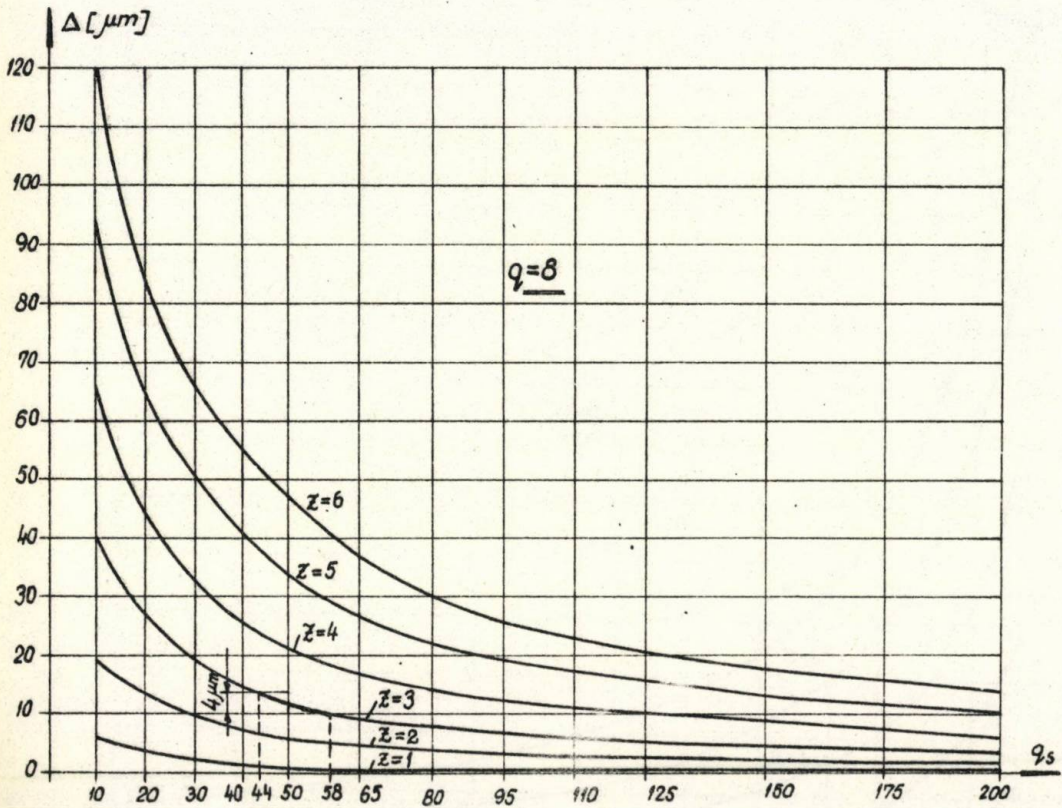
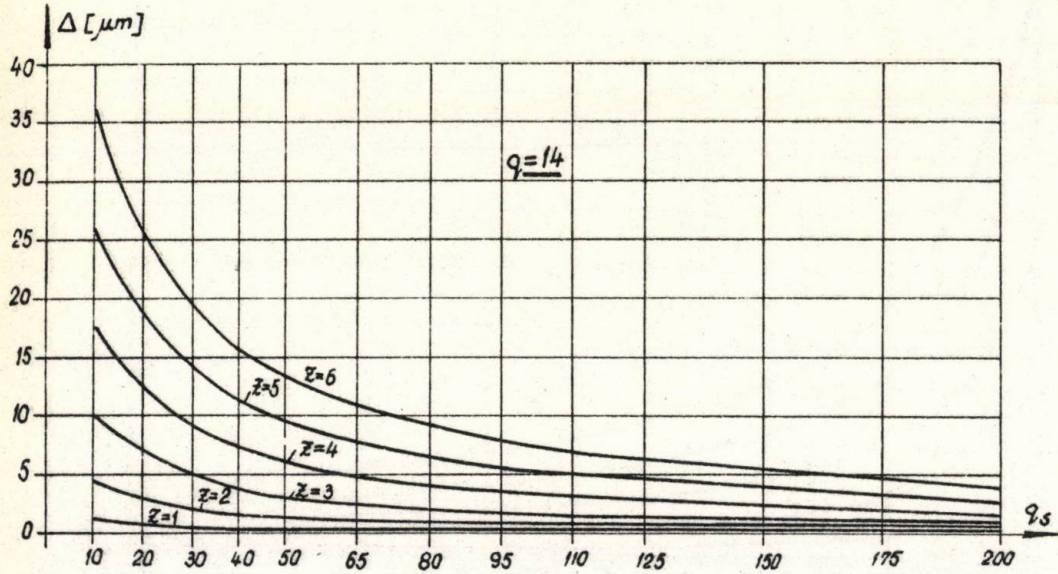


Fig. 7b

MAROS D., BOCIAN I., HANDRA-LUCA V., DALI A., CRISTU R.

ABATERILE DE FORMĂ ALE MELCILOR DE TIP SD FAȚĂ
DE MELCII EVOLVENTICI ȘI ARHIMEDICI

Rezumat

Se stabilesc ecuațiile suprafețelor generate de o sculă dublu conică și a profilelor din diferite secțiuni. Se determină o dreaptă care trece prin punctele extreme utile din secțiunea considerată și abaterea Δ dintre dreaptă și profil.

Abaterile maxime se reprezintă sub formă de diagrame și se trag o serie de concluzii practice.

FORMABWEICHUNGEN DER K SCHNECKEN GEGENÜBER DEN
E UND A SCHNECKEN

Zusammenfassung

Man legt die Gleichungen der von einem doppelkegeligen Werkzeug erzeugten Flanken als auch der Profile verschiedener Schnitte fest.

Sodann bestimmt man die Gerade die durch die, in dem angenommenen Schnitt befindlichen äussersten nutzbaren Punkte, läuft, sowie die Δ Abweichung zwischen dieser Geraden und dem Profil.

Die grössten Abweichungen stellt man graphisch dar und man zieht eine Reihe von praktischen Schlussfolgerungen.

PROFILE CONJUGATE IN ANGRENARE FRONTALA PLANA CU

RAPORT DE TRANSMITERE VARIABIL, EXPRIMATE

IN COORDONATE POLARE MOBILE NORMALE

Ing. T.A. Vasu, șef lucrări la
Universitatea din Brașov.

Definirea profilelor conjugate în angrenare frontală plană prin coordonate polare mobile normale, pentru cazul raportului de transmitere constant, este cunoscută în literatura de specialitate [1]. Simplitatea ecuațiilor de definire precum și posibilitatea demonstrării unor proprietăți ale angrenării frontale justifică extinderea acestui sistem de coordonate pentru cazul general al angrenării frontale plane cu raport de transmitere variabil.

Fie două elemente, 1 și 2, în mișcare de rotație în angrenare frontală plană cu raport de transmitere variabil (fig. 1). La un moment dat cele două profile conjugate sînt în contact în punctul Q, normala comună a acestora intersectînd dreapta centrelor de rotație $\overline{O_1 O_2}$ în punctul P, care este centrul instantaneu de rotație relativă, numit polul instantaneu al angrenării. Raportul de transmitere i_{12} fiind variabil punctul P este mobil pe dreapta $\overline{O_1 O_2}$, poziția acestuia fiind definită de

$$A = \overline{O_2 P} - \overline{O_1 P} ; \quad i_{12} = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_1 P}} \quad (1)$$

unde $O_1P=R_1$ și $O_2P=R_2$ sînt razele cercurilor instantanee de rostogolire, astfel că

$$\overline{O_1P} = \frac{1}{i_{12}-1} A; \quad \overline{O_2P} = \frac{i_{12}}{i_{12}-1} A. \quad (2)$$

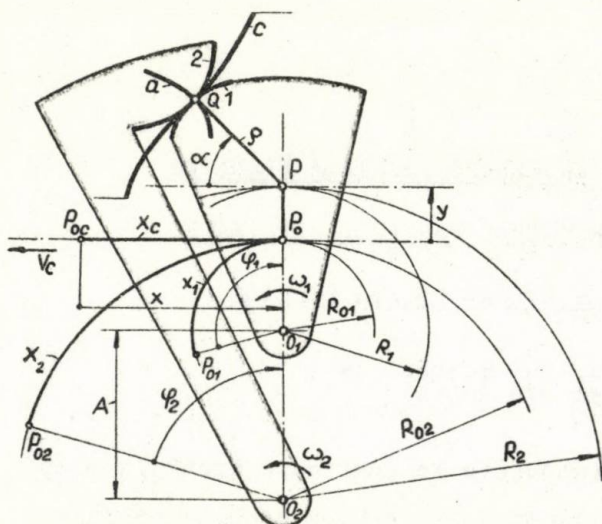


Fig. 1

normala comună p și unghiul instantaneu de angrenare α , care reprezintă coordonatele polare mobile normale ale liniei de angrenare Q .

Angrenării celor două elemente 1 se asociază o cremalieră teoretică a a cărei profil este conjugat celorlalte două. Această cremalieră are o mișcare de translație după o direcție normală la dreapta centrelor de rotație $\overline{O_1O_2}$, cu o viteză variabilă egală cu viteza celor două elemente în polul instantaneu al angrenării, astfel că

$$V_c = R_1\omega_1 = R_2\omega_2. \quad (3)$$

Analog angrenării frontale plane cu raport de transmitere constant, coordonatele p și α definesc profilul celor trei elemente 1, 2 și c , dacă polul mobil P este definit ca poziție în raport cu elementele respective, ceea ce se realizează prin

Sensul pozitiv al segmentelor $\overline{O_1P}$ și $\overline{O_2P}$ fiind cel din figură, rezultă evident că P se găsește între O_1 și O_2 când $i_{12} < 0$, iar pentru $i_{12} > 0$ acesta se găsește în afara segmentului $\overline{O_1O_2}$.

Punctul curent de contact Q este definit în raport cu polul instantaneu al angrenării P prin

y și x_1, x_2 , respectiv x_c . Pentru aceasta se consideră o poziție de referință a angrenării, careia îi corespunde un pol instantaneu al angrenării P_0 , punctele P_{01} , P_{02} și P_{0c} coincidând în acel moment cu P_0 , deci

$$A = \overline{O_2 P_0} - \overline{O_1 P_0} \quad ; \quad i_{012} = \frac{\overline{O_2 P_0}}{\overline{O_1 P_0}} \quad (4)$$

unde $O_1 P_0 = R_{01}$ și $O_2 P_0 = R_{02}$ sînt razele cercurilor instantanee de rotație corespunzătoare poziției de referință, astfel că

$$\overline{O_1 P_0} = \frac{1}{i_{012} - 1} A \quad , \quad \overline{O_2 P_0} = \frac{i_{012}}{i_{012} - 1} A \quad (5)$$

Observîndu-se că ρ, α și y sînt parametrii comuni pentru definirea profilelor conjugate, aceștia se definesc funcție de o aceeași variabilă independentă x , care convențional se alege ca fiind mărimea deplasării cremalierii asociate, adică

Linia de angrenare este deci definită față de polul fix P_0 prin ecuațiile:

$$\rho_a = \rho(x) \quad ; \quad \alpha_a = \alpha(x) \quad ; \quad y_a = y(x) \quad (6)$$

Profilul cremalierii asociate este definit (fig.2) prin x_c, y_c, α_c și ρ_c , care pentru a fi conjugat profilelor 1 și 2 trebuie să fie:

$$\rho_c = \rho(x) \quad ; \quad \alpha_c = \alpha(x) \quad ; \quad y_c = y(x) \quad ; \quad x_c = x \quad (7)$$

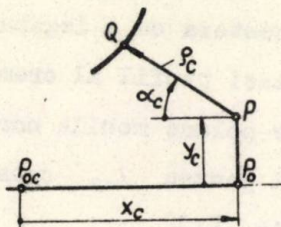


Fig.2

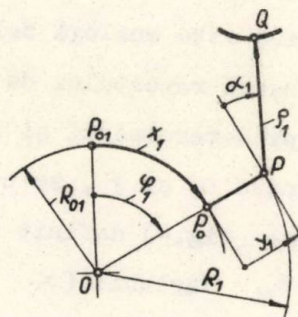


Fig.3

Profilul elementul 1 este definit (fig.3) de ecuațiile

$$\rho_1 = \rho(x); \alpha_1 = \alpha(x); y_1 = y(x); x_1 = x_1(x), \quad (8)$$

iar cel al elementului 2 de

$$\rho_2 = \rho(x); \alpha_2 = \alpha(x); y_2 = y(x); x_2 = x_2(x). \quad (9)$$

Legătura funcțională care există între x_1, x_2 și x_c definește legea de mișcare a celor trei elemente, unul din acestea fiind element conducător. Se remarcă însă că y definește poziția polului instantaneu al angrenării, ceea ce înseamnă că și acesta este funcție de aceeași lege de mișcare. Aceasta înseamnă că în relațiile de definire de mai sus există o supradeterminare, ceea ce permite eliminarea unuia din parametri și înlocuirea acestuia cu o legătură funcțională. Aceasta rezultă din însăși definirea cremalierii asociate, care are viteza de translație egală cu viteza elementelor 1 și 2 în polul angrenării, adică

$$v_c = \frac{\partial x_c}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = (R_{o1} + y) \omega_1,$$

de unde

$$y = \frac{\partial x}{\partial \varphi_1} - R_{o1}. \quad (10)$$

Tot în ecuațiile de definire a profilelor conjugate mai există o supradeterminare prin faptul că α orientează pe ρ , deși acesta este definit ca normal la profilele în contact. Această supradeterminare este analogă celei de la definirea profilelor conjugate în cazul raportului de transmitere constant [1]. Pentru eliminarea supradeterminării și înlocuirii acesteia cu o legătură funcțională între α și ρ , se consideră același profil al cremalierii asociate (fig.4) definit în coordonate polare mobile normala pentru φ_{12} variabil (x_c, y_c, α, ρ) și pentru φ_{12} constant (x'_c, α', ρ'), în care caz există condiția [1]

$$\frac{\partial \rho'}{\partial x'_c} = \cos \alpha'. \quad (11)$$

De asemenea se remarcă egalitatea $\alpha = \alpha'$, căci ρ_c și ρ_c' sînt normale la profil în același punct.

Din figură rezultă

$$x'_c = x_c + \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad \rho'(x'_c) = \rho(x_c) + \frac{y}{\sin \alpha}, \quad (12)$$

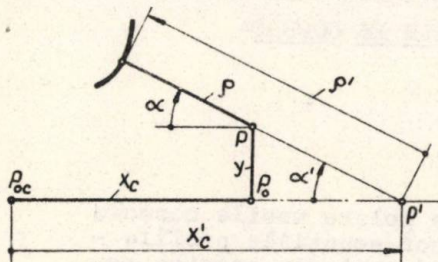


Fig. 4

astfel

$$\cos \alpha = \frac{\partial [\rho(x_c) + \frac{y}{\sin \alpha}]}{\partial [x_c + \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha}]} = \frac{\frac{\partial \rho(x_c)}{\partial x_c} + \frac{\partial \frac{y}{\sin \alpha}}{\partial x_c}}{1 + \frac{\partial \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha}}{\partial x_c}},$$

de unde, ținînd seama că $x_c = x$, rezultă

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \cos \alpha + \cos \alpha \frac{\partial \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha}}{\partial x} - \frac{\partial \frac{y}{\sin \alpha}}{\partial x}. \quad (13)$$

În această relație însă

$$\frac{\partial \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha}}{\partial x} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\partial y}{\partial x} - y \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x}}{\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{\sin^2 \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x},$$

iar

$$\frac{\partial \frac{y}{\sin \alpha}}{\partial x} = \frac{\sin \alpha \frac{\partial y}{\partial x} - y \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x}}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial y}{\partial x} - y \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x},$$

astfel că

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \cos \alpha - \sin \alpha \frac{\partial y}{\partial x}, \quad (14)$$

relația care definește pe α , știind că

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial (\frac{\partial x}{\partial \varphi_1} - R_{o1})}{\partial x} = \frac{\partial^2 x}{\partial \varphi_1^2} \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = \frac{\partial^2 x}{\partial \varphi_1^2} \cdot \frac{1}{y + R_{o1}}. \quad (15)$$

Legea de mișcare a celor trei elemente 1, 2 și c este definită de funcțiile $x_1 = x_1(x)$ și $x_2 = x_2(x)$, de unde prin eliminarea lui x se poate obține

$$x_2 = F(x_1). \quad (16)$$

Bibliografie

- [1]. Vasu, T.A. Profile conjugate în angrenare frontală plană exprimate în coordonate polare mobile. În: IFTOMM, Simpozionul internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator, București, 1973.

VASU, T.A.

PROFILE CONJUGATE IN ANGRENARE FRONTALA PLANA CU RAPORT
DE TRANSMITERE VARIABIL EXPRIMATE IN COORDO-
NATE POLARE MOBILE

-Rezumat-

Studiul acestor profile în coordonate polare mobile normale se remarcă prin simplitate. Se determină ușor ecuațiile profilelor conjugate și a liniei de angrenare când unul din acestea este definit. Se demonstrează unele proprietăți ale angrenajelor.

PROFILS CONJUGUÉS DANS L'ENGRENEMENT FRONTAL PLAN
AVEQUE RAPPORT DE TRANSMISSION VARIABLE EXPRIMÉ
EN COORDONNÉES POLAIRES MOBILES

-Résumé-

L'étude de ces profils dans les coordonnées polaires mobiles normales se relève sa simplicité. On détermine facilement les équations des profils conjugués et celles de la ligne d'engrènement, si l'une d'elle est définie. On démontre quelques-unes des propriétés des engrenages.

SISTEMATIZAREA COMBINATORICA A CUPLAJELOR CU FUNCTIISIMPLE

Dr.ing.I.Drăghici, conferențiar la Universitatea
din Brașov,

Ing.S.Bobancu, asistent la Universitatea din Brașov,

Ing.E.Chișu, asistent la Universitatea din Brașov.

Cuplajele - organe de mașini prin intermediul cărora mișcarea de rotație se transmite, în general, fără a fi modificată (transformată) - se întrebuintează pe scară largă în construcția de mașini, de corecta alegere a cuplajului depinzând - în mare măsură - funcționarea sigură și îndelungată a sistemului respectiv.

În literatura mondială nu s-a elaborat - pînă în prezent - o sistematizare care să permită abordarea analizei și sintezei structurale a acestora, existînd doar o serie de clasificări organologice^{x)} [1-6].

În cele ce urmează, se prezintă un criteriu original de sistematizare, constînd din stabilirea principalelor funcții

^{x)} Tipologice.

simple^{x)} și asocierea ulterioară a combinațiilor corespunzătoare de funcții pentru fiecare tip de cuplaj.

În prezenta lucrare, se studiază numai cuplajele simple - denumite generic, în continuare, cuplaje - care formează unități simple din punct de vedere structural, unități ce nu pot forma combinații de unități similare mai simple.

1. Funcțiile simple ale cuplajelor

Analiza clasificărilor existente [1 - 6] și a rolurilor independente ale cuplajelor a scos în evidență următoarele funcții simple principale ale acestora:

- a. transmitere de mișcare, respectiv de moment de torsiune;
- b. comandă a mișcării;
- c. limitare de sarcină, existînd următoarele situații de limitare: cu întreruperea fluxului cinematic, cu întreruperea temporară a fluxului și fără întrerupere;
- d. protecția împotriva vibrațiilor și șocurilor;
- e. compensare a erorilor de execuție și montaj;
- f. montarea paralelă sau concurentă, permițînd deplasări însemnate ale arborilor și mobilitatea acestora în timpul funcționării;
- g. limitare de turație, putînd fi o limitare maximală ($n_{\max}$) și o limitare minimală ($n_{\min}$);
- h. transmitere unisens a mișcării.

Pentru a reprezenta grafic, sintetic și sugestiv, combinațiile de funcții simple aferente oricărui tip de cuplaj, fiecare din cele opt funcții simple se asociază cîte unei laturi a unui

^{x)} Echivalente cu parametrii funcționali.

octogon regulat (fig.1).

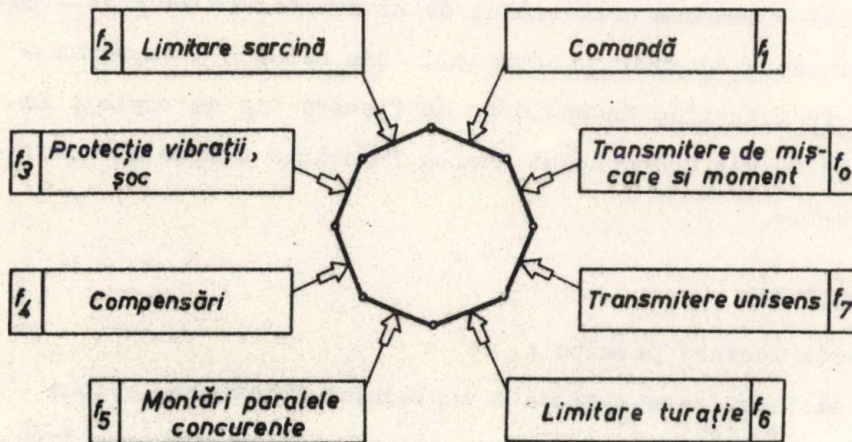


Fig.1

2. Sistematizarea combinatorică a cuplajelor

Numărul total de combinații posibile ale funcțiilor simple se poate determina cu relația (1):

$$N = 1 + \sum_1^7 C_7^j = 2 \left(1 + \sum_1^3 C_7^k \right) = 128, \quad (1)$$

în care: $C_7^j (C_7^k)$ reprezintă combinațiile posibile a $j(k)$ funcții simple distincte.

Din relația (1) se poate constata că funcția simplă de transmitere de mișcare, respectiv de moment este comună absolut tuturor cuplajelor.

Combinațiile posibile rezultate sînt reprezentate grafic în fig.2, cuplajele existente cunoscute fiind notate prin balustrarea centrului octogonului; se poate vedea proporția dintre tipurile de cuplaje posibile teoretic și cele existente practic.

3. Analiza cuplajelor existente în baza criteriului propus de sistematizare

Folosind clasificarea organologică uzitată [1-6], în tabelul 1 se prezintă - conform criteriului de sistematizare adoptat - cuplajele existente cunoscute, octogonul din coloana 5 reprezintă sintetic funcțiile îndeplinite de fiecare tip de cuplaj; laturile înegrite ale octogonului indică funcțiile simple ale cuplajului respectiv.

4. Concluzii

Prezenta lucrare permite :

- o sistematizare strictă a cuplajelor existente, precum și găsirea acelor combinații de funcții simple, pentru care, încă, nu s-au realizat cuplaje;
- alegerea corectă a tipului de cuplaj, adecvat scopului propus, cunoscând parametrii funcționali care trebuie îndepliniți;
- crearea unor noi tipuri de cuplaje, luând în considerare combinația funcțiilor simple, care trebuie realizată;
- abordarea riguroasă - din punct de vedere structural - a tuturor tipurilor existente sau propuse de cuplaje combinate.

Bibliografie

- [1]. Boiangiu, D.ș.a. Cuplaje. București, Editura tehnică, 1962.
- [2]. Bolek, A.ș.a. Hridelové spojky. Praha, SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1967.
- [3]. Pampel, W. Kupplungen. Band I. Berlin, VEB Verlag technik, 1958.
- [4]. Poliakov, V.A. și Barbaș, I.D. Mufti. Moscova, Mașghiz, 1964.
- [5]. Schalitz, A. Kupplungs - Atlas. Ludwigsburg/Württ., AGT-Verlag Georg Thum, 1969.
- [6]. Stübner, K. și Rüggen, W. Kupplungen (Einsatz und Berechnung). München, Carl Hanser Verlag, 1961.

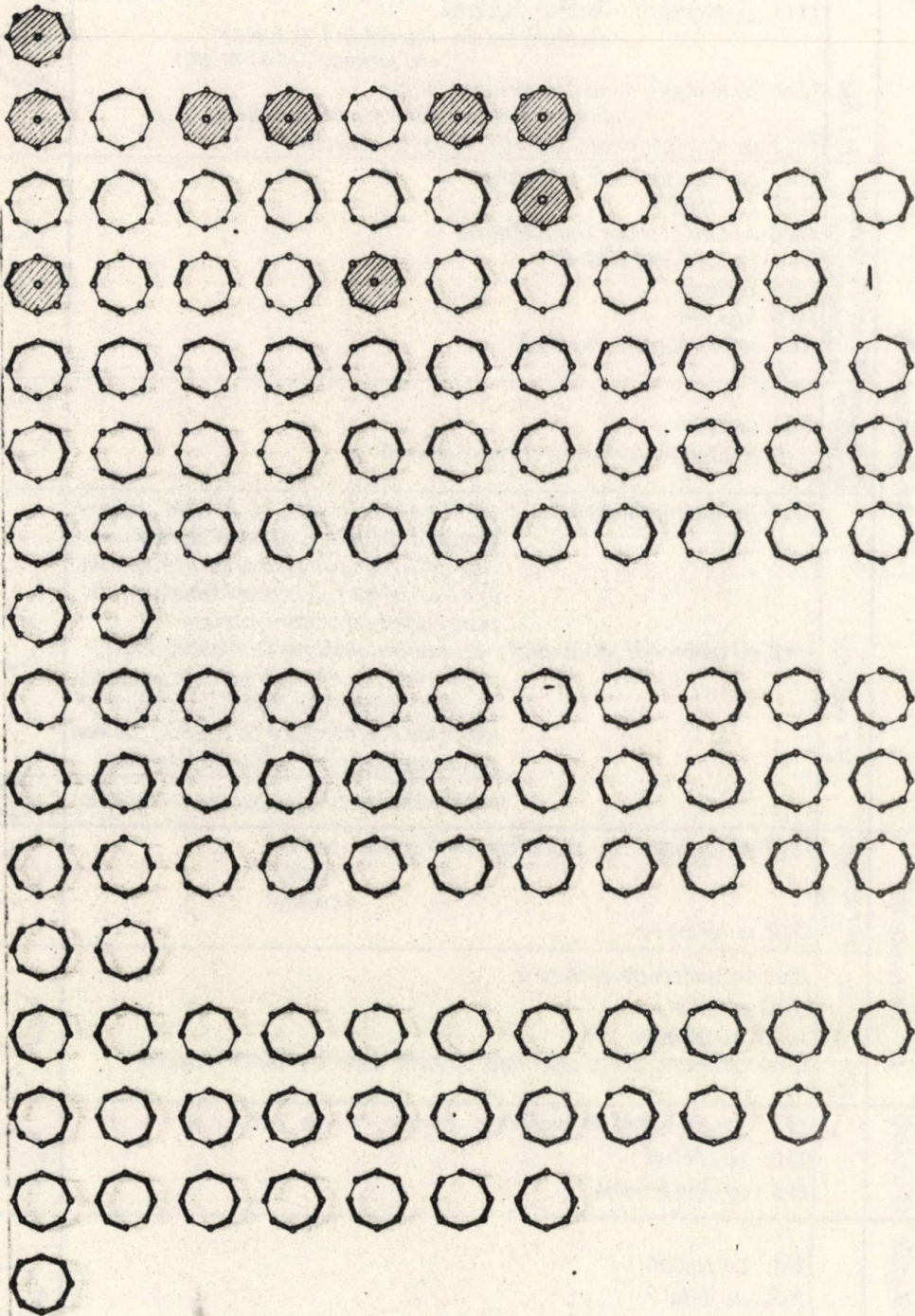


Fig.2

1	2	3	4	5
1 mecanice	1.1. permanente	11.1 fixe	11.1.1. cu manșon: - dintr-o bucată - din două bucăți - cu colier (tip Selers) - cu șuruburi (STAS 870-85) 11.1.2 cu flanșe: - montaj șuruburi cu joc - montaj șuruburi fără joc (STAS 769-85) 11.1.3 cu dinți frontali (tip Hirth, Gleason-Curvie)	
		11.2 compensatoare la abateri (rigide)	11.2.1 cu manșon dintr-o bucată 11.2.2 cu ghiore 11.2.3 cu disc în cruce (tip Oldham) 11.2.4 dințat (STAS 6589-65) 11.2.5 cu lanț 11.2.6 Rigiflex 11.2.7 cu membrană metalică	
		11.3 compens. la montaj (ri- gide)	11.3.1 cardanic 11.3.2 cu placă intermediară (tip Schmidt)	
		11.4 elastice	11.4.1 cu elemente metalice: cu bare (tip Forst), cu lamele, cu arc șerpuit (tip Bibby), cu bară de torsiune (tip Voith-Maurer), cu arcuri elicoidale (tip Cardeflex), cu arcuri lamelare dis- puse radial, cu arcuri manșon. 11.4.2 cu elemente nemetalice: cu bolțuri și elemente elastice (STAS - 5982-66), cu elemente elastice supuse la compresiune (tip Holset), cu ghiare și elemente intermediare de cauciuc, cu man- șon de cauciuc tip Periflex - tip Radoflex cu elemente de cauciuc supuse la răsucire	 
		12.1 coman- date	12.1.1 ambreiaje: cu suprafața de frecare: - conică - radială - axială 12.1.2 cu gheare	
		12.2 automa- te	12.2.1 cu știfturi de forfecare 12.2.2 cu bile 12.2.3 cu ghiare 12.2.4 cu fricțiune - cu suprafața de lucru conică, radială, axială	
	13 unisens		13.1 cu elemente de împănare - cu bile, cu role, alte forme 13.2 cu clichet 13.3 cu dinți frontali	
	14 centrifugale		14.1 cu saboți 14.2 cu bile	

DRAGHICI, I., BOBANCU, S., CHISU, E.,

SISTEMATIZAREA COMBINATORICA A CUPLAJELOR

CU FUNCTII SIMPLE

Rezumat

Se prezintă un criteriu original de sistematizare, constînd din stabilirea principalelor funcții simple - echivalente cu parametrii funcționali - și asocierea ulterioară a combinațiilor corespunzătoare de funcții pentru fiecare tip de cuplaj.

SYSTEMATIZATION OF SIMPLE FUNCTION COUPLINGS

Summary

An original criterion for systematization is presented which consists in establishing the main simple functions - equivalent with the functional parameters - and afterwards associating the corresponding combinations of functions for each type of coupling.



STAND PENTRU ANGRENAJE

Ing.G.Miloiu - Uzina Neptun Cimpina

Este cunoscut [3 , de pildă] că erorile de execuție, ungerea și răcirea angrenajelor influențează hotărâtor performanțele acestora. Deoarece aceste influențe nu pot fi evaluate satisfăcător de calcul, stabilirea capacității portante și randamentului angrenajelor este o problemă de cercetare experimentală.

Standurile utilizate (fig.1) sînt în general cu flux energetic închis (mecanic - c, electric - d), consumul de energie fiind de zeci de ori mai mic decît la standurile cu flux energetic deschis (mecanic - a, electric - b). Mai simple constructiv și mai sigure în exploatare, standurile cu flux energetic mecanic închis (fig.1, c) sînt foarte mult folosite. Dintre standurile cu flux energetic mecanic închis (fig.2) cele mai bune condiții de experimentare asigură standurile cu cuplaj torsional [1]. Construcția standurilor cu cuplaj torsional (fig.3) cuprinde două reductoare (1; 2) cu rapoarte de transmitere identice (1 - cu angrenajul de încercat; 2 -

cu angrenajul "de întoarcere"), cu arborii cuplați, astfel că se obține un contur(cadru) format din angrenaje și arbori; încărcarea este dată de cuplajul 3 și indicată de sistemul de măsurare 4.

În vederea asigurării unor condiții corecte de experimentare și reproductibilitatea rezultatelor pe diverse construcții de standuri, standurile de angrenaje trebuie să prezinte următoarele atribute:

1. Angrenajul de încercat să fie dispus în reductorul depărtat de motor, sistemul de măsurare a încărcării pe arborile de turație mare, sensul de rotație al motorului să fie astfel ca circulația fluxului energetic să fie de la reductorul de lângă motor spre reductorul depărtat de motor [1] .
2. Să păstreze timp îndelungat aceeași încărcare.
3. Să permită măsurarea încărcării în mișcare.
4. Să fie simplu constructiv.
5. Angrenajul "de întoarcere" să fie de o precizie cât mai mare pentru a nu perturba condițiile de lucru al angrenajului de încercat(sarcinile dinamice).
6. Să evite folosirea altor angrenaje decât cele "de încercat" și "de întoarcere"(tot pentru a nu introduce solicitări dinamice suplimentare).
7. Roțile de încercat să nu fie în angrenare și cu alte roți, căci este imposibilă separarea influenței erorilor de execuție.

8. Sistemele de realizare și de măsurare a încărcării să nu influențeze condițiile de rezemare ale arborilor pe care sînt fixate roțile de încercat.

9. Să nu lucreze în regim de rezonanță.

Respectarea condițiilor 2, 6 și 7 depinde exclusiv de construcția sistemului de realizare a încărcării în stand, iar a condiției 3 exclusiv de sistemul de măsurare a încărcării. Împreună, cele două sisteme determină respectarea condițiilor 4 și 8. Pentru standurile cu cuplaj torsional, în tabelul 1, analiza condițiilor de mai sus este detaliată pe cuplajele torsionale cunoscute (fig.5...8). Se desprinde concluzia că cele mai bune condiții de experimentare sînt asigurate de standurile cu cuplaj torsional fix.

Prin cuplajele torsionale cunoscute încărcarea se obține greoi și cu efort manual mare. Cuplajul brevetat în [2] elimină aceste dezavantaje. Acest cuplaj este prezentat în fig.9 și 10 (notațiile sînt comune). Detaliile principale ale acestui cuplaj sînt: flangele 1 și 2, bolțurile 3 (cite două pe fiecare flangă, diametral), penele duble 4 și 5, gurubul de acționare, cu filet dreapta - stînga, 6. La acționarea într-un sens a gurubului 6, penele 4 și 5 sînt apropiate și, forțînd pe cele patru bolțuri, produc rotirea relativă a flanșelor, iar la rotirea în sens invers a gurubului are loc descărcarea cuplajului. Asigurarea penelor duble este realizată de contrapiulițele 7. Pentru ca subansamblul gurub 6 - pene 4-5 să nu fie aruncat din cuplaj în cazul

cînd se produce descărcarea bruscă a standului (ruperi de dinți la angrenaje) sau cînd standul este pornit fără a apropia penele pe bolțuri, este prevăzută următoarea siguranță: gurbul de acționare este trecut prin bolțul 8, rezemat pe flange; într-un sens gurbul este reținut printr-un umăr, iar în celălalt sens prin inelul filetat 9, asigurat prin splintul 10.

În vederea micșorării efortului necesar la tensionarea cuplajului, penele duble nu se sprijină direct pe bolțuri, ci pe rulmenți cu ace (11).

Schimbarea sensului momentului de torsionare, adică a flancurilor solicitate ale angrenajelor, se obține prin schimbarea cu 90° a poziției gurbului de tensionare.

Pe baza sistemului de forțe din fig. 9, corelația dintre momentul la gurbul de acționare M_a și momentul creat în conturul standului, M , este:

$$M = \left[\frac{D_0}{2d_2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \tan(\alpha_2 + \varphi)} \right] \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\delta}{2}\right) \cdot M_a,$$

în care D_0 este diametrul cercului de dispunere a bolțurilor, d_2 - diametrul mediu al filetului gurbului de acționare; α_2 - unghiul mediu al spirei gurbului de acționare; φ - unghiul de frecare în cupla elicoidală șurub - pene; δ - unghiul penei duble; ψ - unghiul de poziție a bolțurilor față de axa gurbului de acționare.

În relația de mai sus, în paranteză mare au fost grupați factorii constanți: caracteristica cuplajului K . Unghiul de poziție ψ are valori în jurul a 45° , ceea ce permite a considera practic constantă caracteristica de amplificarea a cuplajului -

$K \cos(\psi - \frac{\phi}{2})$. Cuplajul descris asigură amplificări foarte mari (peste 30) și permite realizarea comodă și rapidă a încărcării dorite în stand.

Utilizând cuplajul descris, la uzina Neptun Cîmpina s-au realizat standuri a căror schemă este dată în fig.11, unde s-au notat: 1 - motor electric oscilant, 2 și 8 - cuplaje elastice, 3 - reductor cu angrenajul "de întoarcere", 4 - reductor cu angrenajul "de încercat", 5 - cuplaje dințate, 6 - cuplaj fix, 7 - cuplaj torsional, 9 - reductor melcat, 10 - numărător cu șase cifre, 11 - traductor indictor de moment, 12 - punte electronică multicanal, 13 - milivoltmetru, 14 - înregistrator în ultraviolet, 15 - bară elastică de ancorare a motorului, 16 - traductor rezistiv, 17 - termorezistențe, 18 - înregistrator automat de temperatură, 19 - indicator de turajie, 20 - tablou electric de comandă, 21 - transmisie cu curele, 22 - traductor inductiv de distanță.

În vederea omologării standului s-au efectuat verificările din fig.12.

Pentru verificarea calității reductorului în care se dispune angrenajul de încercat, în acest reductor s-a montat un angrenaj cu dinți dreapți de precizie mare (clasa 5- STAS 6273-60) și s-a măsurat pata de contact (prelucrare după Niemann și Richter); dacă pata de contact este peste 70%, reductorul corespunde.

Pentru verificarea bătaii radiale a cuplajelor s-au folosit traductoare inductive de distanță.

Variația încărcării în timp s-a făcut urmărind periodic indicațiile punții de măsură. S-a constatat o micșorare a încărcă-

rii de circa 5% în primele minute de funcționare, după care încărcarea nu mai se schimbă practic.

Pentru cercetarea variației momentului în circuit—verificare globală a calităților standului—s-a înregistrat acest moment la diverse încărcări, constatându-se fluctuații mici—circa 10% (virfurile reprezintă sarcinile dinamice în angrenaje) - fig. 13.

Pentru a verifica dacă standul nu lucrează în regim de rezonanță, se înregistrează momentul în circuit la diverse turații (antrenare cu curele de turații între 500 și 1500 rot/min).

Pe standul prezentat se fac cercetări asupra capacității portante, încălzirii și randamentului angrenajelor cilindrice.

B i b l i o g r a f i e

- [1]. Miloiu, G. Versuche an Zahnradgetrieben auf Verspannungsprüfständen. In: Antriebstechnik, 12(1973), Nr.4, p. 109 - 115.
- [2]. Miloiu, G. Stand pentru încercarea reductoarelor (Uz. Neptun Cîmpina). Brevet R.S.R., cl. G01 m, 1/06, 42 K 21/02, Nr. 55168, 18.04.70, 25.12.72.
- [3]. Sauer, L. ș.a. Angrenaje. București, Ed. Tehnică, 1970.

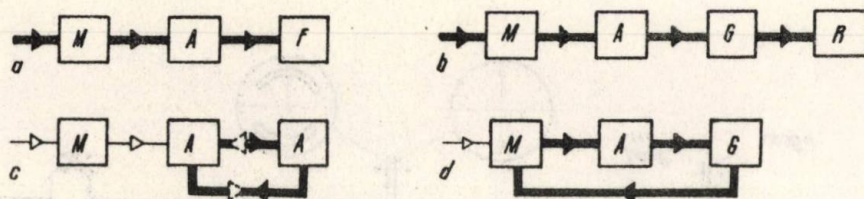


Fig. 1. Schemele structurale ale standurilor pentru cercetarea angrenajelor (A - angrenaj; M - motor electric; G - generator electric; R - rezistență electrică; F - frână)

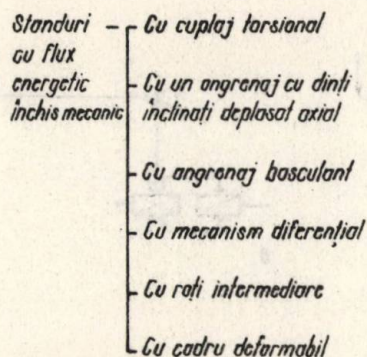


Fig. 2. Clasificarea standurilor cu flux energetic mecanic închis

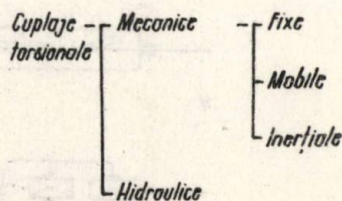


Fig. 4. Clasificarea cuplajelor torsionale utilizate la standurile de angrenaje

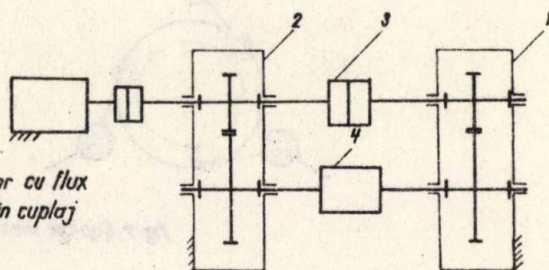
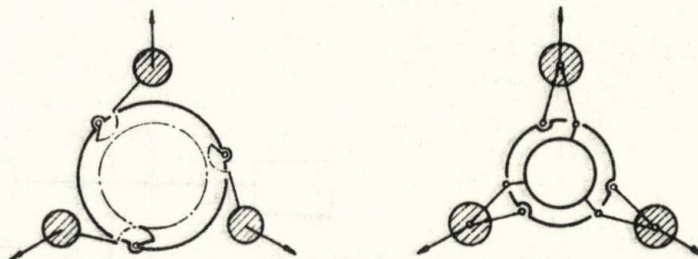
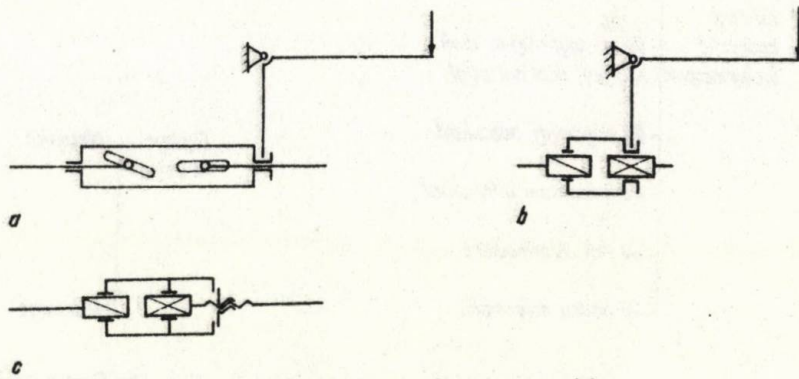
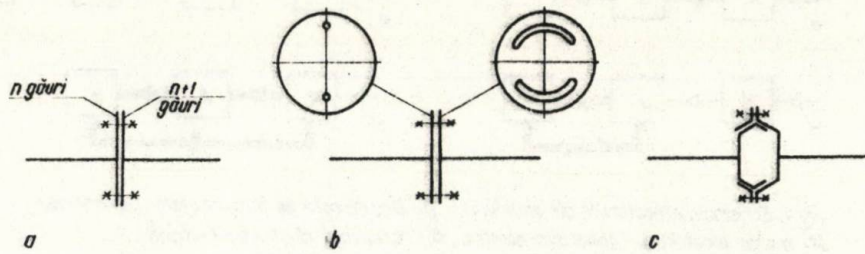


Fig. 3. Schema de principiu a standurilor cu flux energetic închis mecanic cu încărcare prin cuplaj torsional



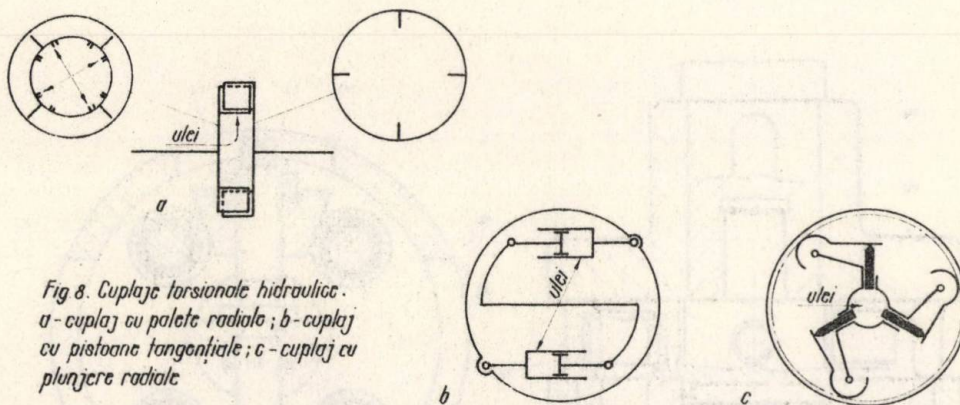


Fig. 8. Cuplaje torsionale hidraulice.
a - cuplaj cu palete radiale; b - cuplaj
cu pistoane tangențiale; c - cuplaj cu
plunjeri radiale

Tabelul 1

Analiza construcției standurilor cu încărcare prin cuplaj torsional și a condițiilor de experimentare pe aceste standuri

Sistemul de încărcare					Sistemul de măsurare a încărcării	Condiții de experimentare
Tipul	Construcția	Echilibrarea	Schimbare încărcare	Evoluția încărcării		
Cuplaj fix Fig. 5, a Fig. 5, b Fig. 5, c	Simplă	Fără dificultăți	În repaus, în trepte	Se micșorează din cauza uzării raților; la standurile cu arbori lungi schimbarea este neînsemnată pentru $10^6 \dots 10^7$ rotații	Bară de torsiune, tra- ductor inductiv, tra- ductor rezistiv	Corecte
			În repaus, orice încărc.			
			În repaus, orice încărcare			
Cuplaj mobil (fig. 6)	Relativ simplă	Fără dificultăți	În repaus sau în miș- care, în trepte sau continuu - fig. 6, a și b; în repaus, orice încărc- care - fig. 6, c	Se menține constantă - fig. 6, a și b; pentru fig. 6, c - v. abs. de la standurile cu cuplaj fix	Bară de torsiune, tra- ductor inductiv, tra- ductor rezistiv. La fig. 6, a și b și prin calcul	Corecte, dacă se asigură o per- fectă aliniere a axelor angrenajelor
Cuplaj inercial (fig. 7)	Relativ complicată	Dificilă	În repaus - în trepte prin schimbarea ma- seilor centrifugate. În mișcare - în trepte sau continuu prin schimbarea turației	Dacă turația este constantă, se va men- ține constantă și încărcarea	Traductor inductiv, traductor rezistiv, prin calcul - cunoscând valoarea efectivă a turației	Încorecte: cu- plajele inerțiale diminuiază sar- cinile dinamice
Cuplaj hidraulic (fig. 8)	Relativ complicată	Dificilă	În repaus sau în miș- care, în trepte sau continuu	Se menține constantă dacă presiunea în sistemul de încărcare se menține constantă	Indirect, prin măsu- rarea presiunii în sistemul de încărcare	Corecte

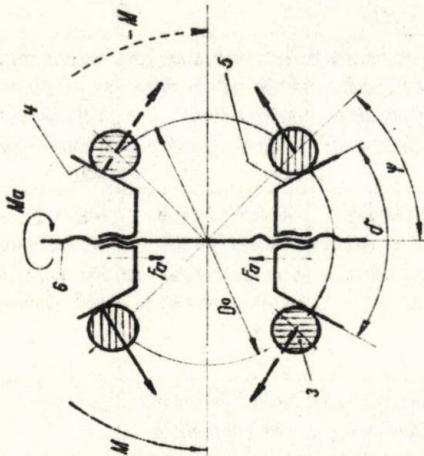
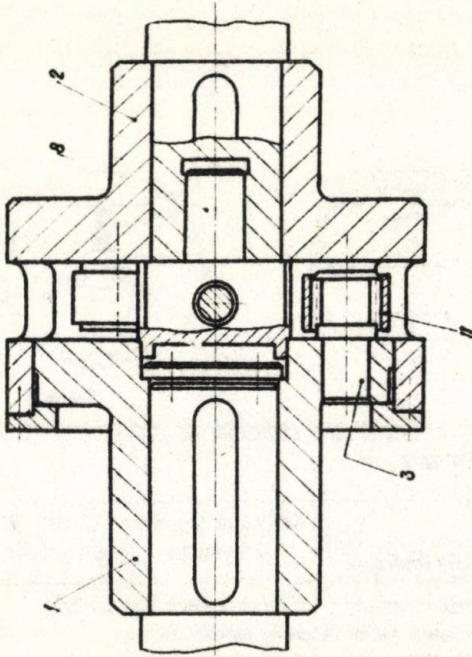


Fig. 9. Schema de principiu a cuplajului torsional
brevetat în [2]

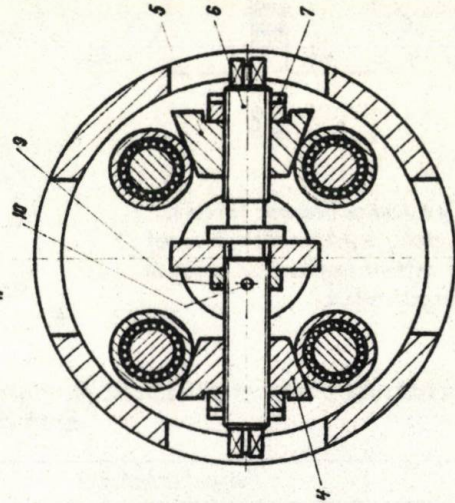


Fig. 10. Construcția cuplajului torsional brevetat în [2]

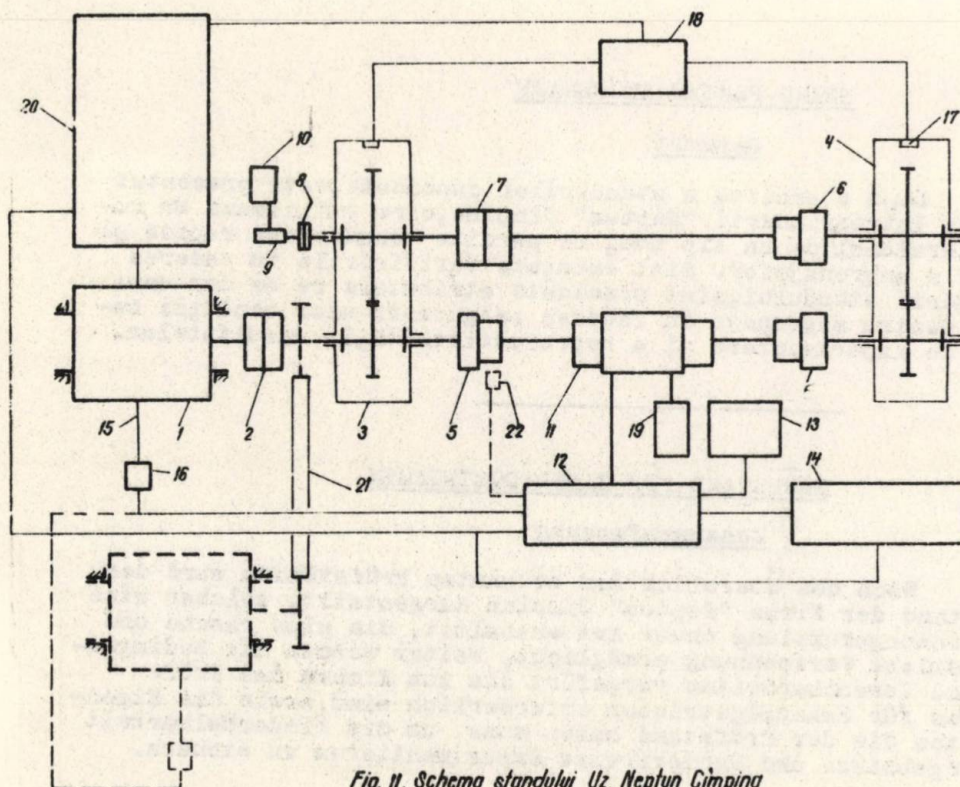


Fig. 11. Schema standului Uz. Neptun Cîmpina

Verificări stand—

- Calitatea reductoarelor
- Bătăia radială a cuplajelor
- Variația momentului în timp
- Variația momentului în circuit
- Evitarea regimului de rezonanță

Fig. 12. Verificări pentru omologarea unui stand de angrenaje

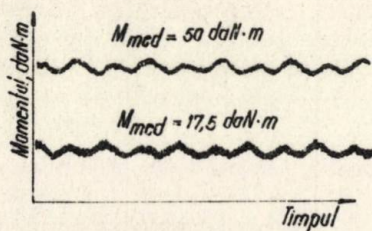


Fig. 13. Variația momentului în circuit la $n_1 = 1000 \text{ rot/min}$ (viteza înregistrării 100 mm/s)

MILOIU G.

STAND PENTRU ANGRENAJERezumat

După o analiză a standurilor cunoscute, este prezentat standul Intreprinderii "Neptun" Cimpina, care utilizează un cuplaj torsional de un tip nou, ce permite tensionarea rapidă și comodă a angrenajelor. Sînt enunțate verificările în vederea omologării standului, sînt precizate atributele ce se cer unui stand pentru angrenaje în vederea asigurării unor condiții corecte de experimentare și a reproductibilității rezultatelor.

PRÜFSTAND FÜR ZAHNRADGETRIEBENZusammenfassung

Nach dem Überblick der bekannten Prüfständen wird der Prüfstand der Firma "Neptun" Cimpina dargestellt, welcher eine Verspannungskupplung neuer Art enthält, die eine rasche und problemlose Verspannung ermöglicht. Weiter werden die Bedingungen und Versuchsarbeiten vorgeführt die zum Eichen des Prüfstandes für Zahnradgetrieben erforderlich sind, sowie die Eigenschaften die der Prüfstand haben muss um die Wiederholbarkeit der Ergebnisse und Fehlerfreies Experimentieren zu sichern.

O METODA ANALITICA PENTRU CALCULUL ARCURILOR MULTILAMELARE
CU CAPAT ALUNECATOR SI SPRIJINITE PE UN ARC CU
UN SINGUR BRAT (SCHOMÄCKER)

Dr.ing. I. Drăghici, conferențiar la Universitatea
din Brașov,

Ing. I. Achiriloaie, asistent la Universitatea din
Brașov,

Ing. E. Chișu, asistent la Universitatea din Brașov.

1. Suspensia lamelară de tip Schomäcker^{x)} [5] - formată dintr-un arc multilamelar cu capăt alunecător și sprijinit pe un arc cu un singur braț - obține, aproape pentru tot domeniul de încărcare, o rigiditate constantă, adică o frecvență proprie constantă [1]. Arcul principal 1 (fig. 1, a) este asemănător arcului cu capăt alunecător, deosebindu-se doar prin faptul că - la Schomäcker - capătul liber 2 se reazemă pe arcul suplimentar 3, dispus în consolă; arcul suplimentar, foarte elastic, este fixat pe șasiu. Pentru evitarea desprinderii arcului principal - foarte frecventă la astfel de suspensii când se circulă cu sarcină parțială - mișcarea în jos a acestuia este limitată de rola 4 sau de un manșon

^{x)} În Anglia este denumită Cary-Laminaire [3, 4].

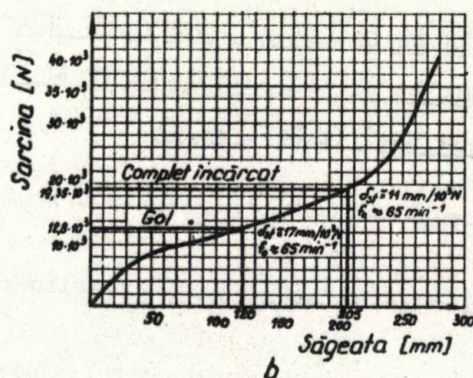
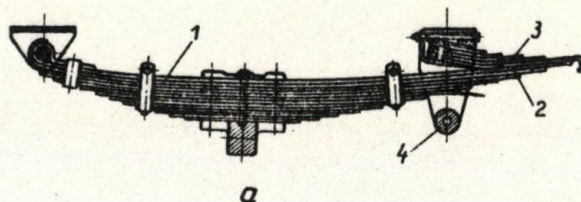


Fig.1

de cauciuc [4].

O îmbunătățire ulterioară a fost adusă prin comprimarea inițială a arcului principal, la autovehiculul fără sarcină utilă. Spre exemplificare, în fig.1,b se prezintă caracteristica unui astfel de arc, montat la axa din spate a unui autovehicul sanitar [5].

În stare neîncărcată (autovehiculul gol), arcul principal și arcul suplimentar sînt în contact numai la extremități; se obține astfel o rigiditate mică și săgeți maxime la ambele arcuri. Pe măsură ce sarcina se mărește, contactul celor două arcuri se deplasează spre punctul fix de sprijin, astfel încît lungimea efectivă a arcurilor se micșorează, sistemul rigidizîndu-se progresiv. În stare complet încărcat, arcul suplimentar nu mai funcționează, arcul principal fiind rezemat pe partea rigidă (fixă) a arcului su-

plimentar, sistemul transformându-se, deci, într-o suspensie obișnuită.

Rezumând avantajele suspensiei Schomäcker, se poate spune că [1,5] aceasta asigură un confort și o ținută de drum mai bune, comparativ cu suspensia lamelară obișnuită, precum și o frecvență proprie constantă. Aceste avantaje sînt foarte importante, în special, pentru autovehiculele sanitare, autocisterne și autobasculante.

Deoarece în literatura de specialitate, nu a fost indicată, încă, o metodică de calcul a acestui tip de arc, în cele ce urmează se prezintă o metodă analitică de calcul, care permite determinarea caracteristicii elastice a arcului.

2. Pentru simplificare, se admit următoarele ipoteze: arcurile 1 și 2 (v.fig.1) fiind grinzi de egală rezistență, se vor deforma sub formă de arcuri de cerc, considerînd că fibra medie se confundă cu lamela principală a arcului (v.și [2]); în stare neîncărcată, arcul 1 are lamela principală de rază R_0 (fig.2), arcul 2 avînd lamela principală dreaptă ($r = \infty$); arcul 2 se consideră încastrat, avînd o înclinare inițială α_0 ; forța F acționează permanent perpendicular pe direcția $x - x$, direcția punctelor de fixare a suspensiei de caroserie (șasiu).

La acest tip de arc, se disting trei faze diferite de funcționare.

Faza I. Raza arcului principal 1 - sub acțiunea forței F - se mărește de la R_0 la R_I , arcul suplimentar 2 micșorîndu-și raza de la $r = \infty$ la r_I (v.fig.2, unde cu linie continuă s-a reprezentat arcul nedeformat, iar cu linie întreruptă - arcul deformat). Se consideră încheiată această fază cînd razele arcurilor 1 și 2 de-

vin coliniare, cu alte cuvinte cînd arcele de cerc - după care

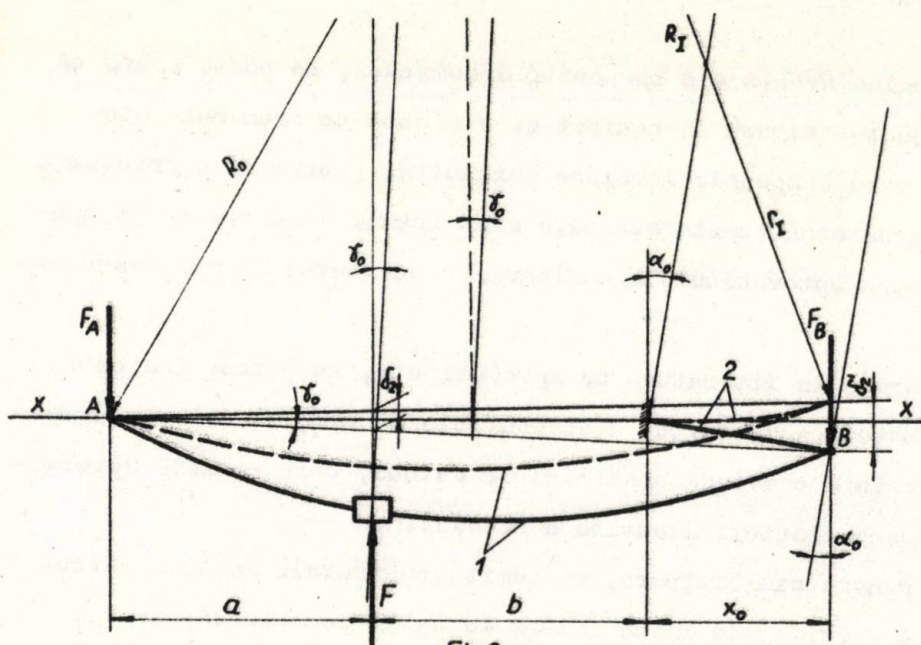


Fig. 2

s-au deformat arcurile respective - devin tangente.

Simplificînd, se consideră că punctul B - extremitatea arcului 2 - se află tot timpul, în faza I, la aceeași distanță x_0 de punctul de încastrare^{x)}.

Săgeata totală a suspensiei - deplasarea punctului de aplicare a forței F - este formată din suma săgeților cu care se deformează arcurile principal 1 și suplimentar 2 :

$$\delta_z = \delta_1 + \delta_2 \quad (1)$$

Reacțiunile, la extremitățile arcului 1 (fig. 3), vor fi

$$F_A = F \frac{b + x_0}{a + b + x_0} \quad \text{și} \quad F_B = F \frac{a}{a + b + x_0}$$

^{x)}

Eroarea - ca urmare a acestei aproximări - este mică, ținînd seama de dimensiunile de gabarit ale unei suspensii.

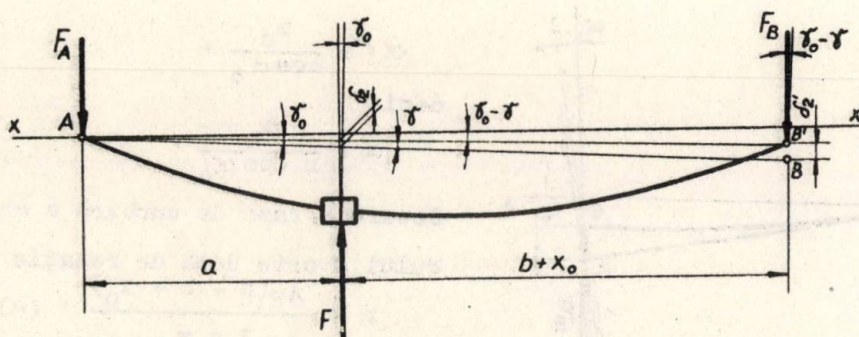


Fig.3

Notînd $2EI_{\max_1} = 2\lambda_1$ și $2EI_{\max_2} = 2\lambda_2^{(x)}$, constantele elastice ale arcurilor 1 și respectiv 2, se obține - aplicînd relațiile cunoscute din Rezistența materialelor - săgeata δ_1

$$\delta_1 = \frac{F a(b+x_0)^3}{2\lambda_1(a+b+x_0)} \cos(\theta_0 - \theta)$$

unde: θ este unghiul cu care se rotește dreapta AB, față de poziția inițială, în jurul punctului A^{xx)}. Unghiul θ se determină din relația :

$$\theta(a+b+x_0) = \delta_2^i,$$

în care δ_2^i este săgeata arcului 2, la extremitate; deci

$$\theta = \frac{\delta_2^i}{a+b+x_0} \quad (2)$$

Însă

$$\delta_2^i = \frac{F a x_0^3}{2\lambda_2(a+b+x_0)} \cos(\alpha_0 - \alpha), \quad (3)$$

unde α este unghiul de rotire al razei r - prin deformarea arcului 2 - față de poziția inițială (fig.4); acest unghi se determină din relația

^{x)} S-a notat cu E modulul de elasticitate longitudinală și cu $I_{\max}$ - momentul de inerție, la *bulonul central*.

^{xx)} Factorul $\cos(\theta_0 - \theta)$ intervine întrucît se ia în considerare componenta reacțiunii F_B , perpendiculară pe dreapta AB.

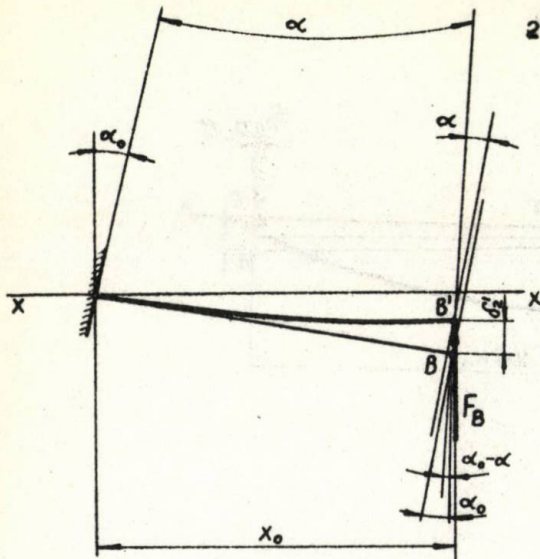


Fig. 4

$$\alpha r = \frac{x_0}{\cos \alpha_0},$$

deci

$$\alpha = \frac{x_0}{r \cos \alpha_0}.$$

Deoarece raza de curbura a ar-

cului 2 este dată de relația

$$r = \frac{\lambda_2(a+b+x_0)}{F a x_0}, \quad (4)$$

se obține

$$\alpha = \frac{F a x_0^2}{\lambda_2(a+b+x_0) \cos \alpha_0}, \quad (5)$$

și înlocuind (5) în (3) :

$$\delta'_2 = \frac{F a x_0^3}{2 \lambda_2(a+b+x_0)} \cos(\alpha_0 - \frac{F a x_0^2}{\lambda_2(a+b+x_0) \cos \alpha_0}). \quad (6)$$

Introducând (6) în (2) se obține

$$\gamma = \frac{F a x_0^3}{2 \lambda_2(a+b+x_0)^2} \cos(\alpha_0 - \frac{F a x_0^2}{\lambda_2(a+b+x_0) \cos \alpha_0}).$$

In acest caz, săgeata δ_1 va avea expresia

$$\delta_1 = \frac{F a (b+x_0)^3}{2 \lambda_1(a+b+x_0)} \cos \left[\gamma_0 - \frac{F a x_0^3}{2 \lambda_2(a+b+x_0)^2} \cos(\alpha_0 - \frac{F a x_0^2}{\lambda_2(a+b+x_0) \cos \alpha_0}) \right] \quad (7)$$

Se consideră că săgeata δ_2 este deplasarea punctului de aplicare a sarcinii F - ca urmare a deformării arcului 2 - adică datorită rotirii dreptei AB cu unghiul γ :

$$\delta_2 = \frac{a \delta'_2}{a+b+x_0} = \gamma a = \frac{F a^2 x_0^3}{2 \lambda_2(a+b+x_0)^2} \cos(\alpha_0 - \frac{F a x_0^2}{\lambda_2(a+b+x_0) \cos \alpha_0}) \quad (8)$$

Introducând (7) și (8) în (1), se obține

$$\delta_\Sigma = \frac{F a}{2d} \left[\frac{(b+x_0)^3}{\lambda_1} \cos \left[\gamma_0 - \frac{F a x_0^3}{2 \lambda_2 d^2} \cos(\alpha_0 - \frac{F a x_0^2}{\lambda_2 d \cos \alpha_0}) \right] + \right.$$

$$+ \frac{ax_0^3}{\lambda_2 d} \cos(\alpha_0 - \frac{Fa x_0^2}{\lambda_2 d \cos \alpha_0}) \Big\}, \quad (9)$$

unde : $d = a + b + x_0$.

Forța $F_I^{(x)}$ - pentru care arcurile 1 și 2 devin tangente - se poate deduce din condiția de coliniaritate a celor două raze de curbură:

$$\frac{a + b + x_0}{2R} = \frac{x_0 - r \sin \alpha_0}{r}, \quad (10)$$

sau luînd în considerare (4) și

$$R = \frac{R_0 \lambda_1 (a+b+x_0)}{\lambda_1 (a+b+x_0) - R_0 a(b+x_0)F}, \quad (11)$$

rezultă

$$\frac{\lambda_1 (a+b+x_0) - R_0 a(b+x_0)F}{2R_0 \lambda_1} = \frac{Fa x_0^2 - \lambda_2 (a+b+x_0) \sin \alpha_0}{\lambda_2 (a+b+x_0)},$$

și, după simplificări:

$$F_I = \frac{\lambda_1 \lambda_2 d (a + 2R_0 \sin \alpha_0)}{a R_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2 (b+x_0)d]}. \quad (12)$$

Înlocuind relația (12) în expresiile (11) și (4), se obțin valorile razelor de curbură a arcurilor 1 și 2, la sfîrșitul fazei I

$$R_I = \frac{R_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2 (b+x_0)d]}{2 [x_0^2 \lambda_1 - R_0 \lambda_2 (b+x_0) \sin \alpha_0]}; \quad (13)$$

$$r_I = \frac{R_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2 (b+x_0)d]}{x_0 \lambda_1 (d + 2R_0 \sin \alpha_0)}. \quad (14)$$

Introducînd (12) în (9) se obține săgeata δ_I

$$\delta_I = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (d + 2R_0 \sin \alpha_0)}{2R_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2 (b+x_0)d]} \left\{ \frac{(b+x_0)^3}{\lambda_1} \cos \left[\theta_0 - \frac{\lambda_1 \lambda_2 (d + 2R_0 \sin \alpha_0) x_0^3}{2R_0 \lambda_2 d [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2 (b+x_0)d]} \right] \right\} x$$

x)

Forța la care se încheie faza I.

$$x \cos(\alpha_0 - \frac{\lambda_1(d+2R_0 \sin \alpha_0)}{R_0 \cos \alpha_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2(b+x_0)d]}) + \frac{ax_0^2}{\lambda_2 d} \cos(\alpha_0 - \frac{\lambda_1(d+2R_0 \sin \alpha_0)}{R_0 \cos \alpha_0 [2x_0^2 \lambda_1 + \lambda_2(b+x_0)d]}) \quad (15)$$

Faza II. Se consideră că - în această fază - punctul B de contact se deplasează înspre încastrarea arcului 2, distanța x_0 - din faza I - devenind variabilă x cu extremele x_0 și 0. În timpul acestei faze razele de curbură, ale celor două arcuri, rămân coliniare.

Calculul este similar celui din faza I, înlocuindu-se x_0 cu x . Se obține o modificare a valorilor razelor arcurilor 1 și 2, pînă în momentul în care $x = 0$, deci pînă în momentul încheierii fazei II.

Se obține succesiv:

$$\delta_1 = \frac{Fa(b+x)^3}{2\lambda_1(a+b+x)} \cos \left[\gamma_0 - \frac{Fax^3}{2\lambda_2(a+b+x)^2} \cos \left(\alpha_0 - \frac{Fax^2}{\lambda_2(a+b+x) \cos \alpha_0} \right) \right];$$

$$\delta_2 = \frac{Fa^2x^3}{2\lambda_2(a+b+x)^2} \cos \left(\alpha_0 - \frac{Fax^2}{\lambda_2(a+b+x) \cos \alpha_0} \right);$$

$$\delta_I = \frac{Fa}{2(a+b+x)} \left\{ \frac{(b+x)^3}{\lambda_1} \cos \left[\gamma_0 - \frac{Fax^3}{2\lambda_2(a+b+x)^2} \cos \left(\alpha_0 - \frac{Fax^2}{\lambda_2(a+b+x) \cos \alpha_0} \right) \right] + \frac{ax^3}{\lambda_2(a+b+x)} \cos \left(\alpha_0 - \frac{Fax^2}{\lambda_2(a+b+x) \cos \alpha_0} \right) \right\}. \quad (16)$$

Dependența dintre forța F și distanța x , se poate deduce din condiția de coliniaritate a celor două raze de curbură (4) și (11), efectuînd înlocuirile corespunzătoare:

$$F = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (a+b+x)(a+b+x+2R_0 \sin \alpha_0)}{aR_0 [2x^2 \lambda_1 + \lambda_2(b+x)(a+b+x)]}. \quad (17)$$

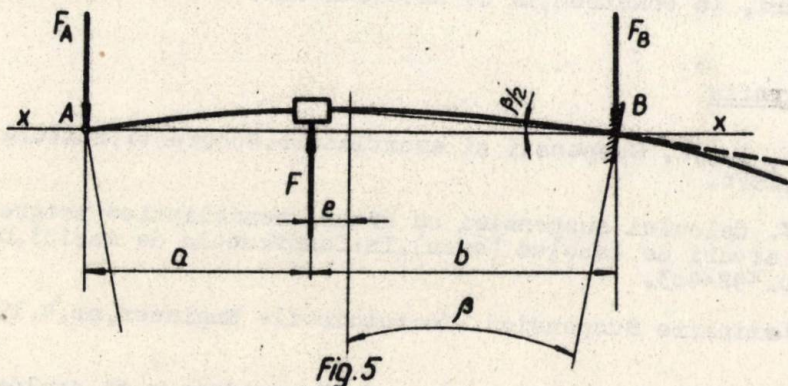
Ecuatiile (16) și (17) formează un sistem de două ecuații cu trei necunoscute, putându-se determina variația săgeții - în faza II - în funcție de forța aplicată.

Din condiția $x = 0$ se determină coordonatele punctului de trecere de la faza II la faza III:

$$F_{II} = \frac{\lambda_1(a+b+2R_0 \sin \alpha_0)}{R_0 ab} ; \quad (18)$$

$$\delta_{II} = \frac{b^2 \cos \alpha_0 (a+b+2R_0 \sin \alpha_0)}{2R_0 (a+b)} . \quad (19)$$

Faza III. Săgeata suspensiei se datorește exclusiv arcului principal (fig.5).



Din fig.5 rezultă:

$$\sin \beta = \frac{a+b}{2R}$$

sau

$$\beta = \arcsin \frac{a+b}{2R} \quad \text{și}$$

$$\frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{a+b}{2R} .$$

Săgeata arcului - în acest caz - este

$$\delta = \left(\frac{a+b}{2} - e \right) \tan \frac{1}{2} \arcsin \frac{a+b}{2R}$$

Tinând seama de relația (11), în care $x_0 = 0$, rezultă

$$\delta_{III} = \left(\frac{a+b}{2} - e \right) \operatorname{tg} \frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin \frac{\lambda_1(a+b) - R_0 ab F}{2 R_0 \lambda_1}. \quad (20)$$

Particularizînd, pentru $a = b = l$ (decî $e = 0$) se obține:

$$\delta'_{III} = l \operatorname{tg} \frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin \left(\frac{1}{R_0} - \frac{l}{2 E I_{\max_1}} F \right). \quad (21)$$

3. Metoda analitică prezentată permite determinarea săgeților și a rigidității arcurilor multilamelare de tip Schomäcker, putîndu-se trasa, apoi, caracteristica elastică a acestora.

Prin programarea relațiilor necesare, pentru calculatoarele numerice și analogice, se ușurează foarte mult proiectarea acestor arcuri, în construcția de autovehicule.

Bibliografie

- [1]. Draghici, I.ș.a. Suspensii și amortizoare. București, Editura tehnică, 1970.
- [2]. Olariu, V. Calculul suspensiei cu arcuri semieliptice progresive și arcuri de cauciuc (aeon). In: Construcția de mașini, nr. 7, 1968, p. 392-403.
- [3]. Cary - Laminaire Suspension. In: Automobile Engineer, nr. 4, 1960, p. 134.
- [4]. Noi construcții de arcuri în foi. In: Intreținerea și exploatarea autovehiculelor. Caiet selectiv, IDT, nr. 12, 1960, p. 54-56 (Traducere din British Engineering and Transport, nr. 9, apr. 1960, p. 302-303).
- [5]. Documentația tehnică a firmei H. SCHOMÄCKER Co. (RFG), 452 Melle, Bez. Osnabrück.

DRAGHICI, I., ACHIRILOAIE, I., CHISU, E.

O METODA ANALITICA PENTRU CALCULUL ARCURIILOR MULTILAME-
LARE CU CAPAT ALUNECATOR SI SPRIJITE PE UN ARC
CU UN SINGUR BRAT (SCHOMÄCKER)

Rezumat

Se prezintă o metodă analitică de calcul - originală - pentru determinarea caracteristicii elastice a arcurilor multilamelare de tip Schomäcker, care completează un gol existent în literatura de specialitate.

ANALYTISCHE METHODE ZUR BERECHNUNG DER VIELBLATTFEDERN
MIT GLEITENDEM ENDE UND AUF EINER
EINARMFEDER GESTÜTZT

Zusammenfassung

Es wird eine originelle analytische Rechenmethode zur Bestimmung der elastischen Charakteristik der Vielblattfedern vom Schomäcker - Typ dargeboten, wodurch eine in der Fachliteratur existente Lücke ausgefüllt wird.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

DEPARTMENT OF THE HISTORY OF ARTS

IN THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

THE HISTORY OF ARTS

CU PRIVIRE LA DETERMINAREA ORDINEI SI PONDEREI INFLUENTEI
PARAMETRIILOR IN PROCESUL DE FRECARA - UZARE A UNEI CUPLE
PISTON - CILINDRU

Dr.ing. D.Pavelescu conferențiar la Institutul Politehnic București;

Ing. M.Mugat asistent la Institutul Politehnic București

1. Introducere

După cum se cunoaște, procesele tribologice sînt deosebit de complexe, datorită influenței și uneori interacțiunii diferiților parametri sau factori „externi” (sarcină, temperatură, viteză, geometrie, etc.) sau „interni” (material, rugozitate, duritate, structură, aditivi chimici în lubrifiant, etc.). Intervenția acestor parametri poate influența diferit evoluția procesului de uzare provocînd fluctuații ale coeficientului de frecare și temperaturii zonei de contact, fluctuații ale vitezei de uzare, etc. care influențează reproductibilitatea și precizia determinărilor.

In cazul unor cuple de frecare cu geometrie simplă și a variației unui singur parametru este posibil să se determine influența acestuia asupra vitezei sau intensității uzării. In funcționarea mașinilor, intervenția simultană a mai multor parametri face dificilă cunoașterea ordinei și ponderei influenței fiecărui parametru sau a diferitelor grupuri de parametri.

Pentru a determina ordinea și ponderea influenței parametrilor, fenomenul frecare - uzare avînd o evoluție aleatoare, singurele metode adecvate sînt cele de calcul și analiză statistică.

In lucrarea [1], prezentată cu ocazia simpozionului de Mecanisme și Transmisii mecanice de la Reșița (1972) a fost expusă detaliat o metodă de calcul a vitezei de uzare și durabilității unei cuple de frecare piston - cilindru aparținînd unui compresor frigorific cu doi cilindri.

In lucrarea de față, ne-am propus să continuăm, prezentînd o analiză statistică a ordinei și influenței factorilor considerați : duritatea segmentului superior, duritatea cămășii și viteza relativă, ceilalți parametri fiind considerați constanți. Amintim că in lucrarea menționată au fost experimentați segmenti și cămăși de cilindru de serie curentă, din fontă Fc 35, valorile medii ale duri-tăților Brinell fiind :

→ segment : $HB_{s_1} = 168; HB_{s_2} = 236$

- cămagă : $HB_{c_1} = 150; HB_{c_2} = 208$

Vitezele relative medii au fost :

$V_{m_1} = 1,25 \text{ m/s}$ (575 rot/min)

$V_{m_2} = 2,00 \text{ m/s}$ (925 rot/min)

Valorile medii ale vitezei de uzare V_u (mg/h) obținute pe cale

experimentală pentru cele opt combinații ale celor trei parametri, cu câte două valori, sînt prezentate în tabelul 1, pentru segment, și în tabelul 2, pentru cămașa cilindrului. De la aceste valori s-a pornit și în calculul statistic al vitezei de uzare și durabilității [1] .

2. Analiza dispersiilor

Pentru stabilirea ordinei de influență a celor trei parametri, pentru fiecare suprafață de frecare, este posibil să se utilizeze o metodă statistică (v. lucrările [2], [3]), și prezentată detaliat în lucrarea [4] . Această metodă se bazează pe stabilirea dispersiilor proprii celor trei parametri, față de o medie a tuturor valorilor V_{u_1} , pornind de la sume de valori ale patratelor vitezelor de uzare prezentate în tabelele 1 și 2, considerate pe linii, pe coloane sau dispersat, funcție de fiecare parametru (HB_s , HB_c și V_m) sau de combinațiile acestora ($HB_s \times HB_c$; $HB_s \times V_m$; $HB_c \times V_m$; $HB_s \times HB_c \times V_m$). Calculul detaliat este prezentat în [2] . Rezultatele sînt prezentate în tabelele 3 și 4. Rezultă următoarea ordine de influență față de viteza de uzare a segmentului : viteza medie, duritatea cămășii, duritatea segmentului; de asemenea față de viteza de uzare a cămășii : duritatea cămășii, duritatea segmentului, viteza medie. Raportarea la total a dispersiilor respective conduce la valorile :

6,45 ; 1,44; 0,75 pentru segment

1,27 ; 1,05; 1,70 pentru cămașa cilindrului

Aceste valori fiind mai mici decît valorile tabelare „Fisher” [5] pentru gradele de libertate respective (7 și 1) efectele respective sînt deci statistic semnificative.

Metoda aceasta este greoaie pentru un număr mai mare de parametri și nu dă indicații decât asupra ordinei de influență a factorilor.

3. Ecuatii de regresie

O altă cale de urmat este aceea a ecuației de regresie a vitezei de uzare, V_u (mg/h), funcție de cei trei parametri considerați (HB_s , HB_c și V_m) :

$$V_{u,s,c} = A_0 + A_1 HB_s + A_2 HB_c + A_3 V_m + A_{11} HB_s^2 + A_{22} HB_c^2 + A_{33} V_m^2 + \dots \quad (1)$$

În lucrările [1] și [4] s-a demonstrat că se poate renunța la termenii de ordin superior și se poate admite o ecuație de regresie liniară care este statistic semnificativă.

Utilizarea metodei celor mai mici pătrate, conduce la sistemul de patru ecuații normale :

$$\begin{aligned} nA_0 + A_1 \sum HB_{s_i} + A_2 \sum HB_{c_i} + A_3 \sum V_{m_i} &= \sum V_u \\ A_0 \sum HB_{s_i} + A_1 \sum HB_{s_i}^2 + A_2 \sum HB_{s_i} HB_{c_i} + A_3 \sum HB_{s_i} V_{m_i} &= \sum HB_{s_i} V_u \\ A_0 \sum HB_{c_i} + A_1 \sum HB_{s_i} HB_{c_i} + A_2 \sum HB_{c_i}^2 + A_3 \sum HB_{c_i} V_{m_i} &= \sum HB_{c_i} V_u \\ A_0 \sum V_{m_i} + A_1 \sum HB_{s_i} V_{m_i} + A_2 \sum HB_{c_i} V_{m_i} + A_3 \sum V_{m_i}^2 &= \sum V_{m_i} V_u \end{aligned} \quad (2)$$

Ținând cont de valorile din tabelul 5, sistemul de ecuații (2) devine pentru segment :

$$\begin{aligned} 8A_0 + 1666A_1 + 1432A_2 + 13A_3 &= 39,200 \cdot 10^{-2} \\ 1616A_0 + 335680A_1 + 289264A_2 + 2626A_3 &= 78,028 \cdot 10^{-2} \\ 1432A_0 + 289264A_1 + 263056A_2 + 2327A_3 &= 71,792 \cdot 10^{-2} \\ 13A_0 + 2626A_1 + 2327A_2 + 22,25A_3 &= 66,475 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (3)$$

Menționăm că în coloana 4 a tabelului 5 sînt prezentate valorile medii ale vitezei de uzare V_u (mg/h) obținute experimental pentru cele opt combinații ale parametrilor considerați.

Pentru determinarea coeficienților A_i se utilizează metoda simplă [6] și se obține ecuația de regresie a vitezei de uzare a segmentului :

$$V_{u_s} = -0,905 \cdot 10^{-2} - 1,25 \cdot 10^{-4} HB_s + 2,414 \cdot 10^{-4} HB_c + 2,467 \cdot 10^{-2} V_m \quad (\text{mg/h}) \quad (4)$$

În mod similar, utilizînd tabelul 2, se obține ecuația de regresie a vitezei de uzare a cămășii cilindrului :

$$V_{u_c} = 2,659 \cdot 10^{-5} + 2,158 \cdot 10^{-7} HB_s - 2,812 \cdot 10^{-7} HB_c + 1,694 \cdot 10^{-5} V_m \quad (\text{mg/h}) \quad (5)$$

Tabelul 6 prezintă comparativ rezultatele experimentale și cele calculate cu relațiile (4) și (5). Scrierea în prealabil a ecuațiilor în mărimi adimensionale, practică în lucrările [1] , [4] , a prezentat avantajul unor operații cu numere mai mici. Utilizarea tabelului 5 și respectiv 6, ca în lucrarea de față, exclude aceste avantaje, în schimb ușurează o serie de tratări statistice privind influența parametrilor. Vom studia în continuare și dependențele parțiale ale lui V_u de cîte doi parametri, în scopul determinării influenței separate a fiecăruia din cei trei parametri.

4. Coeficienții normați

Pentru a scrie coeficienții normați (β) s-a multiplicat coeficientul A al fiecărei variabile cu raportul dintre abaterea medie patratică a variabilei independente respective și abaterea medie

patratică a variabilei dependente (V_u).

Astfel pentru segment :

$$\beta_1 = A_1 \frac{\sigma_{HB_s}}{\sigma_{V_u}} = -1,25 \cdot 10^{-4} \frac{48,08}{1,32 \cdot 10^{-2}} = -0,4553$$

$$\beta_2 = A_2 \frac{\sigma_{HB_c}}{\sigma_{V_u}} = 2,414 \cdot 10^{-4} \frac{41}{1,32 \cdot 10^{-2}} = 0,7498 \quad (6)$$

$$\beta_3 = A_3 \frac{\sigma_{V_m}}{\sigma_{V_u}} = 2,467 \cdot 10^{-2} \frac{0,53}{1,32 \cdot 10^{-2}} = 0,9917$$

Pentru cămașa cilindrului:

$$\beta_1' = 2,158 \cdot 10^{-7} \frac{48,08}{1,4 \cdot 10^{-5}} = 0,741$$

$$\beta_2' = -2,812 \cdot 10^{-7} \frac{41}{1,4 \cdot 10^{-5}} = 0,824 \quad (7)$$

$$\beta_3' = 1,694 \cdot 10^{-5} \frac{0,53}{1,4 \cdot 10^{-5}} = 0,641$$

Aceste valori permit o primă apreciere a ordinii parametrilor considerați. De exemplu, atunci cînd unul dintre parametri variază cu o abatere medie patratică a lui, viteza de uzare variază cu β abateri medii patraticale ale sale.

În primul caz (segment), se constată că la creșterea durității (HB_s) viteza de uzare V_u scade, iar la creșterea lui HB_c și V_m valoarea lui V_u crește. Cantitativ efectul cel mai important îl are V_m urmată de HB_c și HB_s , concluzie asemănătoare celei obținute în lucrarea [1], pag. 555, prin compararea ecuațiilor adimensionale de regresie.

În mod similar, pentru cămașa cilindrului se obține ordinea de influență : HB_c , HB_s și V_m .

5. Coeficienții corelației multiple

Au fost calculați coeficienții R ai corelației multiple, coeficienți care depind de raportul dintre dispersia valorilor determinate pe baza ecuației de regresie multiplă și dispersia valorilor V_u determinate experimental. În cazul în care linia de regresie s-ar suprapune peste curba valorilor experimentale valoarea lui R ar fi 1.

Pentru calculul coeficientului corelației multiple se utilizează relația :

$$R_{s,c} = \sqrt{1 - \frac{(v_u - \bar{v}_u)^2}{(v_u - \bar{v}_u^*)^2}} \quad (8)$$

unde : V_u - valorile experimentale ;

$\bar{V}_u$ - valori calculate cu ecuația de regresie (4), respectiv(5)

$\bar{V}_u^*$ - media valorilor calculate.

Rezultă pentru segment :

$$R_s = \sqrt{1 - \frac{0,069 \cdot 10^{-4}}{12,28 \cdot 10^{-4}}} = 0,997 \quad (8')$$

Pentru cămășa cilindrului:

$$R_c = \sqrt{1 - \frac{0,135 \cdot 10^{-10}}{13,0 \cdot 10^{-10}}} = 0,995 \quad (8'')$$

Se observă că valorile sînt foarte apropiate de unitate, ceea ce atestă faptul că linia de regresie ajustează foarte bine curba experimentală.

6. Coeficienții de corelație parțială

După cum rezultă din lucrarea [7], deoarece coeficienții corela-

ției multiple nu sînt în toate cazurile reprezentativi, s-a trecut la calculul coeficienților de corelație parțială. Pentru obținerea acestor coeficienți se impune scrierea ecuațiilor de regresie cu cîte două variabile independente (parametri).

Astfel pentru segment s-au obținut ecuațiile :

$$\begin{aligned} V_{u,s,c} &= 3,104 \cdot 10^{-2} - 1,25 \cdot 10^{-4} HB_s + 2,414 \cdot 10^{-4} HB_c \\ V_{u,s,v} &= 3,705 \cdot 10^{-2} - 1,25 \cdot 10^{-4} HB_s + 2,289 \cdot 10^{-2} V_m \\ V_{u,c,v} &= -3,430 \cdot 10^{-2} + 2,414 \cdot 10^{-4} HB_c + 2,467 \cdot 10^{-2} V_m \end{aligned} \quad (9)$$

De asemenea pentru cilindru :

$$\begin{aligned} V'_{u,s,c} &= 5,412 \cdot 10^{-5} + 2,158 \cdot 10^{-7} HB_s - 2,812 \cdot 10^{-7} HB_c \\ V'_{u,s,v} &= -2,374 \cdot 10^{-5} + 2,158 \cdot 10^{-7} HB_s + 1,694 \cdot 10^{-5} V_m \\ V'_{u,c,v} &= 7,019 \cdot 10^{-5} - 2,812 \cdot 10^{-7} HB_c + 1,694 \cdot 10^{-5} V_m \end{aligned} \quad (10)$$

În continuare, ținîndu-se seama de relația :

$$\sigma_{V_u(HB_s, HB_c, V_m)}^2 = \frac{V_u^2 - A_0 \sum V_u - A_1 \sum V_u HB_s - A_2 \sum V_u HB_c - A_3 \sum V_u V_m}{n} \quad (11)$$

și de datele din tabelul 5, rezultă pentru segment:

$$\sigma_{V_u(HB_s, HB_c, V_m)}^2 = \frac{0,071 \cdot 10^{-4}}{8} = 0,009 \cdot 10^{-4} \quad (12)$$

În mod asemănător, folosind relația (11) numai cu termenii adecvați rezultă:

$$\begin{aligned} \sigma_{V_u(HB_s, HB_c)}^2 &= 0,864 \cdot 10^{-4} \\ \sigma_{V_u(HB_s, V_m)}^2 &= 0,562 \cdot 10^{-4} \\ \sigma_{V_u(HB_c, V_m)}^2 &= 0,189 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (13)$$

Pentru cilindru (utilizînd datele din tabelul 6) :

$$\begin{aligned}
\sigma_{V_{u_c}}^2 (HB_s, HB_c, V_m) &= \frac{0,156 \cdot 10^{-10}}{8} = 0,020 \cdot 10^{-10} \\
\sigma_{V_{u_c}}^2 (HB_s, HB_c) &= 0,423 \cdot 10^{-10} \\
\sigma_{V_{u_c}}^2 (HB_s, V_m) &= 0,680 \cdot 10^{-10} \\
\sigma_{V_{u_c}}^2 (HB_c, V_m) &= 0,556 \cdot 10^{-10}
\end{aligned} \tag{14}$$

Coeficienții de corelație parțială, care stabilesc dependența dintre viteza de uzare și fiecare parametru în parte, se calculează cu relația:

$$r_{V_u}(V_m) = \sqrt{\frac{\sigma_{V_u}^2 (HB_s, HB_c) - \sigma_{V_u}^2 (HB_s, HB_c, V_m)}{\sigma_{V_u}^2 (HB_s, HB_c)}} \tag{15}$$

(exemplificată pentru parametrul V_m).

Astfel pentru segment, utilizînd datele din (12) și (13), rezultă:

$$r_{V_{u_s}}(V_m) = 0,995 ; r_{V_{u_s}}(HB_c) = 0,992 ; r_{V_{u_s}}(HB_s) = 0,975 \tag{16}$$

De asemenea, pentru cămașa cilindrului, utilizînd datele (14):

$$r_{V_{u_c}}(V_m) = 0,976 ; r_{V_{u_c}}(HB_c) = 0,985 ; r_{V_{u_c}}(HB_s) = 0,982 \tag{17}$$

Gama de valori obținută pentru coeficienții de corelație parțială arată influența foarte mare a tuturor parametrilor considerați asupra vitezei de uzare V_u . Se constată totodată că parametrii luați în considerație au ponderea cea mai mare de influență asupra lui V_u . În plus se remarcă aceeași ordine de influență sesizată anterior.

7. Coeficienții de determinare

Coeficienții de determinare multiplă și parțială au drept scop

descompunerea dispersiilor valorilor vitezei de uzare (V_u) pe seama dispersiilor valorilor parametrilor considerați.

Pentru segment putem scrie :

-coeficientul determinăției multiple :

$$d_{V_u} = R_{V_u}^2 = 0,994 \quad (18)$$

ceea ce arată că 99,4% din dispersia valorilor lui V_u este datorată parametrilor aleși. De asemenea rezultă că nu este nevoie să se ia în considerație și alți parametri.

- coeficienții determinăției parțiale se calculează cu relația:

$$d_{V_u}(HB_s) = A_1 \frac{n \sum HB_s V_u - (\sum HB_s)(\sum V_u)}{n \sum V_u^2 - (\sum V_u)^2} \quad (19)$$

(particularizată pentru HB_s , presupunînd că HB_c și V_m sînt constante)

Astfel :

$$d_{V_{u_s}}(HB_s) = -1,25 \cdot 10^{-4} \frac{8.78,028 - 1616,39 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{8.204,36 \cdot 10^{-4} - (39,2 \cdot 10^{-2})^2} \quad (20)$$

$$d_{V_{u_s}}(HB_s) = 0,118$$

ceea ce arată că 11,8% din dispersia lui V_u se datorește lui HB_s .

În mod similar se obțin:

$$d_{V_{u_s}}(HB_c) = 0,319 \text{ și } d_{V_{u_s}}(V_m) = 0,557 \quad (21)$$

Rezultă că vitezei i se datorește 55,7 %, iar durității cămășii 31,9 %, din dispersia valorilor vitezei de uzare.

Pentru cămașă putem scrie :

- coeficientul determinăției multiple :

$$d_{V_{u_c}} = R_{V_{u_c}}^2 = 0,989 \quad (22)$$

- coeficienții determinăției parțiale :

$$d_{V_{u_c}}(HB_s) = 0,332; d_{V_{u_c}}(HB_c) = 0,408; d_{V_{u_c}}(V_m) = 0,249 \quad (23)$$

În acest caz rezultă că durităţii cămăşii i se datoreşte 40,8% din dispersia lui V_u ; urmează 33,2% pentru duritatea segmentului şi 24,9 % pentru viteza de alunecare.

8. Concluzii

Ecuaţiile de regresie ale vitezei de uzare (4) şi (5) reprezintă hiperplane P cu trei dimensiuni; poziţia unor astfel de plane este stabilită de coeficienţii A_i şi de termenul liber, coeficienţi care au fost determinaţi prin metoda celor mai mici pătrate astfel încît pătratul distanţei medii dintre punctele experimentale V_u şi planele P să fie minime.

Faptul că valorile coeficienţilor de corelaţie multiplă, a coeficienţilor de corelaţie parţială şi a coeficienţilor de determinare multiplă sînt apropiate de 1, demonstrează atît eficacitatea utilizării metodei de ajustare cît şi faptul că cei trei parametri consideraţi au ponderea cea mai mare de influenţă.

Metoda analizei dispersionale de la punctul 2 întîlnită mai des în diferite lucrări este greoaie şi are doar un caracter orientativ. Pentru o analiză completă se impune obţinerea tuturor coeficienţilor statistici determinaţi în lucrare. Numai o astfel de analiză statistică poate conduce la cunoaşterea influenţei tuturor parametrilor.

Analiza statistică astfel efectuată ne permite :

- să apreciem dacă trebuie să luăm în considerare şi alţi parametri;
- să ne dăm seama asupra căror parametri trebuie să acţionăm în vederea reducerii vitezei sau intensităţii uzării, pentru creş-

terea durabilității cuplei de frecare [1] .

Metodele statistice utilizate sînt interesante și prin aceea că pot fi folosite la rezolvarea unei diversități de probleme din diferite domenii tehnice și economice. Trebuie să atragem însă atenția asupra grijii permanente de a se verifica valorile coeficienților statistici menționați, deoarece erorile de calcul ce pot apare, erori ce nu pot fi ușor sesizate, pot conduce la alte poziții ale planelor de regresie față de cele optime, respectiv la dispersii care deși se pot încadra în limitele admise nu sînt cele reale.

Bibliografie

- [1]. Pavelescu, D. Stabilirea ecuației vitezei de uzură și a durabilității unei cuple de frecare segment-cilindru, Simpozionul de Mecanisme și Transmisii Mecanice, Reșița, 1972, p.540-567.
- [2]. Pavelescu, D. Concepții noi, calcul și aplicații în frecarea și uzura solidelor deformabile, București, Editura Academiei R.S.R. 1971.
- [3]. Pavelescu, D. și Mugat, M. On the Accuracy of the Relations for the Statistical Calculation of the Wear Rate in the Friction Pair with Linear Contact, Rev.Roum.des Sci.Techn. Méc.Appliq. 21,6, 1971.
- [4]. Pavelescu, D. Determination of the Importance of Some Wear Factors by Statistical Analysis, Rev.Roum.des Sci.Techn. Méc.Appliq. 18, 2, 1968, p.293-303.
- [5]. Rancu, N. și Tövisi, L. Statistica matematică cu aplicații în producție, Editura Academiei R.S.R., București, 1963.
- [6]. Marinescu, I. ș.a. Elemente de statistică matematică și aplicațiile ei, București, Editura Științifică, 1966.
- [7]. Malinvaud, E. Méthodes statistiques de l'économétrie, Ed. Dunod, Paris, 1969.

Tabel 1Valorile medii ale vitezei de uzare (10^{-2} mg/h)pentru segment

V_m	V_{m1}		V_{m2}		Total
HB	HB_{c1}	HB_{c2}	HB_{c1}	HB_{c2}	
HB_{s1}	3,8	5,1	5,6	6,8	21,3
HB_{s2}	2,7	4,3	4,7	6,2	17,9
Total	6,5	9,4	10,3	13,0	39,2

Tabel 2Valorile medii ale vitezei de uzare (10^{-5} mg/h)pentru cămașa cilindrului

V_m	V_{m1}		V_{m2}		Total
HB	HB_{c1}	HB_{c2}	HB_{c1}	HB_{c2}	
HB_{s1}	4,0	2,5	5,6	3,9	16,0
HB_{s2}	5,7	4,2	6,9	5,1	21,9
Total	9,7	6,7	12,5	9,0	37,9

Tabel 3Rezultatele analizei dispersionale pentru segment

Parametri	$a \times 10^4$	Grade de libertate	Dispersie $\times 10^4$	Ordine
HB_s	1,44	1	1,44	3
HB_c	3,20	1	3,20	2
V_m	6,84	1	6,84	1
$HB_s \cdot HB_c$	3,41	1		
$HB_s \cdot V_m$	8,31	1		
$HB_c \cdot V_m$	10,77	1		
$HB_s \cdot HB_c \cdot V_m$	0,00	1		
Total	33,97	7	4,85	

$$\frac{4,85}{1,44} = 3,37; \quad \frac{4,85}{3,20} = 1,51; \quad \frac{4,85}{6,84} = 0,70$$

Tabel 4Rezultatele analizei dispersionale pentru
cămășa cilindrului

Parametri	$a \times 10^{10}$	Grade de libertate	Dispersie $\times 10^{10}$	Ordine
HB_s	4,35	1	4,35	2
HB_c	5,28	1	5,28	1
V_m	3,25	1	3,25	3
$HB_s \cdot HB_c$	9,63	1		
$HB_s \cdot V_m$	7,70	1		
$HB_c \cdot V_m$	8,56	1		
$HB_s \cdot HB_c \cdot V_m$	0,01	1		
Total	38,78	7	5,54	

$$\frac{5,54}{4,35} = 1,27; \quad \frac{5,54}{5,28} = 1,05; \quad \frac{5,54}{3,25} = 1,70$$

Tab:1 5

Date privind segmentul

Nr. crt	HB _s	HB _c	V _m	V _u (10 ²)	HB _s ²	HB _c ²	V _m ²	HB _s HB _c	HB _s V _m	HB _c V _m	HB _s V _u	HB _c V _u	V _m V _u (10 ²)	V _u ² (10 ⁴)
1.	168	150	1,25	3,8	28224	22500	1,5625	25200	210	187,5	6,384	5,700	4,750	14,44
2.	168	150	2,00	5,6	28224	22500	4,0000	25200	336	300,0	9,408	8,400	11,200	31,36
3.	168	208	1,25	5,1	28224	43264	1,5625	34944	210	260,0	8,568	10,608	6,375	26,01
4.	168	208	2,00	6,8	28224	43264	4,0000	34944	336	416,0	11,424	14,144	13,600	46,24
5.	236	150	1,25	2,7	55696	22500	1,5625	35400	295	187,5	7,372	4,050	3,375	7,29
6.	236	150	2,00	4,7	55696	22500	4,0000	35400	472	300,0	11,092	7,050	9,400	22,09
7.	236	208	1,25	4,3	55696	43264	1,5625	49088	295	260,0	10,148	8,944	5,375	18,49
8.	236	208	2,00	6,2	55696	43264	4,0000	49088	472	416,0	14,632	12,896	12,400	38,44
To- tal	1616	1432	13,00	39,2	335680	263056	22,2500	289244	2626	2327,0	78,028	71,792	66,475	204,36

Tabel 6

Comparație între vitezele de uzare determinate pe cale experimentală și cele calculate conform ecuațiilor (4) și (5)

Valorile parametrilor (HB _s , HB _c , V _m)	V _m (10 ⁻² mg/h) segm.		V _u ²	V _u (10 ⁻⁵ mg/h) cămașă		V _u ²
	Experim.	Calcul		Experim.	Calcul	
HB _{s1} , HB _{c1} , V _{m1}	3,8	3,7	0,01	4,0	4,2	0,04
HB _{s1} , HB _{c1} , V _{m2}	5,6	5,5	0,01	5,6	5,5	0,01
HB _{s1} , HB _{c2} , V _{m1}	5,1	5,1	0,00	2,5	2,6	0,01
HB _{s1} , HB _{c2} , V _{m2}	6,8	6,9	0,01	3,9	3,8	0,01
HB _{s2} , HB _{c1} , V _{m1}	2,7	2,8	0,01	5,7	5,6	0,01
HB _{s2} , HB _{c1} , V _{m2}	4,7	4,7	0,00	6,9	6,9	0,00
HB _{s2} , HB _{c2} , V _{m1}	4,3	4,2	0,01	4,2	4,0	0,04
HB _{s2} , HB _{c2} , V _{m2}	6,2	6,1	0,01	5,1	5,3	0,04

Total 0,06.10⁻⁴ (mg/h)²

Total 0,14.
10⁻¹⁰ (mg/h)²

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{V_{u_s}^2}{4}} = \sqrt{0,015 \cdot 10^{-4}} = 0,1224 \cdot 10^{-2} \text{ mg/h}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{V_{u_c}^2}{4}} = \sqrt{0,035 \cdot 10^{-10}} = 0,1871 \cdot 10^{-5} \text{ mg/h}$$

$$\varepsilon_{s,c} = \pm t_q \cdot \frac{\sigma_{s,c}}{\sqrt{n}}; \quad t_q = 2,776 \quad (\text{pentru probabilitate } 97,5\%)$$

$$\varepsilon_s = \pm 2,776 \cdot \frac{0,1224 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{8}} = 0,12 \cdot 10^{-2} \text{ mg/h}$$

$$\varepsilon_c = \pm 2,776 \cdot \frac{0,1871 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{8}} = 0,18 \cdot 10^{-5} \text{ mg/h}$$

PAVELESCU D., MUSAT M.

CU PRIVIRE LA DETERMINAREA ORDINEI SI PONDEREI
INFLUENTEI PARAMETRILOR IN PROCESUL DE FRECAR-
UZARE A UNEI CUPLE PISTON - CILINDRU

Rezumat

Ordinea și ponderea parametrilor care influențează procesul de frecare-uzare al unei cuple este dificil de stabilit. Lucrarea studiază, cu ajutorul mai multor metode ale statisticii matematice, influența citorva parametri (duritatea segmentului, duritatea cămășii cilindrului și viteza de alunecare) asupra vitezei de uzare a cuplei segment - cilindru a unui compresor frigorific. Pe baza ecuațiilor de regresie ale vitezei de uzare se stabilesc coeficienții normați, coeficienții corelației multiple, coeficienții de corelație parțială și coeficienții de determinare prim care s-a demonstrat că cei trei parametri considerați prezintă o influență maximă asupra vitezei de uzare.

Cunoașterea ponderii factorilor care influențează viteza de uzare permite a se ști asupra căruia dintre parametri trebuie acționat în vederea creșterii durabilității mașinii sau agregatului respectiv. Metoda utilizată este interesantă pentru posibilitatea de aplicare și în alte probleme tehnice

ON THE DETERMINATION OF THE ORDER AND DEGREE OF THE
INFLUENCE OF PARAMETERS IN THE FRICTION-WEAR PROCESS
OF A CYPLINDER-PISTON COUPLER.

Summary

The order and degree of parameters which influence the friction-wear process of a coupler is difficult to establish. The present study examines, by means of several methods of mathematical statistics, the influence of certain parameters (hardness of the piston (ring), hardness of the cyplinder-liner, gliding velocity), upon the wear rate of the cyplinder-piston coupler of a refrigerating compressor.

By means of the regression equations of the wear rate we establish the normed coefficients of multiple correlation, the coefficients of partial correlation, and the coefficients of determination, by means which has been demonstrated that the three parameters under consideration have a maximum influence on the wear rate. Knowledge about the degree of factors influencing the wear rate makes it possible to see which of the parameters must be acted upon in order to increase machine or set durability.

The method employed is interesting for its applicability to other technical problems too.

THE SECRETARY OF THE
NAVY
WASHINGTON, D. C.

MEMORANDUM

TO: THE SECRETARY OF THE NAVY
FROM: THE SECRETARY OF THE ARMY
SUBJECT: [Illegible]
[Illegible text follows, appearing to be a memorandum of understanding or agreement between the Army and Navy regarding military operations or personnel matters.]

THE SECRETARY OF THE ARMY
WASHINGTON, D. C.

TO: THE SECRETARY OF THE NAVY
FROM: THE SECRETARY OF THE ARMY
SUBJECT: [Illegible]
[Illegible text follows, continuing the memorandum.]

INFLUENTA COROZIVITATII MEDIULUI LUBRIFIANT
ASUPRA FRECARII SI UZARII

Ing. B.Dimitrov, cercetător principal la Centrul de Mecanică
Solidelor București

1. Generalități

Uzarea de coroziune presupune deteriorarea suprafeței de frecare datorită acțiunii simultane sau succesive a factorilor chimici agresivi, care intră în compoziția mediului ambiant și a solicitărilor mecanice /2/. În cazul uzării de coroziune, factorii chimici au o influență continuă, pe când solicitările mecanice pot acționa continuu sau periodic /7/. Uzura ia naștere datorită solicitărilor tribomecanice, prin îndepărtarea atât a produșilor coroziunii formați în perioada de repaos (coroziunea chimică), cât și a celor obținuți în timpul funcționării cuplei (coroziunea mecanochimică) /1,8/.

În prezenta lucrare se abordează diferite aspecte ale fenomenului uzării de coroziune și influența acestuia asupra frecării și uzării luate în totalitate. O atenție deosebită se acordă efectului tribologic al aditivilor de antiuzare și de extremă presiune, care au fost introduși cu scopul reducerii uzurilor de adeziune și totală, prin metoda coroziunii controlate /9,11,12/.

2. Instalația și metoda folosită

A fost utilizat un tribometru cu cupla de frecare tip II-1-c /3,6/, căruia i s-au făcut adaptările necesare studierii uzării de coroziune (vezi fig. 1). Cupla de frecare constă dintr-un cilindru mobil (1) și un disc fix (3); între cele două piese are loc un contact herțian-liniar. Epruveta cilindru a fost confecționată din cupru electrolitic cu 1% indiu. Epruveta disc a fost executată din oțel tip RK-100, avînd duritatea de 58 HRC și următoarea compoziție elementară: C-0,73%; Mn-0,38%; Si-0,35%; Cr-4,20%; Mo-0,50%; W-18,10%; Ni-0,30%; Fe-diferența procentuală. Pe baza metodologiei de prelucrare care a fost pusă la punct în lucrarea /5/, au fost obținute suprafețe de frecare standard pentru cele două tipuri de epruvete mai sus menționate. Cupla de frecare funcționează scufundată în cuva de sticlă (8) care conține ulei de vaselină purificat (U.V.), care a fost aditivat cu diferite substanțe active. Cu ajutorul tubului de sticlă de formă specială (10) se poate barbota aer sau gaz inert prin masa lubrifiantului și se extrag periodic probe de lubrifiant (23), a căror activitate se măsoară într-o instalație radiometrică anexă (24,25,26).

Instalația permite măsurarea continuă, prin metoda tensometrică, a forțelor de frecare și măsurarea periodică a uzurii epruvetei cilindru, prin metoda radiometrică. Epruveta cilindru a fost iradiată cu neutroni în reactorul IFA, în scopul obținerii activității specifice de 150 mCi/g In-114. Cu ajutorul tribometrului descris se poate varia temperatura lubrifiantului și presiunea de contact. În cazul de față, la sarcina de $F_N = 15$ daN, corespunde presiunea herțiană de contact $p_{med.} = 1250$ daN/cm². Motorul de curent continuu (21) asigură posibilitatea de variație a vitezei de alunecare relativă a cuplei de frecare pînă la valoarea $v_{max.} = 2,50$ m/s.

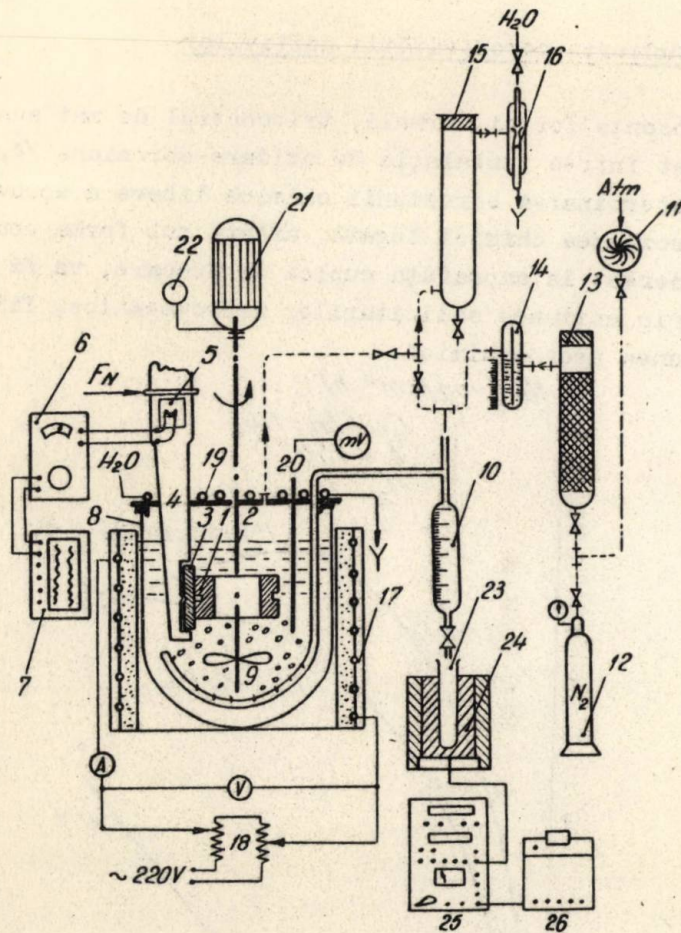


Fig. 1. Schema funcțională a tribometrului:

1-epruveta cilindru; 2-axul de rotație; 3-epruveta disc; 4-pîrghia suport; 5-mărci tensometrice; 6-tensometru; 7-potențiomtru înregistrator; 8-cuvă de sticlă; 9-agitator cu paletă; 10-tub de sticlă de formă specială; 11-suflantă; 12-recipient de azot; 13-coloană de uscare; 14-debitmetru de gaz; 15-coloană separatoare de picături; 16-trompă de vid; 17-cuptor cilindric; 18-transformator reglabil; 19-capac metalic cu serpentină de răcire; 20-termocuplu miniatural; 21-motor electric c.c.; 22-tahometru; 23-eprubetă de sticlă; 24-contor scintilație; 25-numărător de impulsuri; 26-înregistrator de rezultate.

3. Studiarea corozivității aditivilor

În absența forței normale, tribometrul de mai sus este transformat într-o instalație de oxidare-coroziune /4,10/, care permite determinarea coroziei chimice libere a epruvetei de cupru. Coroziunea chimică legată, aflată sub forma unui strat de reacție aderent la suprafața cuplei de frecare, va fi îndepărtată abia prin acțiunea solicitărilor tribomecanice, fiind inclusă în corozia mecanochimică.

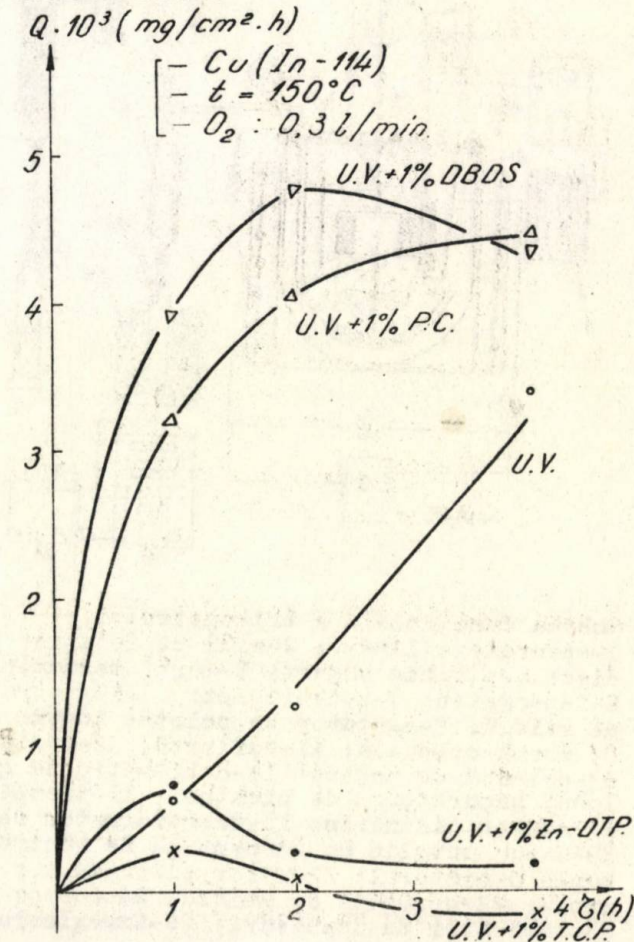


Fig. 2. Influența compoziției lubrifiantului asupra variației vitezei de corozie chimică a cuprului.

În fig. 2, se reprezintă variația vitezei de coroziune chimică a cuprului în prezența unor lubrifianți lichizi, la barbotarea acestora cu aer. Se observă că aditivii parafina clorurată (P.C.) și disulfura de dibenzil (DBDS) provoacă cea mai mare viteză de coroziune. De asemenea, corozivitatea uleiului de vaselină (U.V.) neaditivat, crește prin degradarea sa oxidativ-termică. Pentru un lubrifiant corespunzător din punct de vedere a rezistenței la oxidare, limita maximă a vitezei de coroziune a cuprului, la temperatura de 150°C și la barbotare de aer, va fi de

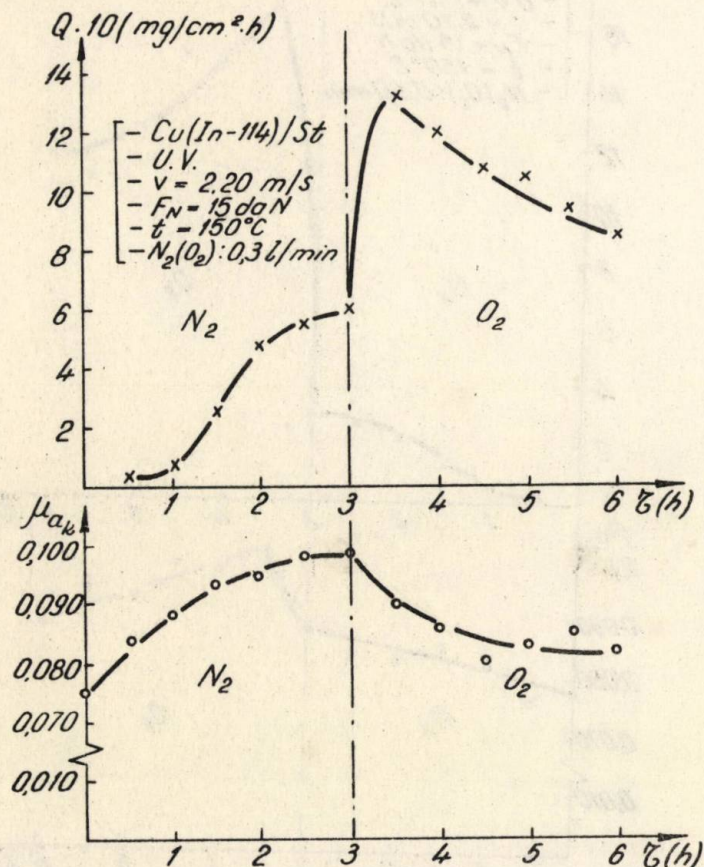


Fig. 3. Evoluția frecării și a uzării cuplei Cu/St în prezența uleiului de vaselină neaditivat.

$Q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mg/cm}^2 \cdot \text{h}$. Această valoare corespunde unui grad de rezistență la coroziune = 3 (vezi GOST 5272-50). Din această categorie fac parte aditivii: tricrezilfosfatul (TCP) și alchilditiofosfatul de zinc (Zn-DTP), produșii de reacție ai acestora cu suprafața epruvetei de cupru protejind substratul de metal.

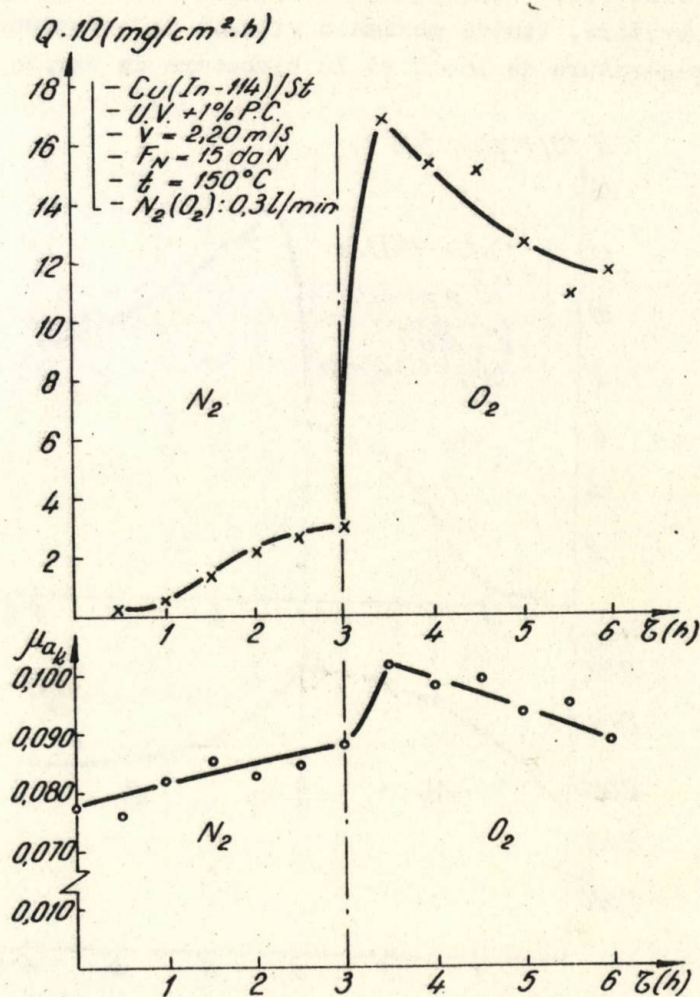


Fig. 4. Influența aditivării cu parafină clorurată a uleiului de vaselină, asupra frecării și uzării cuplei cupru/oțel.

4. Cercetări de frecare și uzare în prezența lubrifianților

În cursul unor experimentări tribologice prealabile a fost pusă la punct metoda de lucru [3]. Astfel, alegerea mărimii parametrilor - sarcină și viteză - s-a făcut ținând seama de necesitatea asigurării de la bun început a unui regim de lubrificație mixtă pentru cupla de frecare, ceea ce prezintă anumite avantaje pentru studierea uzării de coroziune. Debitul gazelor de barbotare a fost impus de necesitatea menținerii în stare de suspensie în lubrifianț a uzurii libere. De asemeni s-au stabilit or-

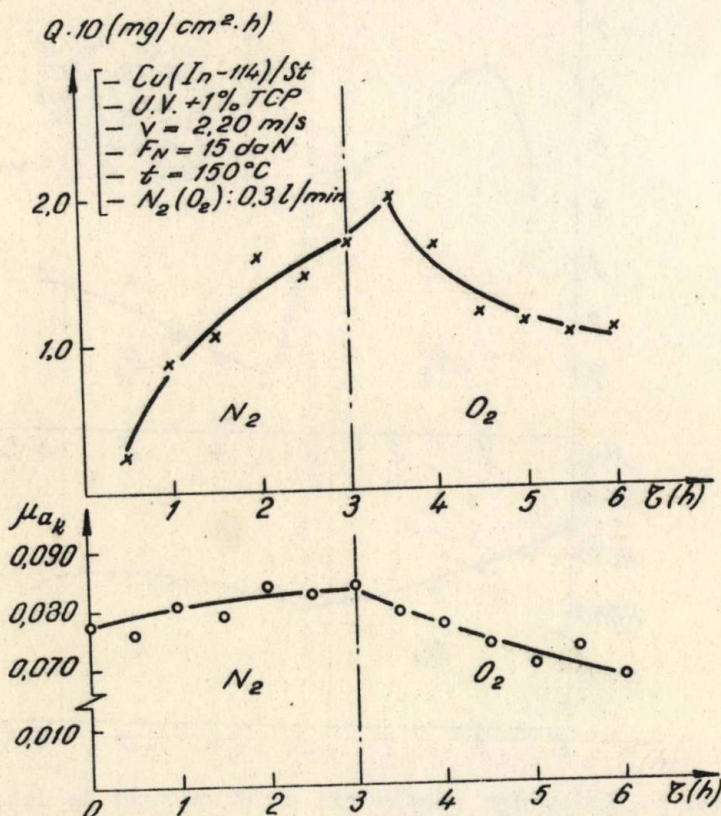


Fig. 5. Influența aditivării cu tricrezil fosfat a uleiului de vaselină, asupra frecării și uzării cuplei Cu/St.

dinea de introducere a gazelor de barbotare (mai întâi N_2 și apoi O_2), precum și durata totală optimă a determinărilor (6 h).

Uzura de coroziune este greu de separat de uzura datorată celorlalte procese de uzare fundamentale. Din această cauză a fost determinată uzura totală și s-a pus în evidență, cu această ocazie, influența asupra acesteia a diferiților factori, determinanți pentru desfășurarea procesului de coroziune, cum ar fi natura aditivului, prezența oxigenului și durata procesului.

În fig. 3 - 7, se prezintă rezultatele determinărilor simultane ale valorilor coeficientului de frecare și a vitezei de

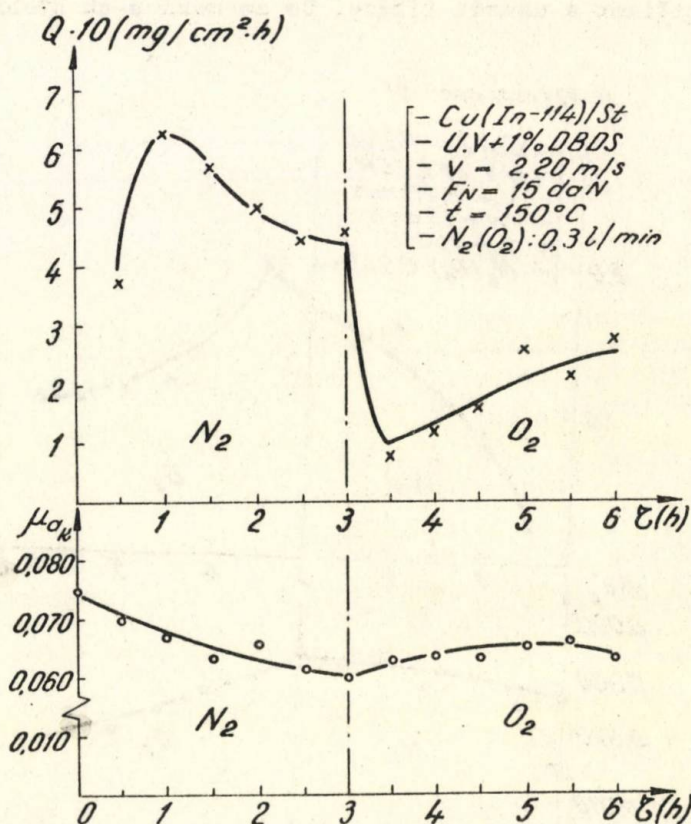


Fig. 6. Influența aditivării cu disulfură de dibenzil a uleiului de vaselină, asupra frecării și uzării cuplei cupru/otel.

uzare totale, pentru cupla de frecare cupru/oțel care funcționează scufundată în diferiți lubrifianți.

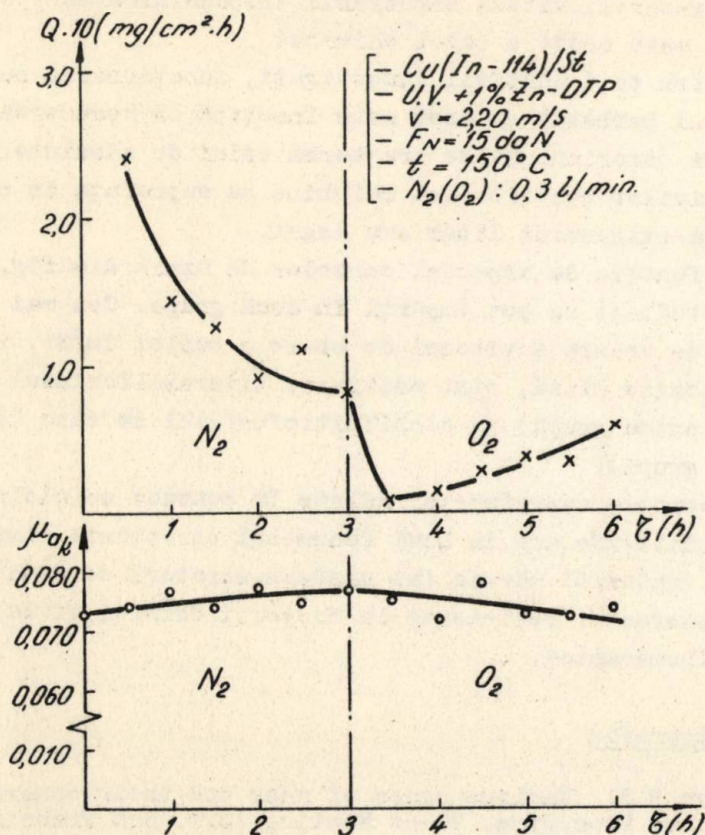


Fig. 7. Influența aditivării cu alchilditiofosfat de zinc a uleiului de vaselină, asupra frecării și uzării cuplei cupru/oțel.

5. Concluzii

- În condițiile regimului de ungere mixtă influența factorilor chimici asupra valorii coeficientului de frecare este relativ redusă.

- Degradarea oxidativ-termică a lubrifianților, care este

funcție de durată de funcționare, are drept efect creșterea vitezei proceselor de coroziune chimică și tribochimică, precum și a uzurii totale a metalelor în contact cu aceștia.

- În general, viteza coroziunii tribochimice este cu 2 - 3 ordine mai mare decât a celei chimice.

- Pentru toți aditivii investigați, funcționarea cuplei în lubrifiantul barbotat cu azot este însoțită de reducerea vitezei de uzare de coroziune și de creșterea celei de adeziune. Majoritatea aditivilor reacționează mai bine cu suprafața de contact în prezența oxigenului liber sau legat.

- În funcție de aspectul curbelor de uzare din fig. 3 - 7, aditivii studiați se pot împărți în două grupe. Cei mai eficace, din punct de vedere a vitezei de uzare a cuplei Cu/St, în regim de lubrificație mixtă, sînt aditivii: tricrezilfosfatul (făcînd parte din prima grupă) și alchilditiofosfatul de zinc (din cea de a doua grupă).

- Protecția suprafețelor aflate în contact cu uleiuri lubrifiante aditivate are la bază fenomenul coroziunii limitate a metalelor, datorită căruia iau naștere straturi de reacție compacte și aderente, rezistente la factorii chimici și la sollicitările tribomecanice.

Bibliografie

- /1/. Bisson E.E. Various modes of wear and their controlling factors. Proc.Symp. 71-st Meeting ASTM. San Francisco Calif. 23-28 June 1968, p.15-20.
- /2/. Dimitrov B. On the nature of the corrosion wear. Rev.Roum. Sci.Techn.Méc.Appl. 18, 3, 1973, p.571-585.
- /3/. Dimitrov B. Aspekti korrozionnovo iznosa v smazocinîh sredah. Vses.Konf. FHM, Kiev, 26-29 iunie 1973.
- /4/. Dimitrov B. On the influence of the composition of mineral oils on the corrosion wear. (sub tipar).
- /5/. Iliuc I. Comportarea la frecarea de alunecare a unor straturi subțiri și influența mediului. Teză de doctorat. București 1969.
- /6/. Pavelescu D. Concepții noi, calcul și aplicații în frecarea și uzare solidelor deformabile. Ed. Academiei, București, 1971.

- /7/. Pavelescu D. Tribologie: frecare, uzare, ungere.
Editura I.P.B., București, 1973.
- /8/. Rabinowicz E. Friction and wear of materials. J.Wiley and Sons, New York, 1966.
- /9/. Sakurai T. și Sato K. Study of corrosivity and correlation between chemical reactivity and load carrying capacity of oils containing extreme-pressure agents. ASLE Trans. 9, 1, 1966, p.77-87.
- /10/. Schilling A. Les huiles pour moteurs et le graissage des moteurs. I-II. Ed. Technip, Paris, 1962.
- /11/. Wagner K. și Jost H. Zusammenhänge von Verschleiss- und Schmierungsproblemen mit Korrosionsfragen - Untersuchungsmöglichkeiten unter Anwendung der Methodik der Markierung mit Radionuklieden. Schmierungstechnik, 2, 6, 1971, p.169-173.
- /12/. Weber K., Eberhardt E. și Zimmer F. Qualitative Veränderungen an Reibflächen infolge tribochemischer Vorgänge bei der Schmierstoffprüfung. Schmierungstechnik, 4, 5, 1973, p.150-154.

DIMITROV, B.

INFLUENTA COROZIVITATII MEDIULUI LUBRIFIANT
ASUPRA FRECARII SI UZURII

Rezumat

Se utilizează un tribometru avînd cupla de frecare cu contact herțian-liniar și care funcționează în regim de lubrificație mixtă. Cu ajutorul acestei instalații se studiază influența diferiților parametri fizici și chimici asupra proceselor de coroziune chimică și tribochimică. Simultan, se urmărește efectul acestor factori asupra coeficientului de frecare cinetic. Se pune în evidență modul de acțiune a unor aditivi de extremă presiune și antiuzură asupra desfășurării procesului de uzare, în general și al uzării de coroziune, în special : formarea unor straturi de reacție pe suprafața de frecare, avînd, pe de o parte, funcția de a proteja metalul de bază față de procesul de extindere a coroziunii în substrat.

EINFLUSS DER KORROSIVITÄT DES SCHMIERMEDIUS AUF DIE
REIBUNG UND AUF DEN VERSCHLEISS

Zusammenfassung

Man verwendet ein Tribometer, das eine Reibungskupplung mit herz-linearem Kontakt hat und das im Betrieb gemischter Schmierung arbeitet. Mit Hilfe dieser Anlage untersucht man den Einfluss verschiedener physischer und chemischer Parameter auf die Prozesse chemischer und tribochemischer Korrosion. Zugleich verfolgt man die Wirkung dieser Faktoren auf den kinetischen Koeffizienten der Reibung. Die Handlungsweise mancher Zugaben von äusserstem Druck und Antiverschleiss auf den Verlauf des Verschleissprozesses im allgemeinen und des Korrosionsverschleisses im besonderen wird hervorgehoben : die Bildung von Reaktionsschichten auf der Reibungsfläche die einerseits die Funktion haben das Grundmetall vom Prozess der Korrosionsausdehnung im Substrat zu schützen.

1975 NOV 29